

UNIVERZITET U BEOGRADU
TEHNIČKI FAKULTET U BORU
ODSEK ZA INŽENJERSKI MENADŽMENT

Dr Ivan Mihajlović, dipl. ing.

Đorđe Nikolić, dipl.ing.

Dr Aca jovanović, dipl. ing.

OSNOVE TEORIJE SISTEMA
- INŽENJERSKI MENADŽMENT PRISTUP -

Bor, 2009

1. UVOD

Čovečanstvo je kroz čitavu istoriju pokušavalo da upravlja svetom u kojem živi. Prvenstveno je te pokušaje usmeravalo ka promenama sopstvenom okruženja. Ponekad su te promene bile male i gotovo zanemarljive, dok su u pojedinim momentima te promene bile radikalno velike i sa sobom nosile revolucionarne izmene u funkcionisanju celokupne ljudske zajednice. Od najranijih dana svoje istorije čovek je shvatio da njegova fizička snaga nije velika u odnosu na svet oko njega. Jedini način koji je ljudskom biću omogućavao bezbednost i opstanak bio je u upotrebi mudrosti i lukavstva. Najveća prednost čovekova, u odnosu na sva ostala živa bića na Zemlji, bila je njegova lična ali i kolektivna intelegencija. I jedna i druga se kroz evoluciju ljudske vrste uvećavala. Prva (lična-individualna) je rasla kao posledica razvoja i uređenja ljudskih društvenih sistema a druga (kolektivna) je rasla kao posledica tehnološkog razvoja i sve veće sprege ljudskih bića kao kolektiva (tzv. sinergetski efekat).

Još u najranijim momentima ljudske vrste čovek je shvatio da je njegovo okruženje svojevrsan sistem koji se ponaša u skladu sa izvesnim prirodnim zakonitostima. Kao takav, sistem je zahtevao upravljanje. Čovek kamenog doba je razvio alate i oružja od kamena, drveta i kostiju životinja. Takođe je otkrio da može naučiti životinje da slušaju njegove naredbe. Tako su nastale najranije forme upravljanja jednostavnim sistemima. Potom je čovek spoznao metale i načine za njihovu ekstrakciju, kao i mogućnosti njihove primene. Zatim su uvedene zaprege kao svojevrsna sprega transportnog sredstva i životinja, kojima je upravljao čovek. Ipak, prošlo je puno vremena pre no što je čovek naučio da životinje zameni mašinama.

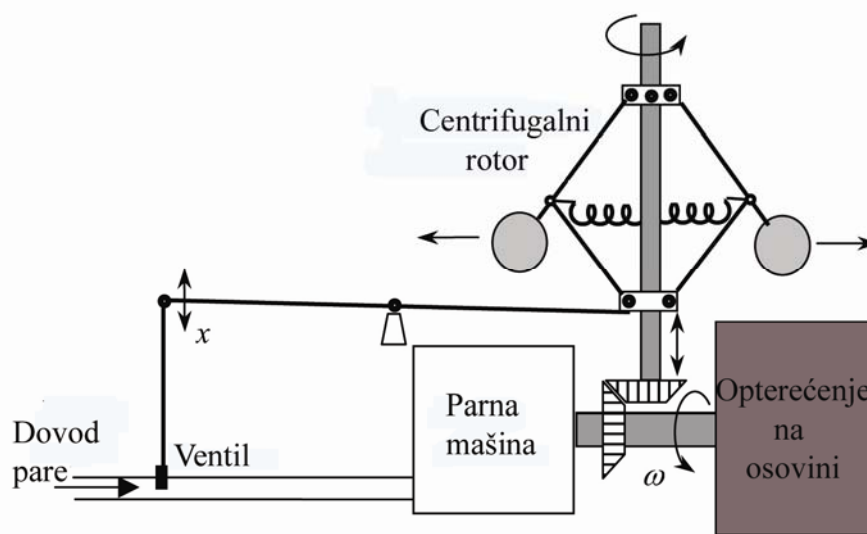
Prvi veliki korak u uvođenju mašina, koji je najavio industrijsku revoluciju, bio je razvoj parne mašine. Nakon ovog revolucionarnog otkrića, ljudsko društvo je krenulo u nagli razvoj i industrijalizaciju. Tada se pojavljuju prvi kompleksni sistemi proizvodnje i usluga, čije je upravljanje sve kompleksnije.

U pojedinim fazama razvoja, tehnološke inovacije procesa dovode ove sisteme u stanja čije upravljanje nije dovoljno pokriveno adekvatnim upravljačkim aktivnostima. U određenim momentima se nemože upravljati svim tehnološkim aspektima ovako kompleksnih sistema na zadovoljavajuće visokom nivou, što ostavlja puno polje istraživačkih mogućnosti teoretičarima i praktičarima upravljanja sistema (inženjerima sistema).

Kao što je već rečeno, industrijalizacija počinje uvođenjem parne mašine. Međutim, još tada se javljaju i prvi upravljački problemi. Na primer, problem sa kojim su se suočili rukovaoci mašina tog vremena bio je kako upravljati brzinom

obrtaja mašine bez stalnih intervencija čoveka. Bili su učinjeni brojni pokušaji u pravcu rešenja ovog problema. Najuspešniji postupak, među mnogobrojnim drugim, bio je upravljanje kupastog klatna, čiji je ugao naginjanja bio funkcija (nelinearna) od ugaone brzine osovine. Ovaj princip iskoristio je Džems Vat (James Watt) 1769 godine prilikom konstrukcije centrifugalnog regulatora brzine. Ovo se ujedno i smatra **prvim sistemom za automatsko upravljanje mašinom**.

Princip rada Vatovog regulatora je dat na slici 1. Kako je na slici prikazano, veličina ugaone brzine osovine (ω) parne mašine rezultat je intenziteta dovoda pare, koju reguliše ventil. Preko sistema zupčanika, rotacija osovine se prenosi na centrifugalni regulator (ugao nagiba rotirajućih kugli). Sa porastom ugaone brzine, raste i brzina rotacije centrifugalnog regulatora, te i intenzitet centrifugalne sile koji istovremeno, linearno, podiže polugu za upravljanje ventila za dovodjenje pare. Onog momenta kada ugaona brzina dostigne graničnu vrednost, centrifugalni regulator, preko poluge zatvara ventil i time dovod pare, što rezultuje smanjenju ugaone brzine osovine.



Slika 1. Princip rada Vatovog centrifugalnog regulatora

Sam Džems Vat je bio praktičar i nije posvetio mnogo vremena teorijskoj analizi ove tehnološke inovacije. Ipak, uočio je da pod određenim uslovima mašina opremljena centrifugalnim regulatorom, počinje da se ponaša neprihvatljivo. To se manifestovalo u oscilaciji brzine osovine oko određene željene vrednosti i nedovoljna preciznost u regulaciji brzine obrtaja. Eliminacija oscilacija, ili kako je mnogo šire poznato, nestabilnosti, je vrlo važan aspekt projektovanja svih sistema upravljanja.

Tek je Maksvel (Maxwell), u radu objavljenom 1868, obisao ponašanje centrifugalnog regulatora sistemom diferencijalnih jednačina. Potom je linearizovao ovaj model u okolini ravnotežnog stanja i pokazao da stabilnost sistema zavisi od toga da li koreni karakteristične jednačine imaju negativne realne delove. Ovo je bio i temelj naučnom razmatranju stabilnosti sistema. Ipak, osnovni matematički okvir za teorijsku analizu razvili su Laplas (Laplace, 1749-1827) i Furije (Fourier, 1748 – 1830).

Problemom određivanja kriterijuma stabilnosti linearnih sistema, potom su se bavili brojni istraživači: Hurvic (Hurwitz, 1875); Raus (Routh, 1905). Ruski naučnik Ljapunov (Ляпунов, 1893) je prvi proširio problematiku razmatranja stabilnosti na nelinearne sisteme. Ovo je bio značajan korak, obzirom da se većina tehničkih problema nemože realno predstaviti linearnim zavisnostima već se samo može linearizovati. Sama linearizacija uvodi izvesnu grešku u definisanje parametara sistema.

Dalji razvoj teorije sistema vezuje se za rad u Belovim (Bell) laboratorijama tridesetih godina dvadesetog veka. Ovaj se rad vezuje za razvoj pojačivača signala sa povratnom spregom, koji je zasnovan na frekventnom odzivu sistema i sveden je na matematički problem funkcija kompleksnih promenljivih. Navedeni problem je razmotrio Nikvist (Nyquist; 1932) u radu „**Regeneration Theory**“, u kojem se objašnjava kao se može odrediti stabilnost sistema korišćenjem metoda u frekvencijskoj oblasti. Navedenu analizu su proširili Bode (Bode, 1945) i Nikols (Nichols, 1953), koji su kroz narednih 15 godina postavili temelje postupka za projektovanje sistema upravljanja koji se i danas koriste.

Paralelno Bodeu i Nikolsu, drugi važan pristup projektovanju sistema upravljanja razvio je Evans (Evans, 1948). On je na osnovu radova Maksvela i Rausa, u metodi geometrijskog mesta korena (**root locus method**) definisao pravila i tehnike koje omogućavaju da se promena korena karakteristične jednačine, u funkciji nekog od karakterističnih parametara, prikaže grafički.

2. TEORIJA SISTEMA

Teorija sistema obezbeđuje potrebne teorijske i metodološke osnove za istraživanje, izučavanje, stvaranje (projektovanje i vođenje) i korišćenje (eksploatacija/primena) kompleksnih sistema (organizacioni sistemi, poslovni sistemi, informacioni sistemi, proizvodni sistemi, tehnički sistemi, itd).

Sistemska pristup predstavlja specijalni način razmišljanja koji se temelji na teoriji sistema, kao jednoj generalnoj opštoj teoriji koja se razvila početkom prošlog veka, ali je posebno došla u primenu u društvenim naukama sredinom prošlog veka.

Teorija celine je celo područje koje se temelji na filozofskom konceptu da je sve međusobno povezano. Iz tog polaznog filozofskog koncepta o međusobnoj povezanosti svih pojava, nastale su sistemske nauke koje se dalje granaju u dve grupe. Jedna je opšta teorija sistema, a druga su specijalizirane teorije sistema.

Opšta teorija sistema u stvari se bavi opštim zakonitostima funkcionisanja bilo kojeg sistema, bez obzira da li se radi o biološkom, tehničkom ili socijalnom sistemu, dok specijalizirane sistemske teorije govore o pojedinim aspektima funkcionisanja određenih vidova sistema.

Pod specijaliziranim teorijama sistema podrazumeva se nekih 40-tak različitih naučnih disciplina. Neke od njih, koje su bliske studentima tehničkih nauka, su: Kibernetika, koja je osnova svih upravljačkih teorija. To je zapravo nauka o upravljanju i ona je osnova svih upravljačkih nauka i disciplina; Informatika je teorijska podloga o tome kako nastaje informacija i koja je njena uloga u komunikacijama i upravljanju sistemima; Teorija preduzeća koja je element teorije organizacije; Operaciona istraživanja su takođe jedna od specijaliziranih teorija sistema, itd.

Pre dubljeg razmatranja problematike teorije sistema treba reći da postoje dva načina razmišljanja: klasični i sistemska. **Klasični** način razmišljanja se svodi na induktivno istraživanje. Pri čemu indukcija predstavlja zaključivanje iz pojedinačnog ka opštem. To je zapravo metod mišljenja kojim se do odluke dolazi na osnovu posmatranja. Prema tome, ovde se o celini zaključuje na osnovu delova, pri čemu se iz sistema izolira element kojeg rastavljamo na još sitnije elemente.

Sistemska način razmišljanja (sistemska analiza) posmatra svaki element kao deo sistema ali i kao deo okruženja i zajedno sa okruženjem, tj. posmatra ga sa onim što nije sistem. Klasična analiza zanemaruje okruženje, dok je srž sistemskog razmatranja da je okruženje ključno u odnosu na ono što

razmatramo. Kada nebi bilo delovnja okruženja svaki bi sistem bio idealan. Uzmimo primer broda čiji se pravac treba održavati, kada nebi bilo vetra, talasa i morskih struja, nebi bilo ni potrebe za sistemom upravljanja pravcem kretanja broda jer ga ništa nebi skretalo sa zadatog puta. Međutim, u realnosti, svaki je sistem u interakciji sa svojim okruženjem odakle najčešće i stižu poremećajne veličine na koje treba odgovoriti upravljačkim veličinama.

Upravljanje sistemom se bazira na konceptu sistemskog razmišljanja. Koncept sistemskog razmišljanja počiva na 7 osnovnih principa:

P1: Sve je sistem i sve je podsistem

Def: Sistem je skup elemenata koji su povezani nekim relacijama da bi se ostvarili određeni ciljevi. Svaki sistem je sastavljen iz elemenata koji su povezani sa 4 aspekta: idejama, materijom, energijom i informacijama.

P2: Probabilističko shvatanje sveta

Probabilizam-stanovište verovatnoće, shvatanje po kome naše znanje može biti samo verovatno. Ništa nije sigurno, ne postoji potpuno određen – determinisan sistem. Sve zakonitosti počivaju na pretpostavci da će se nešto dogoditi. Jedan od rodonačelnika ovakvog shvatanja sistema je i A. Einštein (A.Einstein, 1878 - 1955), koji probabilizam promoviše u okviru svoje teorije relativiteta.

P3: Kompleksnost prirode i sistema

Sistem ne možemo do kraja opisati zbog mnogobrojnosti pojava i problema u sistemu, te neizvesnosti i dinamike. Iz tog razloga treba savladati pojednostavljenje kompleksnih sistema u cilju njihovog detaljnog posmatranja.

P4: Sinergizam

Sinergija-zajedničko delovanje, saradnja, team work. Sinergizam je delovanje dva ili više elemenata sistema u svrhu ostvarivanja zajedničkog cilja. Pri tome, kod sinergije treba razlikovati fizičke (tehničke) i organizacione (poslovne) sisteme. Kod tehničkih sistema sinergizam predstavlja kombinovano delovanje dva ili više elementa sistema u cilju postizanja zadanog cilja, u okviru svojih tehničkih mogućnosti. Kod poslovnih sistema sinergizam predstavlja zajedničko delovanje dva ili više članova tima ka postizanju zajedničkog cilja, pri čemu se očekuje da njihov zajednički učinak bude veći od sume pojedinačnih učinaka.

P5: Dinamičko posmatranje pojava

Pojaва (uključuje jedinstvo vremena i prostora) nas uči da nikad ne posmatramo realni sistem statično, već u funkciji vremena.

P6: Holističko posmatranje sistema

Holos-celina, potpunost, kompleksnost. Posmatranje sistema kao celine. Sistemsko mišljenje je posmatranje svega onoga na šta sistem utiče i što utiče na sistem. Interakcija sistema sa okruženjem.

P7: Relativnost svih pojava

Ništa nije apsolutno. Sve je relativno i proizilazi iz zakona prirode koji se baziraju na entropiji sistema.

Šest ključnih naučnih disciplina je integrisano u teoriji sistema:

1. Opšta teorija sistema;
2. Definiše metodološki pristup i teorijske osnove u proučavanju sistema;
3. Kibernetika;
4. Bavi se upravljanjem i povratnom spregom;
5. Teorija informacija;
6. Semiotika;
7. Naučna disciplina o znakovima i znakovnim sistemima. Bavi se simbolima, podacima, porukom i informacijom;
8. Informatika;
9. Nauka o prikupljanju, obradi, oblikovanju, korišćenju i čuvanju informacija. Bavi se obradom i prenosom informacija i izgradnjom hardvera za informacione sisteme. Prema tome, informatika nije samo nauka već i delatnost;
10. Matematička teorija sistema. Bavi se izradom modela za upravljanje sistemima na apstraktnom nivou. Rešava probleme matematičkim metodama.

U okviru teorije sistema, sve navedene naučne discipline su u interakciji.

2.1. Metodološke osnove teorije sistema

Sistemske pristup čine metodološke osnove svih sistemskih nauka. Sistemski pristup je jedan metodološki način kojim opisujemo funkcionisanje pojava koje definišemo kao sistema. Znači, bilo koji problem ili pojavu koju definišemo kao sistem, možemo posmatrati isključivo korišćenjem sistemskog pristupa.

Prva pretpostavka je da smo pojavu definisali kao sistem. **Druga pretpostavka** je da tu pojavu koju smo definisali kao sistema uvek posmatramo u interakciji sa okolinom, odnosno da je nikada ne posmatramo izolovano. To

ima svoje posledice u tome što onda tu pojavu definišemo kao otvoreni sistem što dalje ima određeni uticaj na način upravljanja ovakvim sistemom. **Treća pretpostavka** je da je ponašanje tih pojava uvek nelinearno. (Pitanje za studente: Šta bi bila razlika u linearnom i nelinearnom posmatranju pojava? _ Odgovor: Linearnost se vezuje za koncept zatvorenosti sistema). Ukoliko je druga pretpostavka da je pojava koju smo definisali kao sistem uvek u interakciji sa okolinom, onda koncept linearnosti nije primenljiv jer se početna stanja koja su definisana određenim uzrocima menjaju obzirom na vezu sa okolinom. Prema tome, stalno se u okruženju sistema (okolini) javljaju promene koje menjaju tu pojavu, a to utiče na način na koji ta pojava funkcioniše te se nemože pretpostaviti da će se ta pojava razvijati linearno i da će zavisiti samo o početnim uslovima, nego i o neizvesnosti koje su rezultat uticaja okoline. **Četvrta pretpostavka** je da je permanentni cilj i očekivanje da će se kontinualno poboljšavati funkcionisanje sistema, znači stalni proces poboljšanja.

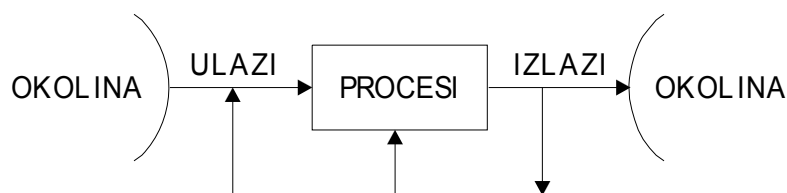
Prema tome, sistemski pristup predstavlja način kako posmatramo pojavu ako je definišemo kao sistem, ako uvek pretpostavimo njenu povezanost sa okolinom, ako zbog te povezanosti sa okolinom odbacimo stav o linearnosti i ukoliko sistem uvek nastojimo poboljšati u smislu njegove sposobnosti da ostvari ciljeve i u smislu njegove sposobnosti da te ciljeve uvek ostvaruje na racionalan način, znači sa što manje resursa, odnosno efikasnije.

Osnovni pojmovi sistema, prema C. West Churchman-u (1913 – 2004), koji se smatra guruom u području teorije sistema i kibernetike, su:

- Ciljevi sistema;
- Okruženje sistema;
- Sredstva (resursi sistema);
- Aktivnosti sistema i
- Upravljanje sistemom.

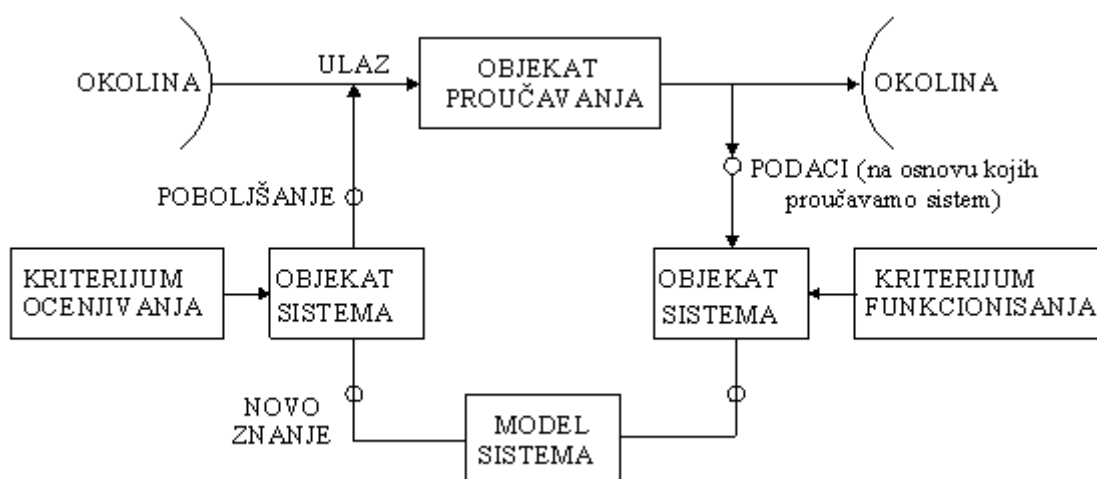
O svakom od ovih pojmova biće više reči u narednim poglavljima ove knjige.

Sistemski pristup se ostvaruje uz pomoć primene intelekta (mišljenja), tehnika i sredstava zasnovanih na sistemskom mišljenju i opštoj teoriji sistema. Kao što je već primerima ilustrovano sistem se u najjednostavnijem obliku može prikazati kao na slici 2.



Slika 2. Opšti prikaz sistema

Kako je već rečeno, tokom projektovanja sistema, razmišljamo o tome šta su ulazi, procesi, izlazi i da li smo zadovoljni izlaznim veličinama. Ukoliko nismo, vršimo korekciju ulaza pa čak i samih procesa. Naš cilj je da izlaz ima adekvatnu veličinu. U cilju regulacije ponašanja objekta upravljanja, na osnovu njega napravimo model, a na osnovu njega vršimo istraživanja i stičemo nova saznanja, Slika 3.



Slika 3. Upravljanje sistemom

Na osnovu kriterijuma funkcionisanja objekta sistema tražimo optimalno rešenje. Potom ovo rešenje koristimo za definisanje modela sistema. Na sistemu modela se vrše eksperimenti, pri čemu je ključno da model sadrži ključne karakteristike originala.

Kriterijum ocenjivanja treba da odluči šta treba korigovati na prvobitnom objektu. Suština proučavanja je u poboljšavanju objekta upravljanja.

2.2. Opšta teorija sistema

Opšta teorija sistema je naučna disciplina koja se bavi istraživanjem različitih fenomena nezavisno od njihove specifične prirode a u smislu proučavanja međusobnih veza elemenata, strukture, organizacije, funkcionisanja i reakcija pod različitim uslovima.

Predmet proučavanja u teoriji sistema nije fizički objekt u smislu mašina, uređaja, tehnoloških procesa, već „sistem“, odnosno veze i uticaji posmatranih elemenata i to unutar sistema kao i njihova veza i odnosi sa okruženjem. Osnovne postavke opšte teorije sistema su:

- Opšta teorija sistema posmatra predmete i pojave kao sisteme čiji su elementi, svojstva i procesi zasnovani na uzajamnoj povezanosti, zavisnosti i međudejstvu ovih elemenata;
- Konkretno stanje sistema, u određenom momentu posmatranja, nije konstantno i nepromenljivo, već je sistem celina koja se razvija - čiji su elementi kroz uzajamnu interakciju orijentisani ka postizanju zajedničkog cilja;
- Struktuirana celina ne može imati autonomne i međusobno izolovane delove;
- Svaki sistem podrazmeva različite tipove otvorenosti prema svom okruženju;
- Elementi ili delovi struktuirane celine (sistema) se specijalizuju za pojedine parcijalne funkcije, što je bitna pretpostavka za određivanje njihovog mesta i doprinosa ukupnoj funkciji sistema kao celine i međusobnoj interakciji elemenata;
- Svaki sistem je istovremeno i deo neke složenije i kompleksnije celine (princip hijerarhije);
- Funkcionisanje sistema se zasniva na procesima transformacije ulaznih u izlazne veličine,
- Entropija se u organizovanim sistemima može smanjivati. Pojam entropije će dodatno biti razjašnjen u narednim poglavljima ove knjige;
- Svaka pojava ili element pojave posmatra se u svojoj prostornoj i vremenskoj dimenziji;
- Kretanje i razvoj, održavanje dinamičke ravnoteže i prilagođavanje promenama omogućuje funkcionisanje i razvoj sistema;
- Kombinovanim dejstvom pozitivne i negativne povratne sprege objašnjavaju se svi složeni mehanizmi regulacije i funkcionisanja sistema bez obzira na njihovu prirodu (tehnički, biološki, ekonomski, politički, itd.).

Opštu teoriju sistema prvi je kao naučnu disciplinu predložio biolog Ludwig von Bertalanffy 1928. godine. Pre ovog koncepta naučna misao se razvijala zasnovano na Dekartovim „naučnim metodama“ i razvijala se prema dvema povezanim pretpostavkama. Prva je da se sistem može dekomponovati na pojedine komponente tako da se svaka komponenta može analizirati kao

nezavisna celina, dok je druga pretpostavka da se komponente mogu linearno dodavati da bi se opisala ukupnost sistema. Von Bertalanffy je pretpostavio da su obe pretpostavke pogrešne. Naprotiv, sistem se karakteriše interakcijama njegovih komponenti i nelinearnošću tih interakcija. Tokom 1951 godine von Bertalanffy je proširio teoriju sistema kako bi uključio biološke sisteme a tri godina kasnije, ovu teoriju je popularizovao Lotfi Zadeh, elektro inženjer na Univerzitetu Kolumbija.

Dalji razvoj ove teorije učinio je Kuhn (1964). Prema njemu, sistemi mogu biti kontrolisani (kibernetiski) ili nekontrolisani. U kontrolisanim sistemima informacija je detektovana, i promene se javljaju kao efekat odgovora na tu informaciju. Kuhn ove funkcije sistema definiše kao *detektor*, *selektor* i *efektor*. Detektor se bavi komunikacijom informacija između sistema. Selektor se definiše pravilima koja sistem koristi kod donošenja odluka, a efektor su sredstva kojima se vrše transakcije između sistema. *Komunikacija* i *transakcija* su jedine moguće međusistemske interakcije. Komunikacija je razmena informacija, dok transakcija uključuje razmenu materije-energije. Sve organizacione i socijalne interakcije uključuju komunikaciju i/ili transakciju.

Kuhn-ov model ističe da je uloga odlučivanja u pomeranju sistema ka ravnotežnom stanju. Komunikacija i transakcija obezbeđuju prenosno sredstvo preko koga sistem dostiže ravnotežu.

Opšta teorija sistema je u ovakvom obliku egzistirala sve do 80-tih godina, kada je Stephan Hawking – kosmolog - u naučno poimanje sistema uveo teoriju haosa. Naime, uvođenje teorije haosa u naučnu misao dovelo je do toga da Gleick 1987. godine predloži da se opšta teorija sistema proširi fenomenima koji leže van naših uobičajnih limita iskustvene percepcije.

Ovim se sve intenzivnije uvodi pojam entropije u teoriju sistema. Pre toga, tradicionalni predvidljivi matematički modeli su uvodili grešku u modelovanje kako bi objasnili naočigled slučajne fluktuacije. Teorija haosa zapravo predstavlja pokušaj da se objasne i modeluju ove fluktuacije. Prema ovoj teoriji, slučajnost u sistemima ne postoji i svaka pojava se može matematički modelovati. Ova teorija tvrdi da su sistemi podložni dejstvu i najmanjih promena polaznih uslova, tako da i naočigled male promene mogu da izazovu velike promene u sistemu.

Kako bismo potvrdili ovu tvrdnju razmotrimo slučaj meteorologa Edwarda Lorenza. Ovaj naučnik je jedan od pionira primene računara u predviđanju meteoroloških promena. Međutim, on nije postao poznat po tome, već je naučnoj javnosti postao poznat kao primer delovanja teorije haosa. Naime, on je koristio računar kako bi modelovao ponašanje vremenskih uslova 1960

godine. On je ovu analizu uradio 1963. Kada su mu podaci o vremenskim uslovima iz 1960. Godine bili poznati. On je pokušao da napravi matematički model koji će što tačnije opisati 1960 godinu prema meteorološkim parametrima. Tokom unošenja polaznih startnih uslova u kompjuter, on je zaokruživao unete podatke na tri (umesto na šest) decimalnih mesta. Mala razlika 0.506 (umesto 0.506127) dovela je do izuzetno divergentnih simulacija ponašanja vremena za razmatranu godinu. Na taj način, male razlike u polaznim uslovima dovele su do veoma pogrešnih rezultata. Kompleksnost modelovanja meteoroloških parametara i problema ekosistema uopšte, biće dodatno razmatrana u narednim poglavljima ove knjige gde će biti predstavljeni i konkretni modeli.

Jedno od najvažnijih otkrića teorije haosa je da relativno mali, ali dobro terminiran ili dobro pozicioniran poremećaj sistema može dovesti ceo sistem u stanje haosa. Ukoliko se prihvati ovakvo razmišljanje, mora se prihvatiti i činjenica da se čak i najjednostavniji sistemi mogu ponašati na kompleksan način, ipak, njima je lakše upravljati u haotičnom okruženju nego velikim sistemima.

Ovakav pristup teoriji sistema je našao najveću primenu upravo u organizacionim naukama i poslovnoj ekonomiji. Naime, jedna od osnovnih hipoteza savremenog menadžmenta je sve institucije posluju u haotičnom okruženju i da ni jedna kompanija nemože prihvatiti svoju trenutnu tržišnu poziciju kao konstantu. Zbog interakcije brojnih ekonomskih sila i brzine promena, institucije moraju konstantno iznova procenjivati svoju viziju i prilagođavati se kako bi prebrodile promene u okruženju.

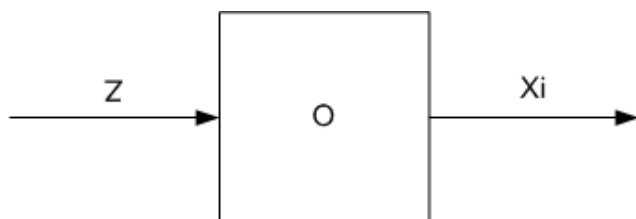
Organizacije i socijalni sistemi koji posluju u haotičnom okruženju kontinualno su izložene izazovima održanju njihove svrhe i strukture. Paradox je upravo u tome da su veće i bolje ustanovljene strukture manje spremne na pravovremene promene (primer dinosaurus a i pčele). Unutrašnja struktura koja rezultuje njihovom veličinom (odnosno broj ljudi) otežava uvođenje planiranih organizacionih ili socijalnih promena. Velike kompanije generalno okružuju dobro uspostavljeni modeli ponašanja. Sama stabilnost njihovih struktura čini ih manje sposobnim da se prilagode promenama iz okruženja ili unutar samog sistema, čime ih čine sve manje stabilnim.

2.2.1. Poremećaj

Sistemi su projektovani za nominalne (unapred planirane) radne uslove. Stavni radni uslovi se razlikuju od nominalnih, samim time se stvarno ponašanje objekta razlikuje od željenog. Primeri mogu biti turbulencije vazduha koje deluju na avion, nagle promene spoljne temperature koje utiču na

temperaturu u prostoriji, kašnjenje isporuke repromatrijala za redovnu proizvodnju usled štrajka železnice, neplanirani nestanak struje u informacionom sistemu, itd.

Po definiciji, one ulazne veličine sistema koje izazivaju odstupanje njegovog stvarnog od željenog ponašanja su poremećajne veličine ili poremećaji. Poremećaji se na strukturnom dijagramu označavaju sa z i odgovarajućim indeksom, kao što je dato na slici 4.



Slika 4. Označavanje poremećaja na strukturnom dijagramu

Ukoliko na objekat deluje više poremećajnih veličina, onda su one komponente vektora poremećaja, koji se označava kao:

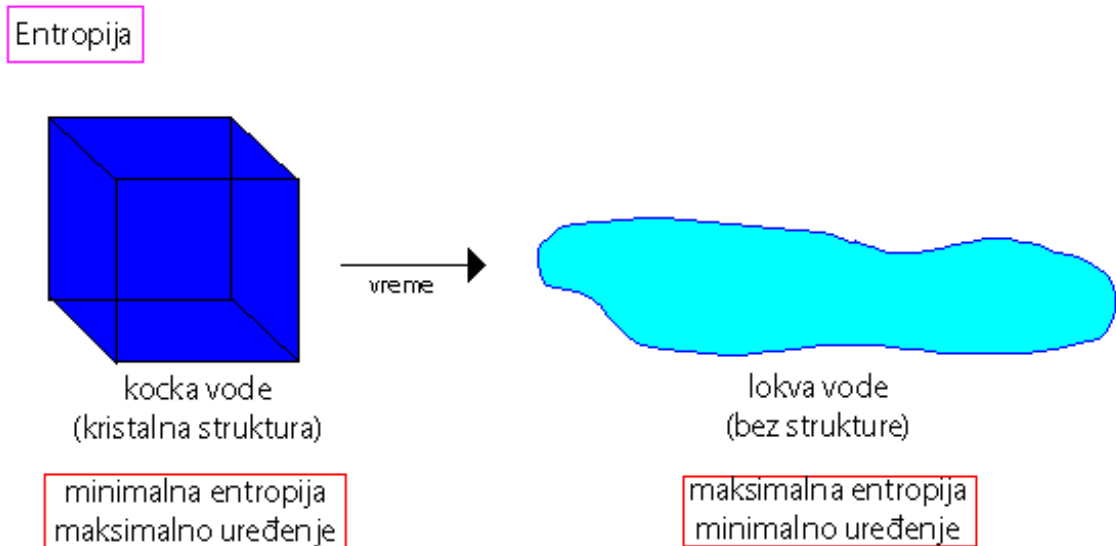
$$\underline{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

2.2.2. Entropija i sistemi

Pojam entropije je prvi put definisan u termodinamici, ali ga je kasnije Wiener proširio i na sve ostale sisteme. Entropija u termodinamici označava nepovratnost toplotnih procesa i označava se kao odnos između količine toplote i temperature posmatranog sistema (Q/T). Entropija je iskorišćena za definisanje drugog zakona termodinamike koji glasi: *“Toplota ne može prelaziti sa tela niže ka telu više temperature, ukoliko se u isto vreme ne vrši neka druga promena (ili se ulaže neki rad- energija) koja omogućuje ovaj prelaz”*. Zapravo, drugi zakon termodinamike definiše pretvaranje toplote u rad i utvrđuje da takvo pretvaranje nije u potpunosti moguće.

Opšte posmatrano, entropija predstavlja meru neuređenosti sistema i ona predstavlja verovatnoću prelaza iz malo verovatnog stanja uređenosti u haotično ili verovatno stanje. Prema tome jasna je težnja svakog sistema da iz uređenog stanja (koje je ujedno i najmanje verovatno stanje sistema) pređe u haotično stanje koje je istovremeno i najverovatnije. Kako bi ovo bilo jasnije razmotrimo jednostavan primer. Posmatrajmo kocku leda, nju je moguće formirati u bilo koj oblik, prema obliku suda u kojem se voda zaledila. To je

moguće iz razloga što u zaleđenom stanju, voda ima kristalnu strukturu koja je u potpunosti uređena. U tom obliku, voda ima minimalnu vrednost entropije. Ukoliko ostavimo da se tokom vremena kocka leda istopi i pređe u tečnost, mala je verovatnoća da će tečnost formirati pravilan geometrijski oblik. Razlog za to je u tome što voda u tečnom stanju predstavlja sistem sa neuređenom molekularnom strukturom. Tada je neuređenost sistema minimalna a maksimalna vrednost entropije sistema, Slika 5.



Slika 5. Entropija

Još jedan interesantan primer pojma entropije je dat na slici 6. Naime, ukoliko iz kamiona prospemo tovar cigli, koja je verovatnija situacija, ona data pod (a) ili pod (b)?



Slika 6. Neuređenost sistema (a) je verovatnije stanje od uređenosti (b)

Na osnovu svega napred rečenog, suština je da svi sistemi koliko god organizovani bili tokom vremena teže da pređu u manje organizovano stanje – kaos, odnosno počinju da nepravilno rade (čime im raste entropija). Iz tog razloga je sisteme potrebno održavati u željenom stanju, permanentnom kontrolom ponašanja i pravilnim upravljačkim dejstvom.

2.2.2.1. Pojam Entropije u opštoj teoriji sistema

Jedan od ciljeva opšte teorije sistema je da eliminiše redundancu u nauci i da traga za sličnostima u konceptima i procedurama među različitim naučnim disciplinama, i na taj način težiti ka integrisanoj nauci o sistemima. Treba istaći da ovaj koncept nije nov, sličnom problematikom – samo iz ugla fizike – bavio se i A. Ainstain u svojoj tzv: „**Teoriji o svemu**“. Nažalost, Ainstain se u relativno poznim godinama svog života počeo baviti ovim konceptom i nije uspeo da ovu teoriju završi. Kao i većina njegovih teorija, i ova je u početku osporavana od tadašnjih naučnih autoriteta. Ipak, u savremenoj nauci rezultati i ovog Ainstain-ovog istraživanja su našli svoje mesto.

Pored Einstein-a, sličan koncept povezivanja različitih naučnih disciplina razmatrao je i Genrich Saulovich Altshuller (1926-1998) razvivši tako tzv. TRIZ (Teorija Rešavanja Inovativnih Zadataka) koncept. U okviru svog istraživačkog rada, Altshuller je ustanovio da se naučni principi jedne naučne discipline mogu sa velikim uspehom primenjivati u drugim naučnim disciplinama.

No, vratimo se opštoj teoriji sistema i njenom stavu prema entropiji. Naime, termin „sistem“ je u upotrebi mnogo godina, kako u disciplinama koje se bave neživim sistemima kakve su fizika i hemija, tako i u onim koja se bave živim sistemima kao što su biologija i sociologija. Ipak, pre opšte teorije sistema (General System Theory – GST) nije postojao koordinisani pokušaj da se široko integrišu i povežu proučavanja svih sistema uključujući nežive i žive sisteme.

Jedna od prvih anomalija koju je zapazila GST u pokušaju da kombinuje proučavanje živih i neživih sistema fokusirala se upravo na entropiju. Drugi zakon termodinamike jasno izražava da se entropija u izolovanom sistemu nemože smanjiti tokom vremena, već mora ili ostati konstantnom ili porasti. Ovaj zakon naravno apsolutno važi u termodinamici, fizici i hemiji uopšte. Ipak, analiza živih sistema kakve su biljni ili životinjski sistemi, ako i sistem ljudskog društva, uopšteno pokazuje da većina ovih živih sistema se nije raspala ili osula tokom vremena, kako Drugi zakon termodinamike predviđa. Nasuprot, ovi sistemi su postali čak i uređeniji i organizovaniji (te samim time sa manje entropije) tokom vremena, pre nego da su izgubili uređenje (porast entropije).

Drugi zakon predpostavlja da svi sistemi, uključujući i žive sisteme, postaju manje kompleksni ili manje organizovani tokom vremena, i tako pokazuju povećani nivo entropije, neuređenja, nesigurnosti, jednostavnosti, i generalno rasipanja. Kako to živi sistemi preživljavaju ovu sudbinu? Da li to znači da je drugi zakon termodinamike nevažeći, ili da on važi samo za fizičke sisteme? Ili to možda znači da se principi entropije ne mogu primeniti na žive sisteme?

Rešenje ove zagonetke leži u samom smislu sistema koji uključuju život. Da bi sistem održavao život, on se mora boriti sa entropijom, ili postići održivost. Ukoliko drugi zakon bukvalno znači da će svaki živi sistem kontinualno povećavati svoju entropiju, dok ne dostigne maksimum, onda nebi postojao smisao sistema koji održava život svojih elemenata (*life support systems*). Maksimalna entropija predstavlja, gotovo po definiciji, smrt sistema i time neuspeh u postizanju održivosti.

Realnost je da je drugi zakon validan i za žive i za nežive sisteme, kakvi su fizički sistemi. Razlika je u tome da su termodinamički sistemi kod kojih entropija ostaje konstanta ili raste su „izolovani“ sistemi koji su zatvoreni za protok materije i energije. Nasuprot tome, živi sistemi su otvoreni sistemi. Njihove granice dopuštaju ulaz materije i energije, u obliku hrane, goriva, itd. Rezultat toga je da ukoliko živi sistem treba da permanentno održava život zasnovano samo na konačnoj zalih energije i materije koju je ranije obezbedio, on će, tokom vremena ili povećati ili ostati na konstantnom nivou entropije. Ipak, čak iako interni nivo entropije raste (čak i dramatično u pojedinim momentima vremena i pojedinim delovima sistema) u živim sistemima, protok energije iz spoljašnjeg okruženja može smanjiti entropiju, i obezbediti da nivo ukupne entropije ostane konstantan ili da se smanjuje tokom vremena.

Na taj način, jedan od doprinosa GST-a teoriji entropije je da objasni očiglednu nesuglasicu između Drugog zakona termodinamike i porasta kompleksnosti i otganizovanosti koje se mogu uočiti u živim sistemima. Drugi doprinos GST-a je povezivanje entropije i informacije. Dok je klasična fizika povezivala entropiju sa izvorima energije kao što je toplota, GST je tvrdila da je entropija takođe inverzno vezana i za informaciju. Na taj način, kao što se entropija može smanjiti upotrebom energije za rad, takođe se može smanjiti tokovima informacija unutar sistema. Drugim rečima, entropija nije samo inverzno vezana za energiju, već i za informacije. Uvođenje informacije u sistem može voditi ka efikasnijem i produktivnijem korišćenju energije, i time do niže entropije. Na taj način inputi informacija, kao i inputi energije, mogu usporiti porast entropije sistema.

Kao konačni rezultat javlja se to da je GST suštinski proširila teoriju entropije tako da ona sada uključuje ne samo ulogu energije, već i ulogu informacije. U termodinamičkoj eri devetnaestog veka, pre razvoja računara, jasno je da je u proučavanju entropije energija imala ključnu ulogu. U analizama živih sistema dvadeset prvog veka jasno je da je potreban prošireni pogled na entropiju.

3. POJAM SISTEMA U OPŠTOJ TEORIJI SISTEMA

Postoji niz principijalnih poteškoća u određivanju pojma „sistem“, jer taj pojam sa jedne strane treba da zadovolji uopštenost a sa druge strane praktičnu primenljivost. U određivanju pojma „sistem“ najčešće se polazi od osnovnog stepena koji se prihvata sa svih aspekata i nivoa posmatranja: **“sistem je ukupni skup interaktivnih elemenata”**.

Sledeći, viši nivo u definisanju pojma sistema je: **“sistem je skup elemenata ili procesa povezanih odnosima, sa zajedničkom svrhom postojanja (zajedničkim ciljem). Elementi mogu biti materijalni, ideje, funkcije, živa bića, poslovne aktivnosti”**.

Međutim, da bi se nešto moglo nazvati sistemom potrebno je da su ispunjeni uslovi:

1. Postojanje elemenata
2. Postojanje veza-relacija
3. Postojanje zajedničke svrhe (cilja) postojanja
4. Funkcionisanje po određenim pravilima
5. Relativno izolovana celina

Svaki sistem na osnovu navedenih 5 uslova se formira kako bi:

- Imao određenu strukturu;
- Vršio određenu funkciju;
- Davao ili obrađivao informacije.

Na osnovu navedenog, bitni činioci bilo kog sistema su:

Elementi - delovi ili pojave koje ne raščlanjujemo (elementi mogu biti i podsistemi). Elementi sistema ne funkcionišu izolovano jedan od drugog, već su u uzajamnoj vezi, pri kojoj se svojstva svakog elementa određuju i ponašanjem i funkcijom ostalih elemenata sistema.

Svojstva složenih sistema koja se ne određuju samo pojedinačnim svojstvima sastavnih delova, nego i karakterom njihovih međusobnih veza i uticaja. Svojstva sistema se mogu menjati u zavisnosti od rezultata rada sistema, kao i uslova okoline u kojoj sistem egzistira.

Veze su sredstva koja drže sistem zajedno, odnosno povezuju elemente sistema u jednu celinu. Veze su sve ono što povezuje elemente i svojstva, tako da sve to funkcioniše kao jedno celo (kao jedan proces-sistem). Veze postoje kako između elemenata sistema, tako i između podsistema posmatranog sistema, a isto tako između elemenata i delova drugih sistema iz okoline. Takođe, veze u sistemu mogu biti direktne ili indirektne. Povezivanje svojstava

sistema vezama se može testirati na određeni način, što znači da možemo procenjivati da li su ti delovi međusobno povezani direktnom ili indirektnom vezom. Testiranje veza može da se vrši korišćenjem niza statističkih metoda, recimo korelacije, da bi utvrdili da li među elementima postoji direktna, znači jača, ili indirektna, manje jaka veza. O korelaciji između pojedinih elemenata sistema više reči će biti u narednim poglavljima ove knjige. Ukoliko se promenom u svojstvu neke komponente dogodi promena u svojstvu neke druge komponente, to znači da su te komponente međusobno povezane.

Struktura je skup svih veza, odnosno stabilni poredak i relativno stabilan raspored uloga. Strukturu sistema čine elementi, ali elementi između kojih postoji određena zakonitost svojstvena datom sistemu kao integralnoj celini, nasuprot svojstvima samih elemenata.

Kod realnih sistema pojam **funkcija** obuhvata: tok operacija, ponašanje i način delovanja.

Matematički model za opisivanje realnog sistema koristi se onda kada je moguće apstraktno opisati sistem tako da se matematičkim metodama izvrši adekvatno modeliranje proučavanog realnog sistema. S njim se formalizovano opisuje funkcionisanje sistema i on izražava osnovne karakteristike i zakonitosti funkcionisanje sistema u određenom vremenskom intervalu posmatranja. O matematičkim modelima će mnogo više biti rečeno u narednim poglavljima ove knjige.

Još jedan bitan činioc sistema je **podsystem**. Podsystem je nešto što nazivamo funkcionalnom komponentom većeg sistema. Postoje dve karakteristike na osnovu kojih utvrđujemo da li se neka pojava naziva podsystemom ili ne. Prva karakteristika je da ta pojava može funkcionisati kao celina, kao samostalna jedinica, i s druge strane (druga karakteristika) da može biti deo neke veće celine u kojoj predstavlja jednu funkcionalnu komponentu, te da se zbog promene u svojstvima te komponente događaju promene u svojstvima cele pojave. Ukoliko pojava zadovoljava oba navedena uslova, onda se može nazvati podsystemom.

3.1. Osnovne karakteristike sistema

Na osnovu svega napred rečenog, osnovne karakteristike sistema se mogu definisati na sledeći način:

- Sistem je skup podsystema i elemenata sistema, njihovih veza i međusobnih uticaja a dejstvuju funkcionalno zajednički, radi ostvarenja

zadate funkcije cilja. Sistem se može razložiti na podsisteme, do elemenata podsistema- elemenata sistema;

- Elementarni podsistem je kritični element pogodan za optimizaciju. Ovaj element se često naziva i objektom upravljanja sistema;
- Element sistema je najsitniji deo sistema, koji se ne može dalje razlagati bez narušavanja njegove funkcije. Svaki element deluje makar na još jedan element sistema i na svaki razmatrani element deluje bar jedan element iz sistema;
- Granica sistema deli fizički i funkcionalno sistem od njegovog okruženja. Sistem deluje na okruženje i okruženje deluje na sistem kroz promenjive okruženja;
- Projektne promenjive predstavljaju ulazne promenjive, na koje se može delovati u fazi modelovanja sistema. Projektne promenjive se definišu na nivou sistema, podsistema i elementarnih podsistema;
- Performanse sistema predstavljaju rezultat rada sistema i stepen ispunjenja postavljenog cilja;
- Promenjive okruženja se odnose na karakteristike okruženja sistema, odnosno iskazuju stepen i način na koji okruženje sistema deluje na sistem i na njegove performanse.

U savremenom okruženju prisutni su brojni sistemi koji se međusobno razlikuju po stepenu složenosti. Jednostavni (prosti) sistemi sadrže malo elemenata a time je i broj veza i međuodnosa mali. Složeni sistemi imaju veliki broj elemenata sa međusobnim vezama i odnosima, pa se njihova stanja, ponekad teško mogu predvideti.

Prirodni sistemi podležu prirodnim zakonitostima, pa se u skladu sa njima i razvijaju. Tehnički sistemi po svojoj prirodi mogu biti jednostavni ili složeni, što zavisi od njihove strukturne kompozicije i funkcionalne namene. Ukoliko u razmetranje uzmemo jedan složen sistem koji predstavlja jedno preduzeće (PPS). Elementi tog sistema su: zgrade, mašine, materijali, ljudi, transportna sredstva i dr. Osnovni cilj takvog sistema je finalni proizvod.

Osnovne karakteristike ovog sistema su da je to skup funkcionalno međuzavisnih jedinica-podsistema jer se svaki PPS sastoji od više podsistema (podsistemi=odeljenja za istraživanje i razvoj, marketing, proizvodnja, kadrovi, finansije, nabavka, prodaja, itd). Dalje, pored međuzavisnosti jedinica u okviru posmatranog sistema postoji i nužna povezanost sa elementima i jedinicama drugih sistema kao i sa okolinom. Naime, savremeni PPS ne mogu funkcionisati kao zasebna celina već obavezno u interakciji sa okolinom. U tom smislu se PPS javlja u vezi sa tržišnim okruženjem u cilju nabavke potrebnog repromaterijala

ali i kod ponude sopstvenih konačnih proizvoda. Interakcija sa drugim sistemima može biti u smislu komplementarnih proizvodnih programa. Kao sledeća karakteristika sistema izdvaja se mogućnost optimizacije-najefikasnije kombinovanje parcijalnih ciljeva pojedinih podsistema radi ostvarivanja osnovnog cilja. Naime, nemoguće je izvršiti optimizaciju PPS-a kao celine, već se optimizacija radi na nivou podsistema. Da bi jedan kompleksan sistem mogao da se kontroliše i da bi se njime upravljalo u cilju optimizacije, potrebno je prvenstveno razložiti ga na jednostavnije elemente kojima je lakše upravljati. Na kraju, kao narednu karakteristiku sistema, treba istaći da je posmatrani sistem (sistem koji se istražuje) uvek deo (podsystem) sistema višeg reda (na primer, PPS kao sistem je podsystem određene privredne grane).

Svaki sistem poseduje određena svojstva. Elementarna svojstva sistema su:

Složenost, koja je definisana brojem različitih stanja (promenljivih) u kojima se sistem može naći. Ukoliko je n broj elemenata u sistemu, maksimalni broj potencijalnih veza tih elemenata je: $v = n \cdot (n-1)$. Broj stanja u kojima se sistem može naći je: $s = 2^v$. Na taj način, za sistem od sedam elemenata sledi:

$$v = n \cdot (n-1) = 7 \cdot (7-1) = 42$$

$$s = 2^v = 2^{42} = 4 \cdot 10^{12}$$

Determinisanost, sa aspekta ovog svojstva sistemi mogu biti: determinisani i verovatni. Ukoliko je sistem sastavljen od podsistema čije ponašanje u narednom periodu vremena može da se predvidi (odnosno čija su buduća stanja poznata) onda se radi o determinisanom sistemu. Sistem, čije buduće ponašanje nije moguće predvideti, već samo pretpostaviti, predstavlja verovatni sistem-kod ovakvih sistema pronalazi se najveće moguća verovatnoća za predviđanje budućeg ponašanja. Naravno, mogućnost determinisanosti sistema zavisi u velikoj meri od njegove složenosti. Što je sistem složeniji, teže je uspostaviti njegovu determinisanost, Tabela 1.

Tabela 1. Primeri međuzavisnosti složenosti i determinisanosti sistema

SISTEM	PROST	SLOŽEN	VRLO SLOŽEN
DETERMINISAN	- kretanje prozora - dvostepeni prekidač	- računar - automatizovana proizvodnja	
VEROVATAN	- bacanje novčića - statistička kontrola	- zalihe - uslovni refleks čoveka - profit preduzeća	- ekonomika države - ljudski mozak - PPS

Struktura sistema, ukazuje na način formiranja veza između pojedinih jedinica. Najčešći slučaj je da se složeni sistemi budu sa nepoznatom strukturom. Kada postoji veoma mali broj informacija o stanju nekog sistema za njega se može reći da ima nepoznatu strukturu i time ulazi u sferu verovatnih sistema. Dovoljan broj informacija o podsistemima i vezama između njih koji se može koristiti radi predviđanja verovatnog budućeg stanja, podrazumeva poznatu strukturu sistema.

Pouzdanost, predstavlja verovatnoću da će sistem, odnosno podsistemi ostvariti zahtevane funkcije na način utvrđen osnovnim ciljem, odnosno parcijalnim ciljevima, ali u datim uslovima u postojećem okruženju. Definisani su otvoreni i zatvoreni sistemi. Zatvoreni sistemi nisu povezani sa okruženjem, odnosno postoji samo međuzavisnost podsistema i elemenata samo unutar sistema. Ovakvi sistemi ne postoje u praksi, egzistiraju samo otvoreni sistemi.

Optimizacija, optimalnost podrazumeva svojstvo koje obezbeđuje najbolja moguća stanja sistema, podsistema i njihovih veza u odnosu na okruženje, što dovodi do ostvarivanja unapred postavljenih ciljeva.

Dinamika, predstavlja svojstvo sistema da prelazi iz stanja u stanje u funkciji vremena.

Pošto se u industriji obično radi o rešavanju kompleksnih problema, uz korišćenje velikog broja resursa, neophodno je ovom problemu prići na jedan organizovan način. Najlogičniji i najispravniji pristup je projektni pristup rešavanju problema u savremenom poslovanju uz sistemski prilaz problemu. Na taj način se optimizacija sistema PPS-a podrazumeva kao program koji se sastoji iz većeg broja projekata optimizacije pojedinih podsistema.

Budući da je sistemski prilaz orijentisan na ciljeve, pri čemu su sredstva sekundarna kategorija razmatranja, neophodna je kreativnost u rešavanju problema jer najčešće ne postoji jednoznačno rešenje. Tu stupa na snagu potreba širokog teorijskog i tehničkog znanja menadžera proizvodnje, koji se javlja kao donosilac odluka o putu transformacije sistema iz jednog u drugo stanje i garant je stabilnosti sistema. Na tom putu rešavanja konkretnih organizacionih problema, informacije često nisu sasvim pouzdane i nema ih dovoljno te ih valja tražiti i tumačiti.

Sistemski prilaz problemu u industrijskoj praksi podrazumeva da on mora biti proučen sa teorijskog aspekta – naučno zasnovan. Naravno, teorijski pristup predstavlja idealizaciju stvarnosti, pri čemu koeficijent te idealizacije raste srazmerno kompleksnosti problema.

Kao korekcija pretpostavkama učinjenim u teorijskom pristupu koristi se empirijska baza u rešavanju problema. Na taj način se teorijske pretpostavke proveravaju u praksi i vrši njihova neophodna korekcija.

Kako je već rečeno, u realnosti postoje samo otvoreni sistemi, to znači da se pri sistemskom prilazu mora razmatrati i okruženje. Okruženje se može posmatrati kao skup elemenata i njihovih svojstava koji nisu deo sistema ali deluju na dinamički proces u sistemu. Na taj način okruženje može delovati na sistem kao ograničenje ili stimulacija. Najčešće se posmatra i jedan i drugi efekat okruženja:

$$E = f(S_i, O_i), \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

E – efekat okruženja na upravljanje sistemom,

S_i – stimulišući činilac,

O_i – ograničavajući činilac okruženja.

U praksi je uticaj okruženja veoma teško kvantifikovati. Informacije je najčešće potrebno konvertovati u prihvatljiv oblik.

4. KLASIFIKACIJA SISTEMA

Klasifikacijom se na određeni način savladava kompleksnost, odnosno kompleksne pojave se dovode u oblik koji čovek može lakše da shvati i razume. Klasifikacijom svaku pojavu činimo preglednijom i jasnijom, stoga se ona ne izvodi samo na početku nekog istraživanja već i na kraju kada smo stekli nova znanja o objektu istraživanja. Završna klasifikacija može značajno da se razlikuje od polazne, ukoliko je samo istraživanje dovelo do otkrića novih aspekata, ponašanja, relacija i zakonitosti o predmetu istraživanja.

U daljem tekstu biće prikazana jedna opšta klasifikacija sistema u kojoj se primenjuje sistemski pristup i metoda modelovanja. Osnovna klasifikacija sistema se odnosi na aspekt njihovog razmatranja. Sistemi se posmatraju na globalnom nivou (nivo celine), zatim sa aspekta unutrašnjih karakteristika kao i sa gledišta njihovog okruženja. Primenjujući ove aspekte dolazi se do sledećih obeležja sistema:

- Skup globalnih obeležja;
- Skup internih (unutrašnjih) obeležja;
- Skup obeležja okruženja.

U ovoj klasifikaciji dalje se globalna obeležja rasčlanjuju na:

- Način nastanka;
- Pojavni oblik;
- Složenost;
- Povezanost sa okruženjem;
- Funkcionisanje;
- Kompleksnost ponašanja.

Sa sistemskog aspekta na intenom nivou bitni su:

- Elementi sistema;
- Procesi sistema;
- Struktura sistema;
- Resursi sistema.

Od obeležja okruženja, sledeća zaslužuju bitnu pažnju:

- Smer dejstva;
- Objekat dejstva;
- Način ispoljavanja uticaja (izvesnost dejstva);
- Kvalitet uticaja;
- Kvalitet dejstva.

Sa ovako definisanim skupom obeležja određen je prostor u kojem se mogu smestiti svi realni sistemi. Kada za bilo koji konkretan sistem odredimo vrednost za pojedina obeležja, tada se i sistem može smestiti u adekvatnom prostoru stanja.

4.1. Podela sistema sa aspekta globalnih obeležja

Prema načinu nastanka sistemi se mogu podeliti na prirodne, veštačke i prelazne. Kada sistemi nastaju bez učešća čoveka, pod dejstvom prirodnih sila i zakona prirode, tada su to prirodni sistemi. U slučaju da je sistem stvorio čovek, ili je on nastao kao posledica ljudskog delovanja, tada je reč o veštačkom sistemu. Postoje i sistemi koji nastaju u interakciji čoveka i prirode i ne mogu se uvrstiti ni u kategoriju prirodnih, niti u kategoriju veštačkih sistema. Ove sisteme smeštamo u kategoriju prelaznih sistema.

Prema pojavnom obliku sistemi se grupišu u realne, apstraktne i realno-apstraktne sisteme. Svi materijalni, stvarni, fizički sistemi koji se mogu čulima prepoznati spadaju u realne sisteme. Apstraktni sistemi su oni koje ne možemo čulima detektovati već su oni idejne konstrukcije ljudi. Složeni sistemi (na primer poslovni sistemi ili organizacije) mogu istovremeno u sebi da sadrže materijalne ali i apstraktne komponente.

Složenost sistema je obeležje koje na globalnom nivou odražava sve njegove unutrašnje karakteristike. Prema tome na složenost deluju ponašanje pojedinih elemenata sistema, njihov broj, način njihovog povezivanja, kao i niz procesa koji se u sistemu odigravaju. Prema stepenu složenosti razlikujemo proste, složene, veoma složene i kompleksne sisteme. Prosti sistemi imaju mali broj elemenata, određenu (determinističku) strukturu, jednostavna predvidiva ponašanja i ne postoje metodološke prepreke za njihovo ispitivanje. Složeni sistemi imaju nešto veći broj elemenata, složeniju strukturu, ponašanja imaju izvetan nivo kompleksnosti ali su i dalje određena. U izvesnim slučajevima postoje metodološka ograničenja u njihovom ispitivanju. Veoma složeni sistemi imaju veliki broj elemenata, složenu strukturu koja je određena ali su im ponašanja stohastička. Naime, njihova ponašanja su teško predvidiva i postoje teoretske i metodološke poteškoće u njihovim ispitivanjima. Kompleksni sistemi, pored toga što imaju veliki broj elemenata, veoma složenu strukturu koja nije određena i imaju stohastičko ponašanje. Ovi sistemi se ne mogu pojednostaviti a da se pri tome njihova suština ne izmeni. Postoji veliki broj teoretskih, metodoloških i praktičnih problema pri njihovom ispitivanju i istraživanju.

Što se tiče podele sistema sa aspekta povezanosti sa okruženjem, prvo je potrebno reći da u apsolutnom smislu nema izolovanih sistema. Izolovanost sistema i prestanak interakcije sa okruženjem može se javiti samo u slučajevima kada pri rešavanju određenih praktičnih ili teorijskih problema, objekat istraživanja u određenom momentu posmatramo izdvojeno od njegovog okruženja. Prema tome, kada se sistemi razmatraju iz tog ugla možemo ih podeliti na otvorene, zatvorene i poluotvorene sisteme. Otvoreni sistemi su oni koji imaju punu – dvosmernu interakciju sa svojim okruženjem. To znači da okruženje deluje na sistem ali i sistem na okruženje. Zatvoreni sistemi bi bili oni koji ne deluju na svoje okruženje niti okruženje deluje na njih. U realnom svetu ovakvi sistemi ne postoje, već se oni uvode samo za potrebe analize sistema. Poluotvoreni sistemi se svrstavaju u posebnu kategoriju sistema. Oni imaju samo dejstvo u prevcu okruženja ili samo dejstvo okruženja na njih. Dakle, ovi sistemi imaju samo ulazne ili samo izlazne veličine. Sistemi koji imaju samo izlaze nisu retki u prirodi jer ovde spadaju sve neobnovljivi izvori energije, rudnici, nalazišta nafte, itd. Sisteme koji imaju samo ulazne veličine su takođe prisutni u velikom broju, to su paraziti, deponije, određene zatvorene baze podataka, itd. Zajednička karakteristika poluotvorenih sistema je da oni postoje samo dok postoji potencijalna razlika između njih i njihovog okruženja.

Funkcionisanje je veoma složena karakteristika sistema i može se posmatrati iz različitih uglova. U okviru razmatranja sistema prema funkcionalnosti, to može biti prema: dinamičnosti, načinu ispoljavanja, trajanju, izvesnosti, stabilnosti, itd.

Prema kompleksnosti ponašanja se sistemi zapravo kategorišu putem razmatranja stepena razvijenosti njihovog upravljanja. Kako je kibernetika nauka o upravljanju složenim dinamičkim sistemima, grupisanje sistema sa aspekta upravljanja je istovremeno i kibernetička klasifikacija sistema. Na taj način sistemi se dele na:

- Samoregulišuće sisteme;
- Adaptivne sisteme;
- Samoobučavajuće sistema;
- Samorazvojne sisteme.

Kompleksnost sistema raste od samoregulišućih ka samorazvojnim, pri čemu najviši nivo sistema (samorazvojni u sebi sadrži sve osobine nižih nivoa sistema).

4.2. Podela sistema sa aspekta internih obeležja

Od mnogobrojnih mogućih pogleda, sistem će sa aspekta internih obeležja biti razmatran kroz svoje elemente, procese, strukturu i resurse.

Elementi sistema su materijalni i idejni objekti koji pripadaju sistemu. Osobine i ponašanja sistema kao celine u izvesnoj meri zavise od karakteristika njenih elemenata.

Procesi sistema dolaze u prvi plan kada se sistem posmatra iz ugla promena, ponašanja i funkcija, odnosno kada se izučava dinamika sistema.

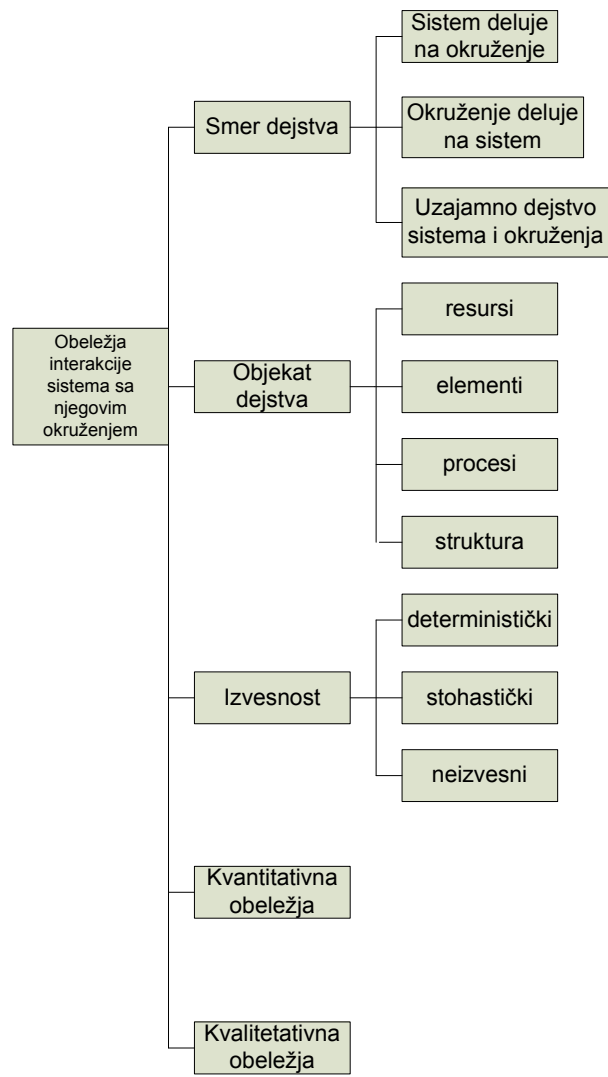
Struktura sistema kao način povezivanja elemenata u celinu je značajna odrednica svakog sistema. Kvalitet sistema kao celine direktno zavisi od njegove strukture, odnosno načina na koji su elementi ukomponovani u više agregate.

Resursi su pokretačka sila svakog sistema. Bez resursa nemože biti ni procesa u sistemima kao ni njihove dinamike (kretanja u sistemu). Resursi su takođe bitan element interakcije sistem sa njegovim okruženjem.

4.3. Podela sistema sa aspekta interakcije sa njihovim okruženjem

U svim definicijama sistema, on se pojavljuje kao celina koja ima određene elemente, strukturu, ponaša se na određeni način i nalazi se u određenom okruženju. Kada se posmatra interakcija sistema i njegovog okruženja tada možemo imati tri pristupa: sa strane sistema, sa strane okruženja i iz ugla same interakcije.

Ukupna podela sistema sa aspekta interakcije sa okruženjem data je na slici 7.



Slika 7. Klasifikacija interakcije sistema i njegovog okruženja

5. SISTEMSKI PRISTUP PROCESIMA

Sistemska pristup je relativno nov naučni pristup i metod, koji se sve više primenjuje u izučavanju složenih dinamičkih sistema (tehničkih, prirodnih, ekonomskih i društvenih).

Za sistemski pristup je karakteristično da pojavu koja je predmet proučavanja posmatra kao sistem i to ne rastavljen na elementarne delove, već kao celinu koja je sastavljena od više međusobno povezanih podsistema a koja je opet i sama deo neke druge druge celine – sistema višeg reda.

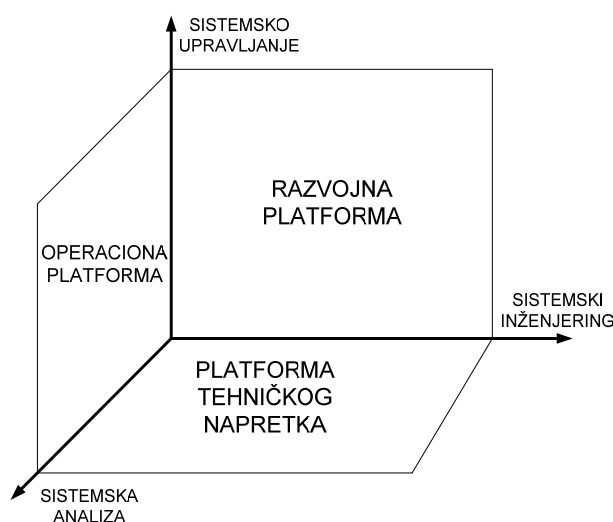
Radi se o višoj fazi u metodologiji naučnog istraživanja, metodi koja nosi elemente univerzalnosti, odnosno interdisciplinarnosti, što znači da ova metodologija na osnovu analogije sistemskih struktura koristi rešenja postignuta u raznim naučnim oblastima za potrebe rešavanja postavljenog zadatka.

Izraz „**Sistemska pristup**“ se upotrebljava u raznim poljima nauke i privrede, sa često konfužnim i neadekvatnim definisanjem.

Osnovne tri kategorije aktivnosti, koje sačinjavaju sistemski pristup su:

- Sistemska analiza (prvi vektor);
- Sistemski inženjering (drugi vektor) i
- Sistemsko upravljanje (treći vektor).

Na osnovu navedenog, sistemski pristup se može posmatrati trodimenzionalno, pri čemu gore navedena tri vektora formiraju trodimenzionalni sistemski prostor, kao što je dato na slici 8.



Slika 8. Trodimenzionalni sistemski prostor

Upoređenje između klasičnog i analitičkog pristupa je data u tabeli 2

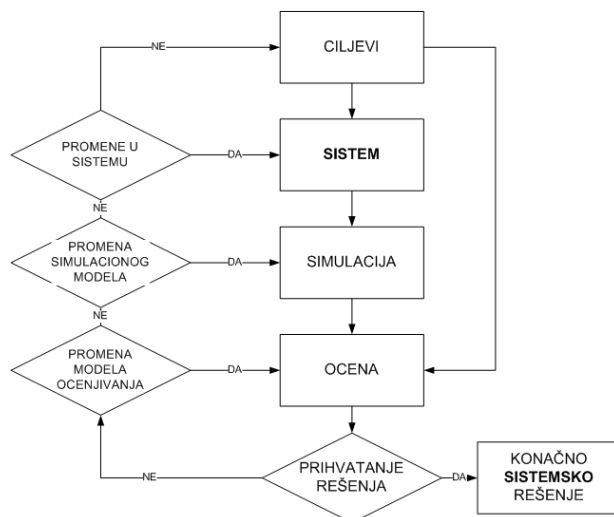
Tabela 2. Komparacija klasičnog (analitičkog) i sistemskog pristupa procesima

ANALITIČKI PRIKAZ ANALYTIC APPROACH	SISTEMSKI PRIKAZ SYSTEMIC APPROACH
- izolovati elemente i proučavati ih	- koncentrisati se na interakciju-međudejstvo između elemenata
- proučavati svojstva interakcije-međudejstva	- proučavati efekte interakcija-međudejstva
- naglasiti osobine elemenata	- naglasiti globalno ponašanje
- modifikovati po jednu promenljivu (varijablu) u vremenu	- modifikovati grupe promenljivih istovremeno
- zadržati nezavisnost od vremena trajanja	- integrisano vreme trajanja i nereverzibilnost
- tačnost podatak se potvrđuje eksperimentima i saglasnosti sa postojećim teorijama	- tačnost se ustanovljava poređenjem ponašanja modela sa stvarnim ponašanjem sistema
- pristup je efikasan ako su interakcije između elementa slabe i linearne	- pristup je efikasan ako su interakcije između elementa jake i nelinearne
- jednodisciplinarni pristup	- multidisciplinarni pristup
- programiranje i dizajniranje u detaljima	- dizajniranje za dostizanje zadatih ciljeva
- potrebno poznavanje detalja i okvirno znanje o postavljenim ciljevima	- potrebno je poznavanje ciljeva i poznavanje detalja u meri u kojoj oni utiču na dostizanje postavljenih ciljeva

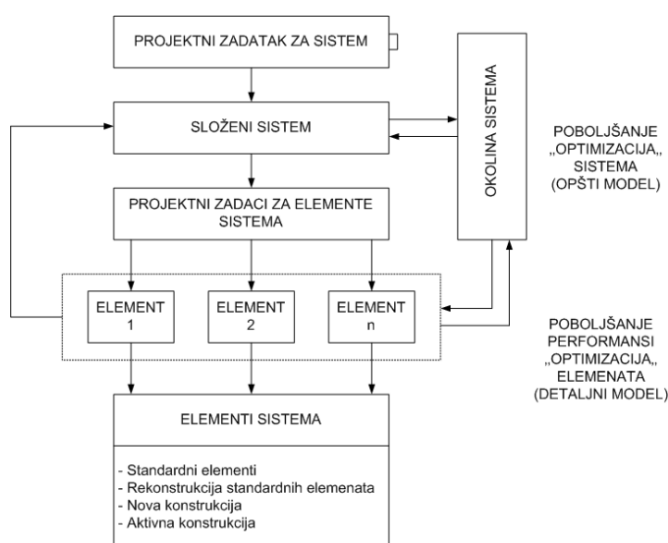
Za razliku od klasičnog (analitičkog) pristupa, sistemskim pristupom se problemi rešavaju po fazama i taj proces traje dok se ne nađe optimalno rešenje, odnosno dok se performanse sistema ne dovedu na traženi nivo. Etape se mogu definisati kao:

- Definisanje predmeta proučavanja, celine, sistema, koji je po pravilu podsistem sistema višeg reda;
- Definišu se funkcije podsistema i elemenata sistema;

- Sistem i njegovi podsistemi se definišu kao objekti koji su povezani sa okolinom;
- Definišu se veze proučavanog objekta sa okolinom;
- Definišu se osnovni elementi sistema (dekompozicija) i njihova hijerarhijska struktura;
- Definiše se međusobna povezanost podsistema i elemenata sistema, odnosno struktura sistema – podsistema;
- Traženje optimalnih rešenja na nivou sistema kao celine, u cilju dobijanja optimalnih performansi, kao što je dato algoritmom na slici 9;
- Ukoliko se optimalno rešenje ne može pronaći na sistemskom nivou, prelazi se na nivo elemenata i na poboljšanje njihovih performansi, kao što je dato na slici 10.



Slika 9. Optimizacija performansi na nivou sistema



Slika 10. Optimizacija performansi na nivou elemenata sistema

5.1. Sistemska analiza

Savremeni čovek se suočava sa sve složenijim tehničkim, tehnološkim, ekonomskim i drugim sistemima, što postavlja zahteve za razvojem metodologija za upoznavanje i rešavanje problema, u meri dovoljnoj da se predvidi ponašanje složenog sistema. Punu afirmaciju sistemska analiza dobija pojavom kibernetike (o kibernetici će više biti rečeno u narednim poglavljima), teorije sistema i računarske tehnologije. Početak upotrebe sistemske analize se vezuje za II svetski rat i rad Američke korporacije RAND, koja je razradila čitav sistem postupaka za donošenje odluka a za potrebe ratnog vazduhoplovstva SAD. Kasnije su tako razvijene metode postale sastavni deo metodologije makroplaniranja, posebno u oblasti nacionalne bezbednosti, za razvoj programa svemirskih istraživanja da bi zatim sledili drugi veliki vojni i civilni projekti. Sada već postoji čitav niz postupaka u okviru različitih menadžerskih teorija, počevši od sistema za upravljanje radnom snagom, preko informacionih sistema, sistema za statističku kontrolu različitih procesa, itd.

Sistemska analiza predstavlja sveobuhvatni pristup problemu i njegovom rešenju. Osnovna svrha je da pronađe put za rešavanje problema i time omogući poboljšanje funkcionisanja sistema, odnosno dostizanje zadatog cilja sistema.

Sistemska analiza obuhvata ispunjavanje ciljeva sistema, izbor kriterijuma za ocenu alternativnih rešenja, ispitivanje mogućnosti primene predloženih rešenja, ocene mogućih primena i izbor optimalnog rešenja.

Ovo se može ostvariti pošto se najpre prikupe sve relevantne činjenice, koje je potom potrebno međusobno povezati, čime se obezbeđuje osnov za donošenje odluke. Metodologijom sistemske analize utvrđuju se mogućnosti, odnosno performanse sistema, njegova ograničenja, zahtevi za potrebnim resursima, uključujući i interakcijske odnose sa okruženjem.

Osnovne faze sistemske analize su:

1. Definisanje problema;
2. Prepoznavanje, definisanje, kvantifikacija ciljeva sistema;
3. Definisanje, prepoznavanje granica sistema;
4. Analiza potreba korisnika;
5. Merenje efikasnosti sistema;
6. Funkcionalna analiza;
7. Ocene ograničenja;
8. Razgraničenje mogućih varijantnih rešenja;
9. Ocena realnih alternativa.

Bitno je istaći da se u sistemskoj analizi ne eksperimentiše sa stvarnim sistemom, već sa njegovim modelom.

5.2. Sistemski inženjering

Sistemski inženjering je vrhunski proces inženjeringa, koji je obično povezan sa razvojem svakog kompleksnog sistema i predstavlja stvaralački razvojni proces. Sistemski inženjering je sličan osnovnom inženjeringu ali detaljnih analiza vezanih za konstrukciju pojedinih podsistema.

Polazi se od koncepta celog sistema, koji je postavljen u sistemskoj analizi i ima zadatak njegove razrade. Potom se utvrđuju i specificiraju karakteristike podsistema (kao sastavnih delova sistema) koje treba razviti, ispitati, proizvesti i oceniti u skladu sa razvojnim planom.

Razvojeni plan predstavlja akcioni plan zadataka i aktivnosti koji omogućuje integrisanje novih i postojećih elemenata i podsistema u novi složeni sistema.

Najveća vrednost procesa sistemskog inženjeringa je pružanje logičkog postupka za objektivnu identifikaciju i ocenu većeg broja alternativnih rešenja.

Metodologija sistemskog inženjeringa se naročito uspešno primenjuje kod razvoja kompleksnih sistema, kao što su:

- procesi proizvodnje;
- saobraćajno-transportni sistemi;
- upravljanje preduzećem;
- analiza tržišta, proizvodnog programa;
- korišćenje i raspodela prirodnih bogatstava, itd.

5.3. Sistemsko upravljanje

Sistemsko upravljanje je kontrolno-upravljačka funkcija koja deluje tokom celog ciklusa i svih faza sistemskog inženjeringa.

Ciljevi sistemskog upravljanja su: planiranje, upravljanje i kontrola.

Dokumentacija projekta razvoja određenog sistema je najvažniji element sistemskog upravljanja. Dokumentacija se sastoji od:

- specifikacije:
- materijala,
- opreme;

- tehničkih creteža;
- dokumenata kontrole i testiranja;
- planova realizacije:
 - terminiranja,
 - izveštavanje;
- ispitivanja, simulacije, utvrđivanja tačaka zastoja, itd;
- finansijskog izveštaja.

6. ANALIZA SISTEMA

Sistemi kao ograničene celine se javljaju od momenta kada razvoj ljudske civilizacije došao na taj nivo u kojem je iz praktičnih razloga, apstraktne tvorevine ljudske mašte, postalo potrebno svesti na konačan oblik. Ljudski um teško prihvata beskonačnost, tako da je apstrakcija sveta i ljudskog okruženja kao beskonačnosti kojom upravlja superiorna nadljudska sila imalo utemeljenja samo do nivoa dok ljudi kao vrsta nisu došli do tehnološkog nivoa u kojem su mogli da deluju na organizovanu promenu tog okruženja. Samim time, bilo je potrebno definisati konačne granice sistema kojima se želelo upravljati. Na taj način, sistem se javlja kao težnja da se spozna realni svet, odnosno objekti i odnosi u tom realnom svetu.

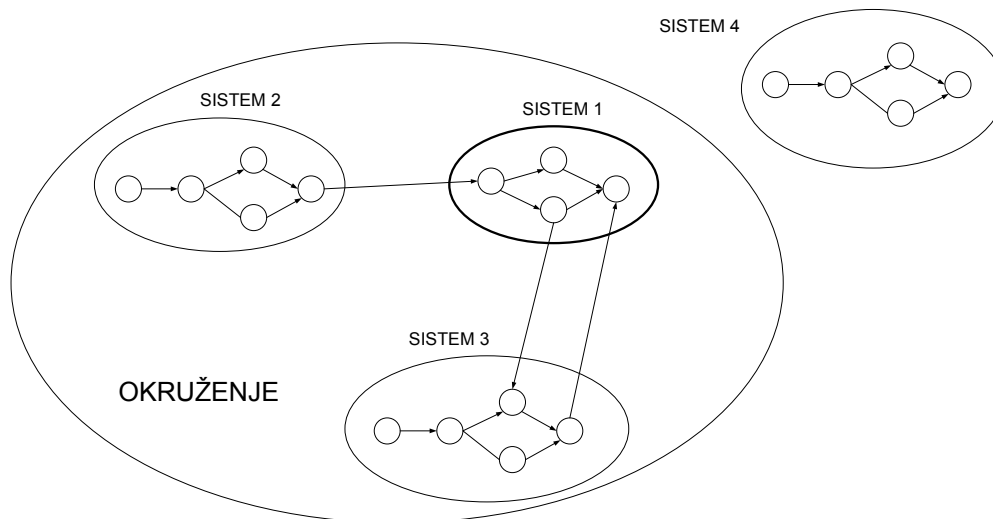
Kod proučavanja sistema javljaju se postupci analize i sinteze. Analiza se javlja pri proučavanju postojećih sistema, gde se oni rasčlanjuju, odnosno vrši se njihova dekompozicija. Sinteza se primenjuje pri dizajnu (projektovanju) novih sistema.

6.1. Sistem i okruženje

Najopštije se može reći da je okruženje sistema sve ono što se nalazi van sistema. Ipak, ovo je veoma širok pojam, koji bi u krajnoj liniji mogao da se svede na to da je okruženje bilo kojeg sistema čitav univerzum. Ipak, sa aspekta analize i optimizacije određenog sistema, nas svakako ne interesuje čitav univerzum kao okruženje datog sistema, već samo njegov deo koji ima evidentnog uticaja na razmatrani sistem. Drugim rečima, kao okruženje sistema, mi razmatramo onaj deo prostora koji može imati uticaja na posmatrani sistem.

Uticaj okruženja na razmatrani sistem je najlakše opisati time, da svaka promena u okruženju izaziva određenu reakciju samoga sistema, i obrnuto. Kako su svi sistemi u prirodi dinamički sistemi, izvesno je da stacionarno stanje između sistema i okruženja može da se uspostavi samo uslovno.

Kao jedna od definicija okruženja sistema može se navesti: Pod okruženjem jednog sistema treba podrazumevati celokupnost svih susednih sistema koji imaju najmanje jedan element čija je ulazna veličina istovremeno i izlazna veličina razmatranog sistema, i obrnuto. Ilustracija date definicije je data na slici 11.



Slika 11. Sistem i okruženje

Zadatak za predavača: Nacrtati sisteme 1 – 4, sa svim interakcijskim vezama ali bez linije granice okruženja i postaviti pitanje studentima gde je linija granice okruženja. Kroz ovu sliku objasniti i interakcije između elemenata sistema (prikazane strelicama koje mogu biti u jednom, ili oba smera), kao i interakcije između elemenata različitih sistema. Ukazati na razliku granice sistema i granice okruženja sistema.

Zadatak za studente: u grupama od troje, potrebno je da tokom 15 minuta razmišljaju o određenom realnom sistemu, interakcijama tog sistema sa susedima, granici samog sistema i granicama okruženja sistema.

6.2. Prikazivanje sistema

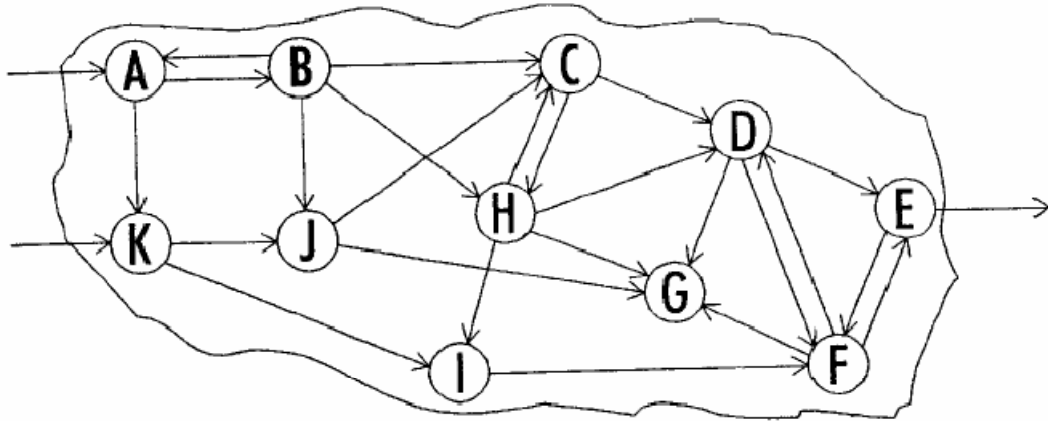
Pojam sistema se uvodi u svojstvu postojećeg ili planiranog uzajamnog povezivanja elemenata ili različitih procesa koje treba spoznati i proučiti. Mogući načini prikazivanja sistema su:

- grafičko prikazivanje (strukturna šema, organizaciona šema);
- prikazivanje sistema strukturnim (blok) dijagramim;
- prikazivanje (transformacija) sistema matricom prelaza i
- kinematski prikaz sistema.

Koji način prikaza će se upotrebiti zavisi od namene predstavljanja i cilja koji se želi postići predstavljanjem sistema.

6.2.1. Grafičko prikazivanje sistema

Grafičko prikazivanje sistema je najjednostavniji ali i najrazumljiviji način prikaza. Sistem se može predstaviti u obliku strukturne šeme sa neznacenim međusobnim vezama i uticajima pojedinih elemenata, kao što je dato na slici 12.

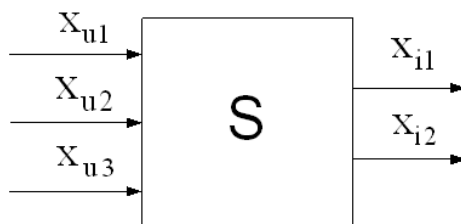


Slika 12. Strukturni šematski prikaz sistema

Sistem se takođe može prikazati i u obliku uprošćenog tehničkog crteža (skice) kao i detaljnim tehničkim crtežom.

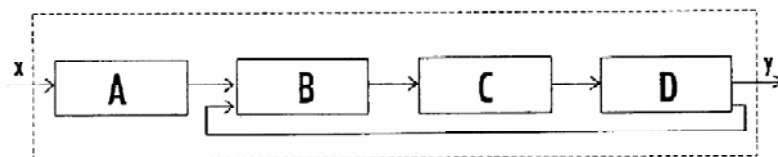
6.2.2. Strukturni –blok - diagram sistema

Uprkos velikoj raznolikosti pojavnih oblika sistema, postoje i izvesna zajednička svojstva kod većine sistema. Da bi se svojstva sistema uočila, sistem se posmatra kao „crna kutija“. To je ujedno i najjednostavniji oblik strukturnog – blok – dijagrama sistema. Struktura i sva svojstva sistema (na različitim nivoima) se izražavaju kroz reakciju sistema na spoljne veličine koje na njega deluju. Svi bitni uticaji se uzimaju kao ulazne veličine, dok se sve bitne reakcije sistema na ulazne veličine registruju kao izlazne veličine, kao što je prikazano na slici 13.



Slika 13. Sistem kao „crna kutija“

Ipak, prikaz sistema po principu „crne kutije“ ima izvesna ograničenja u smislu nepostojanja mogućnosti analize međusobnog uticaja elemenata sistema. Dijagram sistema, koji je raščlanjen, detaljan, tako da je simbolički prikazana struktura sistema i međudejstvo njegovih elemenata naziva se strukturni - blok dijagram sistema. Strukturni blok dijagram sistema potpuno prikazuje složenost sistema. Opšti oblik strukturnog blok dijagrama sistema je dat na slici 14.



Slika 14. Opšti oblik strukturnog blok dijagrama sistema

Strukturni blok dijagram zapravo prikazuje uzročnost pojave u procesu rada sistema, koja je izražena i izazvana datom strukturom sistema.

6.2.3. Prikazivanje (transformacija) sistema matricom prelaza

Sistem prikazan strukturnim dijagramom na slici 14, može se prikazati i transformacijom kao:

$$T: \begin{bmatrix} x_u & A & B & C & D & D \\ A & B & C & D & B & X_i \end{bmatrix}$$

pri čemu je:

x_u – ulazna veličina, element koji deluje - operator,

element na koji se deluje - operand,

x_i – izlazna veličina (rezultat transformacije sistema) – transfor ili lik.

Matrica prelaza razmatranog sistema sa slike 10, je:

Tabela 3. Matrica prelaza sistema

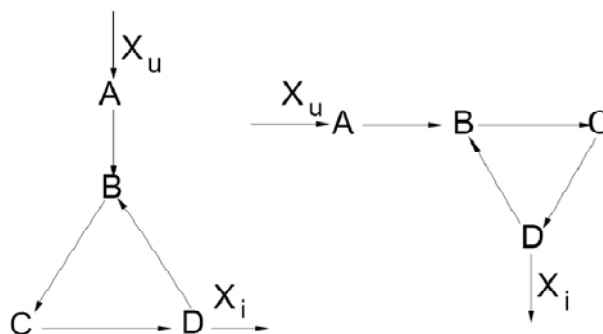
Operator Operand	A	B	C	D
A	0	0	0	0
B	1	0	0	1
C	0	1	0	0
D	0	0	1	0

U matrici su dejstva između pojedinih elemenata sistema označena jedinicom (1). Tamo gde nema dejstva piše se 0 ili se ostavlja prazno polje u

matrici. Takođe, poštuje se pravac dejstva u sistemu. Npr, između elemenat A i B postoji interakcija i ona je u pravcu $A \rightarrow B$. Kada bi bila obostrana interakcija, tada bi i u polju $B_{operator} \rightarrow A_{operand}$ takođe stajala 1.

6.2.4. Kinematski prikaz sistema

Za kinematski prikaz sistema se koriste usmereni grafovi stanja. Za sistem predstavljen strukturnim dijagramom na slici 14, moguć je sledeći kinematski prikaz, slika 15.



Slika 15. Kinematski prikaz sistema

Zadatak za predavača: skicirati strukturni dijagram nekog jednostavnijeg sistema i dati zadatak studentima da definišu Matricu prelaza sistema i kinematski prikaz sistema.

6.3. Broj mogućih veza u sistemu

U teoriji sistema postoji način pomoću kojeg se može utvrditi minimalni broj veza koje moraju postojati između pojava da bi se pojave zvale sistemom i činile celinu. Takođe, moguće je izračunati i maksimalni broj mogućih veza u sistemu.

Ukoliko je broj elemenata sistema N , tada je najmanji (minimalni) potrebn broj veza:

$$V_{min} = N - 1 \quad (6.1)$$

Najveći (maksimalni) mogući broj internih veza (bez veza elemenata sa samim sobom) je:

$$V_{max} = N \cdot (N - 1) \quad (6.2)$$

Kako bismo shvatili smisao veza u sistemu, razmotrimo primer jedne organizacione jedinice određenog poslovnog sistema koja se bavi marketingom. U ovoj organizacionoj jedinici zapošljeno je 20 osoba – marketing menadžera. Od top menadžera kompanije zapošljeni su dobili zadatak da definišu ideju o

novoj ambalaži jednog njihovog proizvoda. Reč je o soku koji se pakuje u limenke. Potrebno je u potpunosti osmisлити dizajn nove limenke. U ovom slučaju, svaki od učesnika u rešavanju ovog problema može imati po jednu ideju, njegovu ideju mora da čuje i razmotri svih ostalih 19 članova tima, na taj način, maksimalni mogući broj veza u sistemu je $V_{\max} = 20 \cdot 19 = 380$. To je izuzetno važna informacija sa stanovišta upravljanja jer ukoliko sistem želite dovesti na nivo efikasnog ponašanja, morate doći do konsenzusa, dakle ne možete imati 380 različitih stavova o dizajnu limenke jer onda nećete imati novu limenku ili ćete imati 380 različitih limenki za isti proizvod. Prema tome, u smislu konsenzusa, znači da morate odbaciti 379 različitih stavova i doći do jednog zajedničkog. S upravljačkog stanovišta znači da nam je potrebno vreme, koje kao faktor određuje koliko ima smisla insistirati na svim mogućim vezama koje postoje u sistemu, ali treba znati da je to sistemski moguće. Prema tome, što je veći broj elemenata (članova) određenog sistema (u ovom slučaju organizacione jedinice, sve je teže doći do konsenzusa ukoliko je prisutna ravnopravnost svih članova sistema). U organizacionom pogledu se zato odluke ovakve vrste poveravaju timovima sa manjim brojem članova, ili određeni član tima ima veća ovlašćenja u odlučivanju od ostalih. U tom slučaju, ukoliko imamo jednog rukovodioca sektora marketinga, tada je minimalni mogući broj veza u sistemu: $20-1=19$, što je značajno manji broj alternativa koje treba razmotriti.

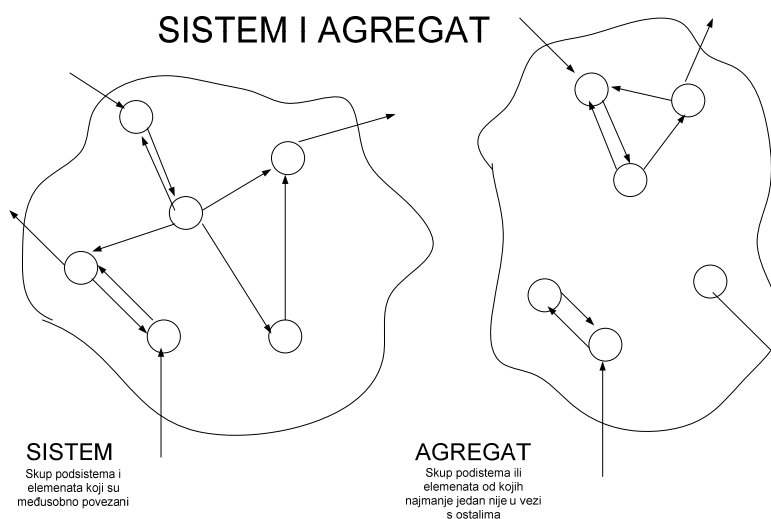
6.4. Sistem ili agregat

Kao što je već rečeno, neku pojavu definišemo kao sistem samo ukoliko su određeni podsistemi (ili elementi) u međusobnoj direktnoj ili indirektnoj vezi. Dakle, ukoliko su svi elementi i podsistemi u direktnoj ili indirektnoj vezi, može se reći da čine sistem.

S druge strane, ono što se u teoriji sistema naziva agregatom su oni skupovi podsistema koje mogu biti prostorno ili vremenski bliske jedna drugoj ali nisu ni u direktnoj ni u indirektnoj međusobnoj vezi. Na slici 16, dat je odnos sistema i agregata.

Kao primer uzmimo situaciju da predavač govori, a studenti to čuju jer predavač proizvodi vibraciju u obliku izgovorenih reči koje stižu do audio sistema studenata i ulaze u njihovu memoriju ukoliko profesora čuju (sistem).

S druge strane, ukoliko neki studenti nešto drugo rade koncentrirano, npr. ukoliko međusobno pričaju, a fizički su i vremenski u blizini predavača, u tom slučaju ne čine sistem već agregat.

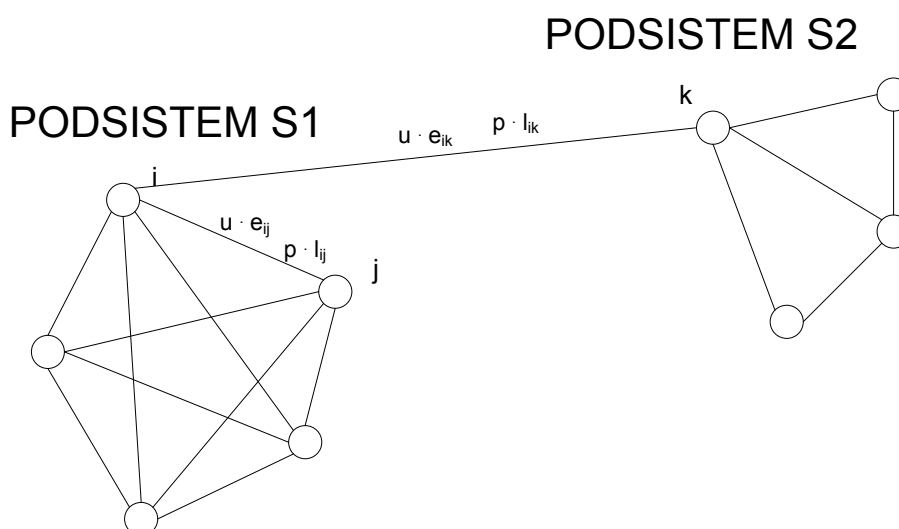


Slika 16. Sistem vs. agregat

6.5. Granica i rast sistema

Određivanje granice sistema nije čisto egzaktna proces, već je i stvar procene, iskustva i intuicije onoga ko definiše sistem. Takođe ovaj proces zavisi i od vrste i karaktera sistema. Kod društvenih, ekonomskih i poslovnih sistema je ovaj zadatak posebno otežan zbog velikog broja interakcija ovakvih sistema. Kod tehničkih sistema, kao što je na primer sistem distribucije električne energije, ovaj posao je takođe kompleksan, ipak tu je moguće primeniti i određene egzaktna metode koristeći intenzitet njihovih međusobnih veza.

Na slici 17, prikazana su dva podsistema sistema višeg reda, sa indirektnim vezama između elemenata koji pripadaju različitim podsistemima.



Slika 17. Efekat direktnog ili indirektnog povezivanja elemenata sistema

Sa i i j označavamo elemene podsistema $S1$. Sa e_{ij} označen je intenzitet direktne veze (veze između elemenata istog podsistema), dok je sa l_{ik} označen intenzitet indirektnih veza (veza između elemenata različitih podsistema). Efekat direktnih veza biće označen sa u , dok je relativni efekat indirektnih veza označaven sa p . Karakter veličine u je takav da je potreban uslov, da bi elementi i i j bili u istom podsistemu:

$$u \cdot e_{ij} > e_{ij} \text{ (prema tome } u > 1) \quad (6.3)$$

za slučaj $u < 1$, elementi i i j , mogu ali ne moraju biti u istom podsistemu.

Radi određivanja nivoa pripadnosti elemenata određenom podsistemu uvodi se grupni indeks (GI). Treba očekivati da će efekat umnožavanja veza rasti ako su elementi u istom podsistemu a opadati ako pripadaju različitim podsistemima.

Linearna jednačina grupnog indeksa za elemente i i j se može prikazati na sledeći način:

$$GI_{ij} = u \cdot e_{ij} + p \cdot l_{ij} \quad (p \geq -1) \quad (6.4)$$

Sve dok indeks p ima negativnu vrednost on predstavlja efekat indirektnih veza u sistemu, ukoliko p dostigne pozitivnu vrednost tada i on postaje merilo efekta direktnih veza.

Primena GI u određivanju pripadnosti elemenata istom podsistemu.

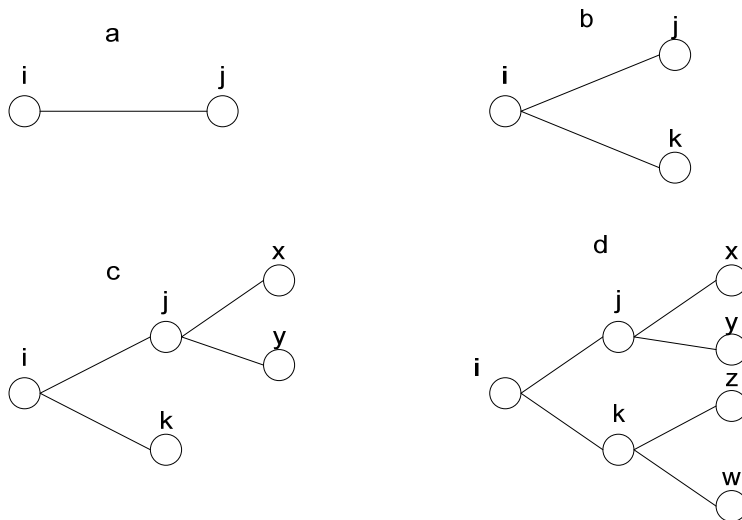
Pravilo 1: Element i je sa elementom j u istom podsistemu, ukoliko element i ima veći GI prema tom elementu nego prema bilo kom drugom elementu, i obratno, što se može prikazati na sledeći način:

$$\text{If } GI_{ij} > GI_{ik} \quad (k=1,2,\dots,n)$$

$$\text{or } GI_{ji} > GI_{jk} \quad (k=1,2,\dots,n)$$

$$\text{then } i \wedge j \in S1$$

Ovim algoritmom se pronalazi prvi par elemenata podsistema $S1$ (par elemenata sa maxGI), slika 18a, potom se nalazi sledeći element koji sa elementom i ispunjava gornji uslov (slika 18b) i tako se redom pripajaju novi parovi elementa i podsistemu $S1$. Nakon toga, vrši se dalje uparivanje elemenata koji sa elementom j već grade podsistem (slika 18c i 18d). Na taj način se širi mreža elemenata razmatranog podsistema ($S1$) – grananjem.



Slika 18. Rast sistema (podsistema)

Pri korišćenju ove metodologije, postavlja se pitanje granice rasta sistema (podsistema). Odnosno, koji je kriterijum za zaustavljanje gornjeg algoritma.

Pravilo 2: Granični kriterijum rasta podsistema je:

$$GI_{ij} > Z \cdot \frac{1}{M} \sum_{\text{vec formiranih parova}} GI \quad (6.5)$$

U gornjoj jednačini je Z kriterijum intenziteta dodavanja novih parova podsistemu. Kreće se u granicama 0-1; M – broj prethodno pridruženih parova;

$\sum_{\text{vec formiranih parova}} GI$ - suma grupnog indeksa već formiranih parova elemenata.

Razmotrimo malo gornji kriterijum. Za slučaj Z = 0, jednačina 6.5, dobija oblik: $GI_{ij} > 0$

Prema tome, podsistem može slobodno da raste sve dok su grupni indeksi novih parova veći od 0. Ukoliko pogledamo jednačinu 6.4, GI bilo kog para elemenata je veće od nule sve dok relativni koeficijent p ne dobije dovoljno veliku negativnu vrednost. Ukoliko je p izrazito negativno ($p \cong 0$) i nije ispunjen uslov 6.3, prestaje dodavanje novih elemenata podsistemu.

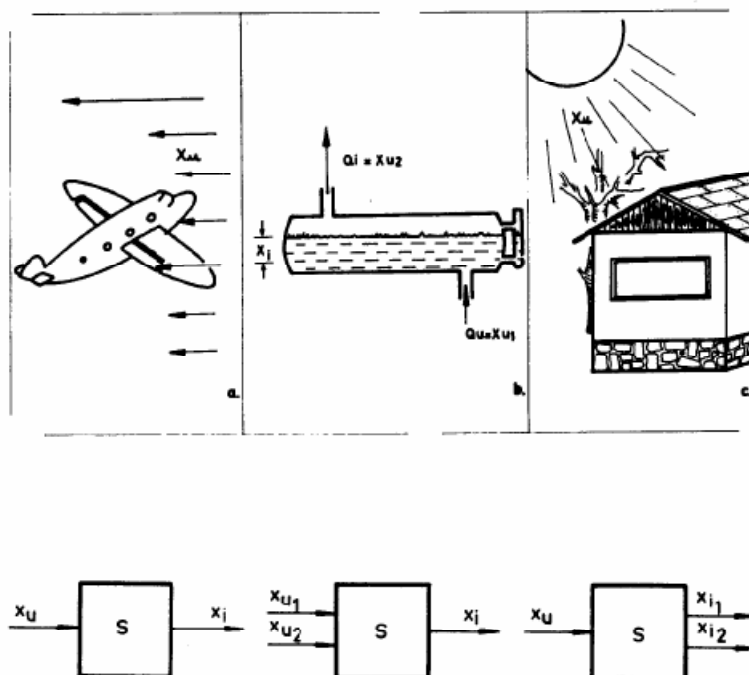
U slučaju da je Z = 1, tada se jednačina 6.5 transformiše tako da GI_{ij} treba da je veće od aritmetičke sredine sume grupnih indeksa svih već formiranih parova. U ovom slučaju je kriterijum za uvođenje novih parova podsistemu znatno oštrij, time će i podsistem biti mnogo manji nego u prethodnom slučaju.

Na taj način, manja vrednost kriterijuma intenziteta Z , favorizuje velike podsisteme, dok veća vrednost Z favorizuje veliki broj manjih podsistema u sistemu.

6.6. Ulazne i izlazne veličine sistema

Na sistem u opštem slučaju deluje q različitih veličina koje se označavaju sa $x_{u1}, x_{u2}, \dots, x_{uq}$. Na sistem, pored navedenih q veličina, može delovati i veliki broj drugih ulaznih veličina, ali se pretpostavlja da samo njih q bitno utiče na ponašanje posmatranog sistema.

Po definiciji, ulazna veličina sistema, je ona spoljna veličina koja bitno utiče na rad i ponašanje sistema. Označava se sa x_u , a njeno dejstvo na sistem se označava strelicom usmerenom ka sistemu. Vrednost ove veličine u trenutku t se označava sa $x_u(t)$. Primeri ulaznih i izlaznih veličina su dati na slici 19.



Slika 19. Primeri ulaznih i izlaznih veličina sistema

Brzina strujanja vazduha (vetar), bitno utiče na kretanje i brzinu aviona, pa predstavlja ulaznu veličinu sistema (avion). Za nivo vode u rezervoaru kotla, bitno je koliki je dotok vode Q_u i odvod pare Q_i , te oni predstavljaju ulazne veličine sistema, i to: $x_{u1} = Q_u$ i $x_{u2} = Q_i$. Ovaj primer pokazuje da ulazna veličina ne označava nužno i veličinu koja fizički ulazi u sistem, već je to veličina koja bitno utiče na dinamičko ponašanje sistema. Intenzitet toplotnog zračenja x_u bitno utiče na temperaturu x_{i1} ili pritisak x_{i2} u prostoriji.

Ukoliko sistem ima veći broj ulaznih veličina ($q>1$), onda one predstavljaju komponente *vektora ulaza* $\underline{x}_u$, tako da je:

$$\underline{x}_u = \begin{bmatrix} x_{u1} \\ x_{u2} \\ x_{un} \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

Brzina aviona predstavlja bitan rezultat rada sistema i predstavlja njegovu izlaznu veličinu $v=x_i$. Nivo vode u rezervoaru parnog kotla je njegova izlazna veličina x_i , pošto je bitno da upravo ova veličina bude konstantna, odnosno regulisana.

Temperatura vazduha u prostoriji x_{i1} i pritisak x_{i2} u prostoriji su izlazne veličine sistema. Zahtev je da se ove veličine održavaju na određenom nivou, odnosno u dozvoljenim granicama (upravljanje ovim sistemom će detaljnije biti opisano u narednom poglavlju).

Ukoliko sistem ima veći broj izlaznih veličina ($s>1$), onda one predstavljaju komponente *vektora izlaza* $\underline{x}_i$, tako da je:

$$\underline{x}_i = \begin{bmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \\ x_{in} \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

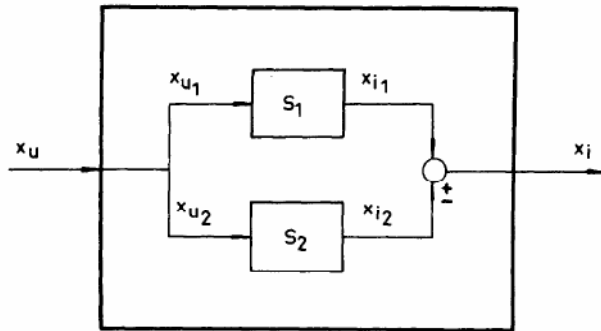
Takođe se može uočiti da izlazna veličina sistema ne označava obavezno i veličinu koja fizički izlazi iz sistema, kao što npr. nivo vode u rezervoaru kotla ne izlazi iz samog tehničkog sistema parnog kotla.

Promena izlazne veličine x_i nastale usled dejstva ulazne veličine x_u , na sistem, zove se ***odziv sistema na ulaznu veličinu*** x_u .

6.7. Osnovne sprege u sistemu

6.7.1. Paralelna sprega

Ukoliko se sistem S sastoji od dva podsistema (S1 i S2), čije su ulazne veličine x_{u1} i x_{u2} jednake ulaznoj veličini x_u celog sistema ($x_u=x_{u1}=x_{u2}$), a algebarski zbir njihovih izlaznih veličina predstavlja izlaznu veličinu sistema ($x_i=x_{i1}+x_{i2}$), tada su podsistemi S1 i S2 paralelno spregnuti (vezani) u sistem S. Paralelna sprega podsistema je prikazana na slici 20.

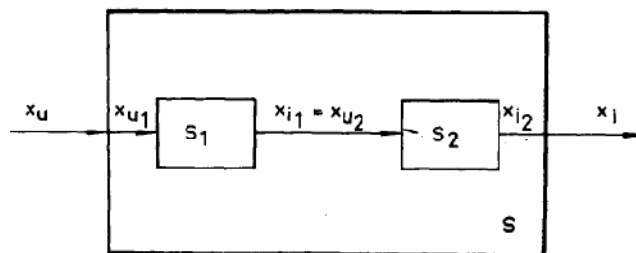


Slika 20. Paralelna sprega podsistema u sistem

Sabirač se u strukturnom dijagramu predstavlja kružićem, i oznakom + ili -, u zavisnosti od funkcije koju ima.

6.7.2. Redna sprega

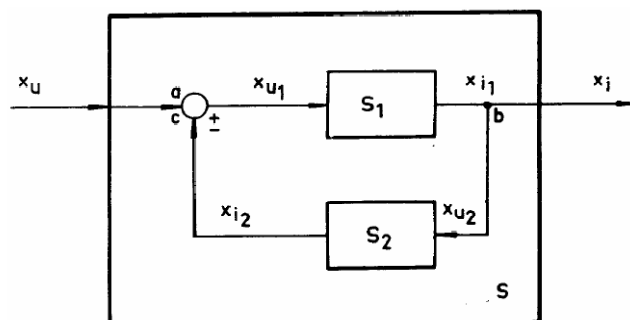
Ukoliko se sistem sastoji od dva podsistema (S_1 i S_2) koji su povezani tako da je ulazna veličina x_u celog sistema S istovremeno i jedina ulazna veličina x_{u1} podsistema S_1 , čija je izlazna veličina x_{i1} jedina ulazna veličina podsistema S_2 , čija je izlazna veličina x_{i2} istovremeno izlazna veličina x_i celog sistema S , onda su podsistemi S_1 i S_2 redno spregnuti (povezani) a sistem S predstavlja njihovu rednu spregu. Simbolično, redna sprega je prikazana na slici 21.



Slika 21. Redna veza podistema u sistem

6.7.3. Povratna sprega

Ukoliko se sistem sastoji od dva podsistema S_1 i S_2 , pri čemu je jedina ulazna veličina x_{u1} , podsistema S_1 jednaka algebarskom zbiru ulazne veličine celog sistema x_u i izlazne veličine x_{i2} podsistema S_2 : $x_{u1} = x_u \pm x_{i2}$, a izlazna veličina x_{i1} podsistema S_1 jednaka izlaznoj veličini celog sistema x_i i jedina ulazna veličina podsistema S_2 , onda se podsistem S_2 nalazi u povratnoj grani (sprezi) sistema S . Ceo sistem S je sistem sa povratnom spregom. Strukturni dijagram ovakvog sistema je dat na slici 22.



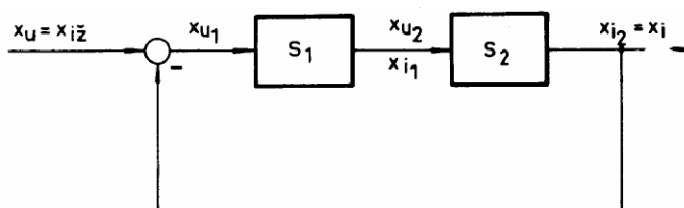
Slika 22. Strukturni dijagram sistema sa povratnom spregom

Grana koja počinje od polazne tačke (a) ulaza sistema i završava se tačkom (b) na njegovom izlazu naziva se direktna (ili glavna) grana sistema. Sprega b-c od izlaza sistema (b) do ulaza u sabirač (c) naziva se povratna grana sistema.

Ukoliko je sprega pozitivna važi: $x_{u1} = x_u + x_{i2}$

Ukoliko je sprega negativna važi: $x_{i1} = x_u - x_{i2}$

Čovek u svom radu, kretanju, koristi negativnu povratnu spregu. Na primer, ako želi da dohvati neki predmet, on pomera ruku ka tom predmetu i stalno prati položaj svoje ruke poredeći ga sa željenim položajem. Mozak prima informaciju o položaju ruke (x_i) a podatke o njenom željenom položaju ($x_{iž}$) već ima, odnosno, to su podaci o položaju predmeta. Informacija o x_i se prenosi negativnom povratnom spregom. U svojem mozgu, čovek utvrđuje razliku x_{u1} između željenog položaja $x_{iž}$ i stvarnog položaja ruke x_i , kao $x_{u1} = x_{iž} - x_i$, i na osnovu ove razlike dalje pomera ruku sa odgovarajućim korekcijama. Ukoliko sa S1 označimo glavu a sa S2 ruku, strukturni dijagram razmatranog biološkog sistema je dat na slici 23.



Slika 23. Strukturni dijagram biološkog sistema čoveka koji pomera ruku ka predmetu

6.8. Objekat

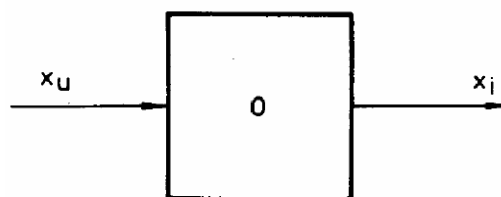
Pred sisteme različite prirode (biološki, ekonomski, tehnički) postavljaju se određeni zahtevi u pogledu ponašanja, rada ili kretanja. Na primer, pred fabrikom automobila, kao složenim tehničkim sistemom (odnosno složenim tehničko-organizacionim sistemom) se postavlja zahtev da za određeno vreme

proizvede određeni broj automobila a da pri tome troškovi proizvodnje ne budu veći od planiranih.

Sistem (ili deo sistema: podsistem, element) koji treba da ostvari određeno (predviđeno, propisano, zadato, nominalno) kretanje (ponašanje, rad, proces, podešavanje) je **objekat**.

Samo to kretanje (ponašanje, rad, proces, podešavanje) je njegovo željeno kretanje.

Na strukturnom dijagramu se objekat označava slovom O, kao što je dato na slici 24. Primeri objekta su avion, brod, mašina, transportni sistem, itd.



Slika 24. Označavanje objekta u strukturnom dijagramu sistema

7. KIBERNETIKA KAO NAUKA

Kibernetika je nauka o upravljanju. Sam naziv potiče od Norbert Wiener-a (1894-1964), koji se smatra osnivačem Kibernetike. Wiener je bio profesor matematike na MIT-u (Massachusetts Institute of Technology). Naziv Kibernetika je prvi put primenjen 1947. godine. Sam koren reči potiče od grčkih reči: kibernao-kormilo broda ili kibernetes-upravljati brodom. Kibernetika je jedna od najvažnijih komponenti savremene naučno tehničke revolucije, koja je svojim brzim progresom od početka 50-tih godina prošlog veka izazvala temeljni preobražaj tehničkih i društveno ekonomskih sistema u svetu.

Pojava Kibernetike, kao opšte nauke o upravljanju je izazvana sa jedne strane društvenom, ekonomskom potrebom a sa druge strane postojala je mogućnost njenog razvoja usled opšteg dostignutog nivoa naučno tehnološkog razvoja ljudskog društva.

Proizvodnja, produkioni sistemi u najširem smislu reči postaju sve složeniji, zahtevajući primenu sistemskog prilaza u njihovoj organizaciji i upravljanju. Time se upravljanje, za razliku od dotadašnjeg koje je bilo uglavnom intuitivno i empirijsko, razvija kao naučna disciplina. Klasične metode upravljanja proizvodnim procesima iz oblasti menadžment disciplina (Taylor, Gilbert, Ford,..) su već bile poznate. Ipak, dotadašnje menadžment discipline su se više bavile organizacijom poslovno proizvodnih procesa a ne poslovno proizvodnih sistema. Kibernetika uvodi tehnički pristup sistemima upravljanja do nivoa najniže upravljačke celine, elementa sistema.

Pojam kibernetike se može interpretirati prema širem i užem shvatanju. Prema užem shvatanju, kibernetika je vezana za interdisciplinarno upravljanje u tehničkim i biološkim sistemima. Šira definicija daje kibernetici značaj opšte teorije upravljanja, pri čemu se u svakoj upravljačkoj akciji, bez obzira na njenu konkretnu prirodu, mogu naći zajedničke zakonitosti koje se potom matematički formalizuju preko apstraktnih modela.

Wiener-ova teza je da između fizičkog delovanja živih bića i rada tehničkih uređaja postoji identičnost u pogledu stalne tendencije da se entropija kontroliše putem povratne sprege. I kod jednih i kod drugih se informacije putem senzora prikupljaju iz okoline, zatim se obrađuju u mozgu ili CPU i izazivaju dejstvo bilo pojedinih organa (ruka, noga, ...) ili pojedinih upravljačkih uređaja.

Osnovne kategorije kibernetike su *upravljanje*, *informacija* i *sistem*, te su osnovne oblasti kibernetike:

- Teorija upravljanja;

- Teorija informacija i
- Teorija sistema.

Svoja razmatranja o Kibernetici kao naučnoj disciplini Wiener je objavio u knjigama: „Kibernetika ili upravljanje i komunikacija kod živih bića i mašina“ (1948) i „Kibernetika i društvo“ (1952).

8. OSNOVE UPRAVLJANJA SISTEMIMA

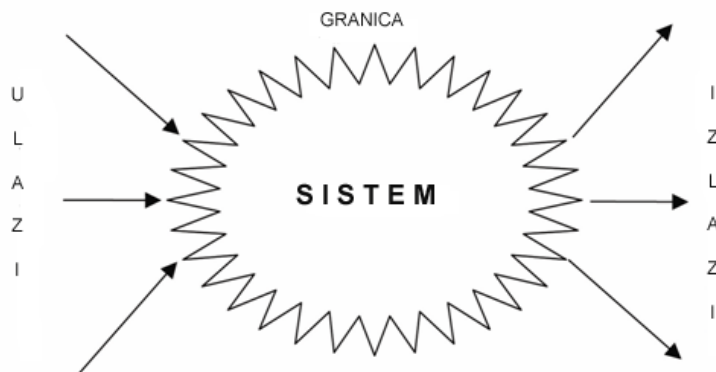
Pre definisanja strukture sistema upravljanja neophodno je definisati šta se podrazumeva pod pojmom sistem. Sistem ima različito značenje za različitu kategoriju ljudi, obzirom na polje njihovog delovanja. Tako, za npr. inženjere i tehnologe, sistem može podrazumevati isključivo fizičke sklopove kao što su mehanizovani sto računarski upravljanih alatnih mašina (Computer Numerically Controlled – CNC machines). S druge strane, za menadžere procesa, sistem može predstavljati i sve postupke neophodne za kupovinu sirovina zajedno sa upravljanjem njihovim investicijama u sistemu za planiranje potražnje materijala.

Međutim, bez obzira na subjektivni pristup pojmu sistema, svi sistemi imaju neka zajednička svojstva. Naprimera, svi sistemi moraju imati jasnu specifikaciju ulaznih i izlaznih veličina. Tako npr., za slučaj gore navedenog mehanizovanog stola CNC alatne mašine, ulaz može predstavljati snagu motora za pokretanje a izlazi mogu biti pozicija, brzina u ubrzanje stola. Za sistem planiranja nabavke materijala ulazi mogu uključiti narudžbine za prodaju gotovih proizvoda ili predviđanje prodaje (ugrađene u glavni plan proizvodnje), evidenciju materijala u skladištima, delova, komponenata ili poluproizvoda, kao i informacije vezane za raspoložive proizvodne kapacitete. Na izlazu ovakvih sistema za planiranje nabavke materijala mogu se pojaviti različite veličine koje se koriste u planiranju i upravljanju radom fabrike. Ove izlazne veličine uključuju trebovanja materijala, narudžbenice repromaterijala, radne naloge za proveru statusa inventara, predviđanje zaliha, itd. Kako bi se jasno definisali parametri bilo kog sistema, potrebno je precizno definisati ograničenja (granice) sistema, zajedno sa ulaznim i izlaznim veličinama koje omogućuju da se sistem zadrži unutar svojih ograničenja. **Generalno posmatrano, sistem se može definisati kao skup materije, delova, komponenata ili postupaka koji su uključeni unutar nekih specificiranih ograničenja, kao što je prikazano na slici 25. Sistem može imati bilo koji broj ulaza i izlaza.**

***Def:** Pod sistemom podrazumevamo postojanje skupa elemenata (objekata, delova) objedinjenih vezama između njih samih i njihovih svojstava. Pri tome, elementi (objekti, delovi) funkcionišu u vremenu kao jedna celina. Svaki objekt, podsistem, ili element radi sa zajedničkim ciljem koji je postavljen sistemu kao celini.*

U teoriji sistema, veoma je bitan način na koji izlazi sistema reaguju na promene ulaza sistema (tj. odziv sistema). Inženjer koji projektuje sistem upravljanja treba da pokuša da obezbedi odgovarajući odziv sistema preko definisanja matematičkog modela sistema. Poznavanje ulaza sistema, zajedno

sa njegovim matematičkim modelom, omogućava da se izračunaju izlazi sistema. U savremenom okruženju, modeli sistema se formiraju u virtuelnom obliku mnogo ranije od fizičke konstrukcije sistema.



Slika 25. Opšti prikaz sistema

Kako je već rečeno, jedan od osnovnih elemenata sistema je objekat upravljanja sistema, te je uobičajno da se upravljanje sistemom odnosi na upravljanje objektom. Nekim ulaznim veličinama sistema se direktno može upravljati i oni se mogu koristiti za upravljanje izlaznim veličinama objekta. Ovakve ulazne veličine su poznate kao upravljački ulazi. Postoje i drugi ulazi sistema kojima se ne može upravljati i oni utiču da izlazi objekta odstupaju od njihovih željenih vrednosti. Ovakvi ulazi se nazivaju poremećajima.

Prema tome, elementi, podsistemi ili sistemi koji imaju zadatak da ostvare željeno (zadato) ponašanje, nazivaju se **objektima** i oni predstavljaju osnovni dinamički deo svakog sistema automatskog upravljanja.

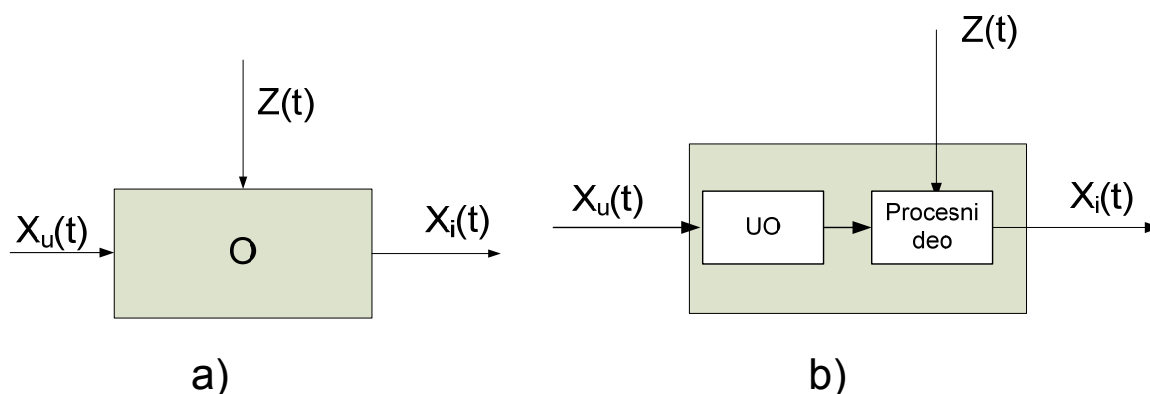
U objekte spadaju na primer: mašine, energetska i procesna postrojenja, transportna i saobraćajna sredstva, hemijski i nuklearni reaktori, skladišta zaliha, delovi poslovno proizvodnog sistema, itd. Primera objekata upravljanja zaista ima mnogo.

Zbog napred već obisanih svojstava objekata i nepredvidivog dejstva poremećaja, da bi se obezbedilo zadato ponašanje, objekti se prema usvojenom konceptu upravljanja sprežu sa upravljačkim uređajima (organima). Pri tome se, tada, UO posmatraju kao deo objekta.

Na taj način, šire posmatrano svaki objekat ima svoja dva osnovna, sastavna dela: **procesni deo** – u kojem se odigrava kretanje, rad, odnosno proces karakterističan za dati objekt i **upravljački organ** (UO). Upravljačkih organa može biti i više od jednog, i oni u sprezi sa izvršnim organima upravljačkog sistema omogućuju da se prema potrebama utiče na kvalitet

procesa u objektu. Primeri upravljačkih organa su ventili, volani, vrata, kormila, itd.

Na slici 26 je prikazan dijagram i strukturni dijagram višestruko prenosnog objekta upravljanja. Višestruka prenosnost se odnosi na to da se ovakav sistem nemože opisati jednom funkcijom prenosa jer ima više od jedne ulazne veličine. Više reči o ovom pojmu biće u daljem tekstu.



Slika 26. (a) Dijagram i (b) strukturni blok dijagram objekta upravljanja

Objekti poseduju svoja određena, unutrašnja svojstva koja potiču od najrazličitijih fizičkih priroda sistema, pri čemu se kao osnovni problem u narednim poglavljima, postavljaju pitanja otkrivanja tih osobina i njihovoga adekvatnog predstavljanja u formi koja će omogućiti tu spoznaju i pružiti mogućnost da se one iskoriste u praksi.

Polazeći od funkcionalne šeme, kao osnovnog podatka za razumevanje prirode odigravanja procesa u objektu, njegovo ponašanje može se izkazati na više načina, od kojih svaki pruža ograničenu količinu informacija. Mogući prikazi objekata su:

- Strukturne šeme;
- Logičke zavisnosti,
- Tablično sređeni podaci merenih veličina;
- Matematičke zavisnosti u obliku diferencijalnih ili diferencijalno-diskretnih jednačina;
- Blok dijagrami;
- Grafovi.

Strukturne šeme su izrazito pogodne pri inicijalnom razmatranju prirode procesa u objektu, kada je potrebno uočiti strukturu samog procesa, međusobnu zavisnost i uticaje pojedinih fizičkih veličina unutar procesa, kao i izvršiti izbor upravljačkih i upravljanih veličina. U toj fazi je poželjno odrediti

vrstu i karakter poremećaja, kao i mesto na kome se oni javljaju (deluju). Kod kompleksnih objekata (postrojenja) ovakav prilaz je posebno pogodan, jer se tada izučavanje ponašanja objekta može sprovesti parcijalno – do elemenata sistema.

Logičke zavisnosti se praktično ne koriste pri analitičkom proučavanju objekata. Ovaj način se često koristi kod korišćenja računarske simulacije u cilju analize sistema.

Eksperimentalno snimljene funkcionalne zavisnosti i tablično sređeni podaci merenih veličina sistema, omogućuju veoma kvalitetnu analizu dinamičkih osobina objekata, zahvaljujući činjenici da su podaci sa kojima se raspolaže neposredno prikupljeni sa ispitivanih objekata. Koristeći različite postupke regresione analize, moguće je na bazi tih podataka, doći do kvalitativnih i kvantitativnih podataka o sistemu.

Izkazivanje ponašanja objekta preko diferencijalnih jednačina i pored izvesne kompleksnosti i formalizma daje odličnu mogućnost sagledavanja njihovih statičkih i dinamičkih osobina, pa je kao takvo naišlo na široku primenu pri analitičkom projektovanju sistema ili analognom modeliranju. Korišćenje diferencijalnih jednačina za opis ponašanja sistema je osnov njihovog matematičkog modeliranja. Korektno sastavljene diferencijalne jednačine omogućuju da se u potpunosti izbegnu ispitivanja na objekima ili na njihovim fizičkim modelima (koje je moguće napraviti koristeći teoriju sličnosti). Postoji više načina za sastavljanje diferencijalnih jednačina ponašanja objekta.

Kao najznačajniji način se izdvajaju:

- Analiza fizičkih procesa, koji se odigravaju u objektu, koristeći pri tome osnovne zakone fizike, hemije ili tehnologije koja opisuje ponašanje sistema;
- Matematičkim (statističkim) metodama, koje se zasnivaju na primeni eksperimentalno snimljenih funkcionalnih zavisnosti ili tablično sredjenim podacima o dinamičkom ponašanju objekta.

U okviru poglavlja ove knjige, prvo će biti razmatrane metode koje se zasnivaju na analizi fizičkih procesa u cilju opisa osnovnih zakonitosti teorije sistema, dok će u krajnjim poglavljima knjige biti prikazana i mogućnost matematičkog modelovanja sistema uz upotrebu savremenih statističkih metoda.

Kako je već rečeno objekti poseduju određena svojstva, koja se ispoljavaju kroz njihove osobine. Tako na primer, objekat može biti linearan, nelinearan, sa raspedeljenim ili usredsređenim parametrima. Svaka od tih i

druge osobine predstaviće se na odgovarajući način u diferencijalnoj jednačini ponašanja objekta, a što u daljem postupku analize dinamike objekta, s obzirom na željenu tačnost, zahteva i primenu odgovarajućih metoda.

Ponašanje objekta u toku vremena okarakterisano je i vrstom radnog režima u kome se objekti nalaze. Stacionarni radni režim karakteriše se nepromenljivošću fizičkih veličina procesa u toku jednog dužeg vremenskog perioda, pri konstantnoj vrednosti ulazne veličine. Za razliku od stacionarnih, u prelaznim radnim režimima izražene su vremenske promene pomenutih veličina. Na osnovu tih promena, moguće je mnogo više reći o objektu nego na osnovu njegovog ponašanja u stacionarnom stanju.

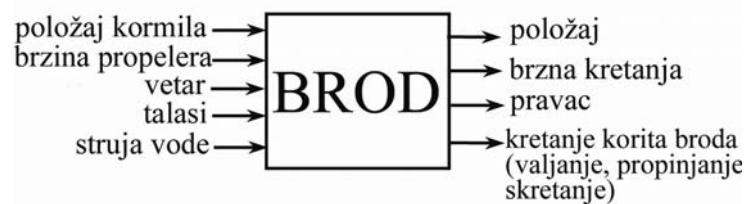
Bitne karakteristike objekta izražene su kroz njegove dinamičke osobine, a koje se mogu spoznati na osnovu rešenja diferencijalnih jednačina ponašanja, imajući u vidu da su one izvedene za objekat u kojem je narušena ravnoteža prethodnog stacionarnog stanja. Algebarske jednačine koje opisuju ponašanje objekta u stacionarnom stanju se dobijaju izjednačavajući u diferencijalnim jednačinama sve vremenske izvode sa nulom, o čemu će kasnije biti mnogo više reči.

Međutim potrebno je reći da, objektivno posmatrajući u prirodi nema stacionarnih procesa i u svakom od njih, manje ili više, prisutna je izvesna nestacionarnost. Međutim, u velikoj većini slučajeva te promene oko neke srednje vrednosti (koja određuje to stacionarno stanje) su zanemarljivo male.

U daljem tekstu biće opisana analiza fizičkih procesa, koji se odigravaju u pojedinim objektima, koristeći osnovne zakonitosti fizike, hemije ili tehnike koje karakterišu razmatrani sistem.

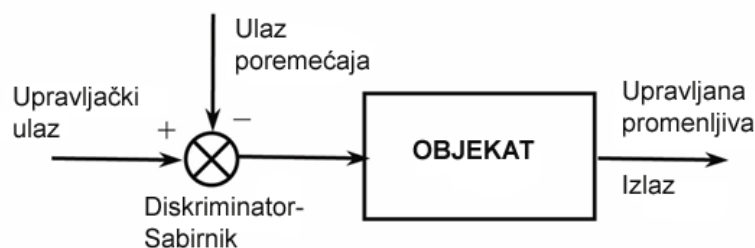
Ukoliko npr. kao sistem (objekat upravljanja) razmatramo brod¹. Upravljački ulazi ovakvog sistema su položaj kormila i brzina propelera. Njihove vrednosti se mogu regulisati u cilju postizanja određenih izlaza sistema. Pri tome su najvažniji izlazi ovakvog sistema pravac i brzina kretanja. Pored ovih, upravljačkih ulaza, na objekat upravljanja utiču i poremećajne veličine kao što su vetar, valovi, strujanje vode, koji prouzrokuju pojavu dodatnih izlaznih veličina kao što su dodatna kretanja korita broda.

¹ Izbor broda u narednim primerima nije slučajna, jer upravo Kibernetika vodi poreklo naziva od grčke reči koja u prevodu znači upravljanje brodom.



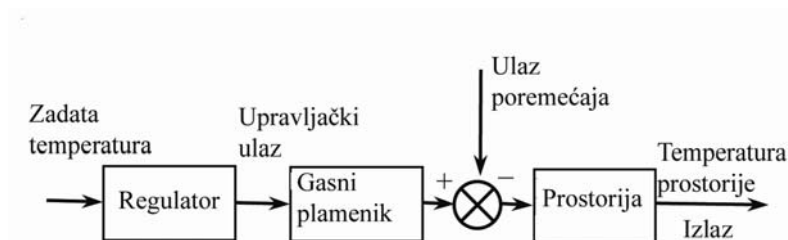
Slika 27. Brod kao objekat upravljanja (prikaz po principu crne kutije)

Uopšteno posmatrano, zavisnost između upravljačkog ulaza, ulaznih poremećaja, objekta upravljanja i upravljane promenjive (izlazne veličine) je prikazana na slici 28.



Slika 28. Opšti prikaz sistema

Struktura prikazana na slici 28 ima opšti karakter i može se koristiti za predstavljanje objekata različite prirode. Kako bi se dodatno pojasnilo dosadašnje razmatranje, uzmimo kao primer prostoriju u kojoj je potrebno održavati zadatu temperaturu pomoću gasnog grejača. U tom slučaju je protok gasa plamenika upravljački ulaz, dok je izlazna veličina (upravljana promenjiva) temperatura prostorije. Ulazni poremećaj predstavlja gubitke toplote. Opisani sistem dat je na slici 29.

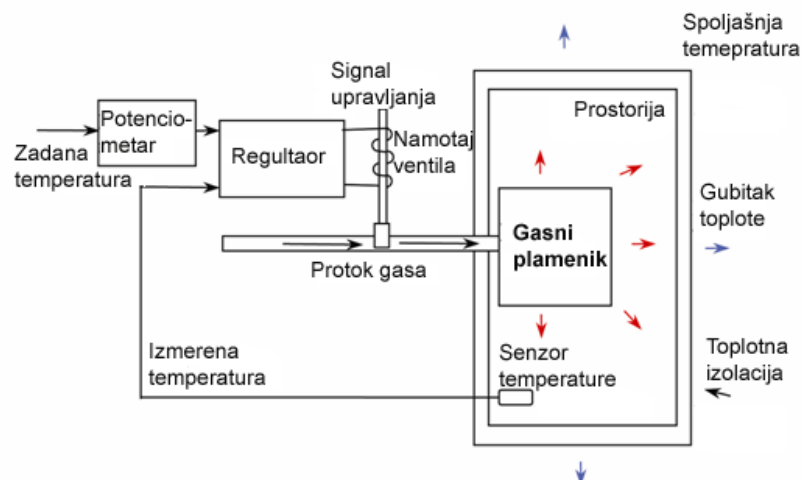


Slika 29. Primer jednog realnog sistema

Automatsko upravljanje temperaturom prostorije bi se moglo predstaviti jednostavnim sistemom datim na slici 29. Ovakva struktura predstavlja realizaciju sistema u otvorenoj sprezi. Željena (zadata) temperatura prostorije se zadaje regulatoru. Regulator treba da automatski menja upravljački ulaz

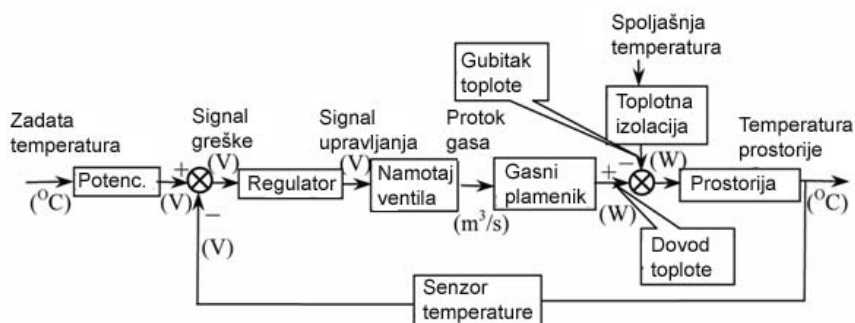
(signal) tako da temperatura prostorije bude jednaka ili bliska zadatoj. Pri tome je regulator najčešće baždaren da svojim položajem daje određenu upravljačku veličinu gasnom plameniku za željenu temperaturu. Međutim, postoji jedan veliki nedostatak sistema u otvorenoj sprezi a to je velika osetljivost na dejstvo poremećajne veličine i nemogućnost adekvatnog brzog odgovora. Za ilustraciju ovog problema uzmimo da je potrebno temperaturu održavati na 25°C . Ako je temperatura prostorije 25°C , regulator treba da daje takvu vrednost upravljačkog signala za koju je toplota koja se oslobađa iz gasnog grejača jednaka gubitku toplote. Gubici toplote predstavljaju poremećajnu veličinu i oni utiču na promenu temperature u prostoriji. Svaka promena gubitka toplote (koja nije konstantna veličina) će uticati na promenu temperature u prostoriji, a regulator se neće suprotstavljati takvoj promeni. Da bi temperatura prostorije ostala konstantna tokom varijacija gubitaka toplote, bilo bi potrebno postići da se oslobođena toplota iz gasnog grejača menja automatski sa delovanjem poremećaja. Rešenje da se mere poremećajne veličine u smislu merenja gubitaka toplote i da se ta informacija vraća regulatoru nije ekonomski opravdano a u velikom broju slučajeva čak nije ni tehnički izvodljivo (ukoliko se uzme u obzir veliki broj poremećaja različite prirode). Da bi temperatura prostorije ipak ostala konstantna i na željenom nivou, najjednostavnije rešenje je: 1) meriti temperaturu (i promenu temperature) same prostorije, 2) na osnovu podatka o temperaturi prostorije preko regulatora upravljati oslobođenom energijom iz gasnog plamenika.

Time bismo od početnog otvorenog sistema, formirali novi, zatvoreni sistem sa povratnom spregom. Fizička realizacija sistema za upravljanje temperaturom prostorije sa povratnom spregom je data na slici 30.



Slika 30. Strukturna šema zatvorenog sistem za regulaciju temperature prostorije

Izlazni signal senzora temperature (termopar ili termootpornik) poredi se sa željenom temperaturom. Svaka razlika ima za posledicu da regulator šalje upravljački signal namotaju ventila za gas koji prouzrokuje linearno kretanje osovine ventila i time podešava protok gasa u gorionik gasnog plamenika. Željena temperatura se obično zadaje ručnim podešavanjem potenciometra. Blok dijagram ovakvog sistema je dat na slici 31.



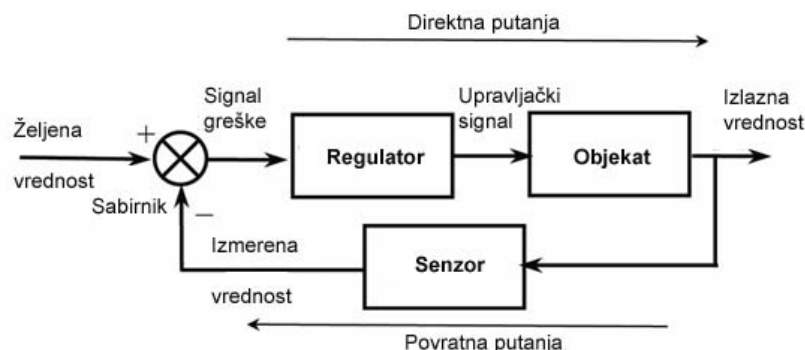
Slika 31. Blok dijagram sistema za regulaciju temperature prostorije (merne jedinice signala su date u zagradama)

Stacionarno stanje sistema će biti uspostavljeno kada se izjednače stvarna i željena temperatura i kada ulazna toplotna energija tačno pokriva gubitak toplote kroz zidove prostorije. Sistem opisan u gornjem tekstu može raditi na dva načina:

1. **Proporcionalno upravljanje**: Tada je linearno pomeranje zasuna ventila proporcionalno odstupanju. Na taj način se postiže kontinualna regulacija toplote dovedene u prostoriju i može se postići veoma precizno upravljanje temperaturom. Ovakvo upravljanje je dosta skupo ali se primenjuje onda kada je tačnost važnija od cene, recimo da je potrebna tačnost temperature manja od 1°C (npr. operacione sale u bolnici, industrijske prostorije za precizan rad, itd).
2. **Uključeno-isključeno upravljanje**: Takođe se naziva termostatičko upravljanje, kada je gasni ventil potpuno otvoren ili potpuno zatvoren, tj. grejač je uključen ili isključen. Ovakav način upravljanja stvara oscilacije stvarne temperature za približno $2-3^{\circ}\text{C}$ oko zadate temperature, ali je jeftiniji za implementaciju i koristi se za jednostavnije primene (npr. sistemi grejanja u domaćinstvu).

U navedenom primeru sistema upravljanja temperaturom prostorije dati su opšti principi koji imaju karakter primene u bilo kojem sistemu. Uopšteno

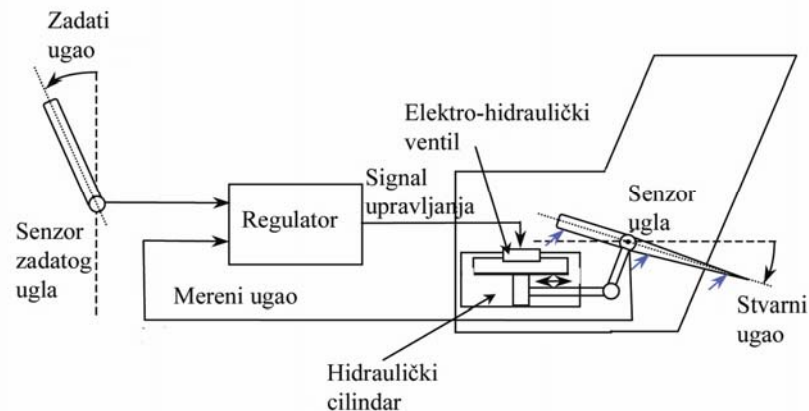
posmatrano, sistem koji je projektovan da upravlja izlazom objekta mora da sadrži najmanje jedan senzor i jedan regulator, kao što je prikazano na slici 32.



Slika 32. Opšti blok dijagram sistema sa povratnom spregom

Na slici 32 je prikazan opšti blok dijagram sistema u zatvorenoj sprezi (engleski **feedback control system**). Regulator i objekat upravljanja se nalaze u direktnoj grani toka informacija (signala), s senzor je u povratnoj putanji (povratnoj grani). Izmerena vrednost izlaza objekta se poredi u tački sumiranja (sumatoru) sa zadatom vrednošću. Razlika ili greška se vodi u regulator koji generiše upravljački signal koji deluje na objekat upravljanja sve dok se njegov izlaz ne izjednači sa željenom vrednošću.

Još jedan interesantan primer sistema, koji govori u prilog tezi da je ilustracija na slici 32 opšta i primenjiva na veliki broj sistema, je primer sistema za upravljanje zakrilcima aviona. U ranoj fazi aeronautike upravljanje zakrilcima aviona vršilo se preko užadi koja su zakrilca povezivala sa pilotskom upravljačkom palicom. Zahvaljujući tehnološkom razvoju se sa ovako mehanizovanog principa prešlo na mnogo savršeniji viš upravljanja zakrilcima. Kod savremenih letelica koje se kreću velikom brzinom i imaju znatno veliki raspon krila, te time i mnogo veća zakrilca kojima treba upravljati, koriste se sistemi servomotora (servomehanizmi). Slika 33 ilustruje sistem za upravljanje zakrilcima mlaznih aviona koji se kreću velikom brzinom.

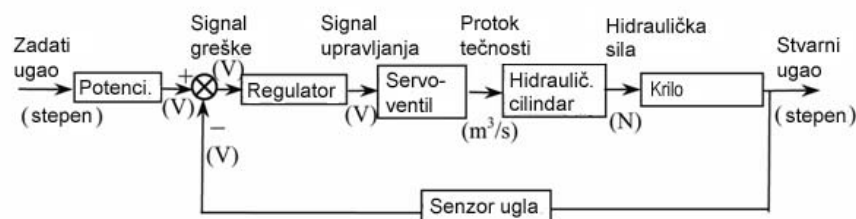


Slika 33. Strukturna šema sistem za upravljanje zakrilcima kod mlaznog aviona

Kretanje upravljačke palice pilota daje signal sa ulaznog ugaonog davača koji se upoređuje sa izmerenim uglom zakrilca u regulatoru koji generiše signal proporcionalan grešci. Ovaj signal napaja elektrohidraulički servoventil koji generiše kretanje jezgra namotaja proporcionalno upravljačkom signalu, što omogućuje da tečnost pod velikim pritiskom ulazi u hidraulički cilindar. Razlika pritiska tečnosti u cilindru s jedne i druge strane klipa reguliše pogonsku silu za pokretanje zakrilca.

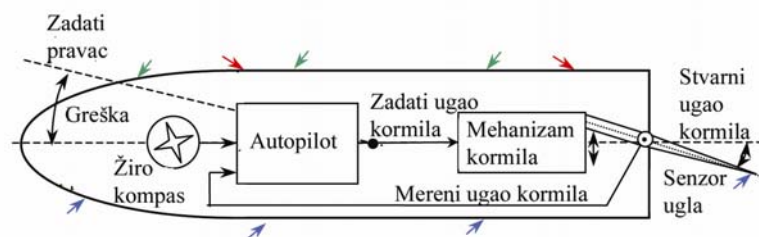
Hidraulički servomehanizmi imaju dobar odnos snaga/težina i pogodni su za primene koje zahtevaju da se velike sile realizuju malim i laganim uređajima.

Blok dijagram sistema upravljanja zakrilcima aviona dat je na slici 34.



Slika 34. Blok dijagram sistema upravljanja zakrilcima aviona

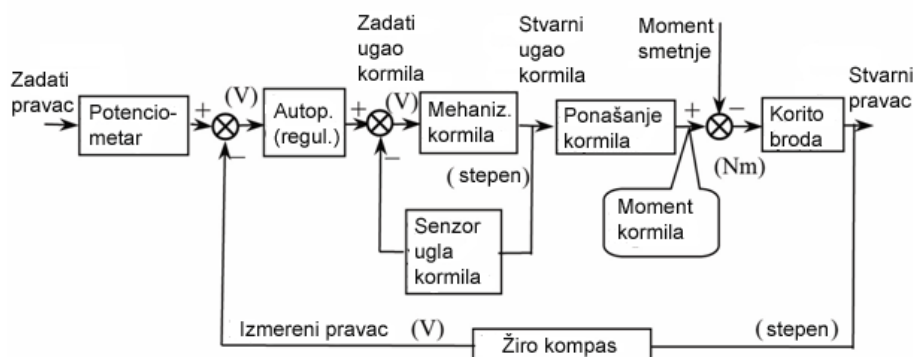
Još jedan interesantan sistem upravljanja je sistem za automatsko upravljanje brodom (autopilot). Namena autopilota je da održava brod na zatom kursu kada na njega deluje niz poremećaja kao što su vetar, talasi i morska struja. Ovaj metod upravljanja je poznat kao održavanje kursa. Osnovni elementi autopilot sistema dati su na slici 35.



Slika 35. Strukturna šema sistema za održavanje kursa broda

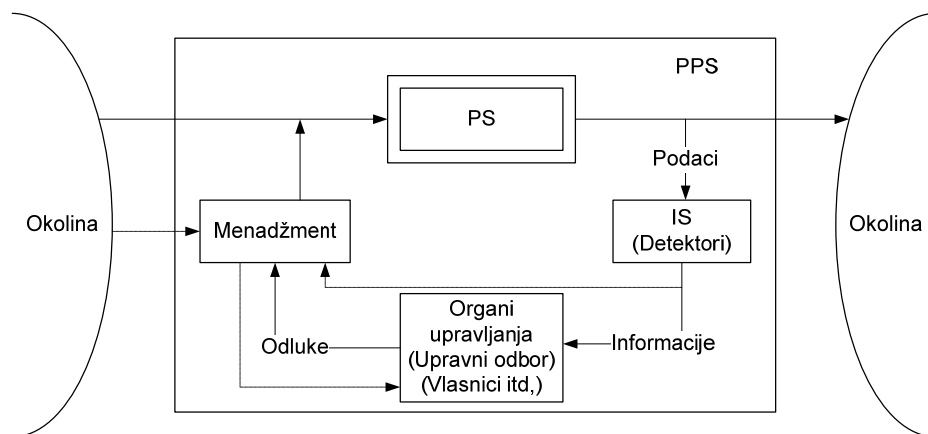
Stvarni pravac kretanja broda se meri žiro-kompasom (ili magnetni kompas na manjim plovnim objektima) i poredi se sa željenim pravcem, koji autopilotu unosi „kormilar“ broda. Autopilot, ili regulator, računa potrebni ugao kormila i šalje upravljački signal na mehanizam kormila. Stvarni ugao kormila se prati pomoću senzora ugla položaja kormila i poredi se sa željenim uglom kormila, tako da formira zatvorenu petlju upravljanja koja je slična kao kod sistema za upravljanje zakrilcima aviona.

Kormilo daje upravljački momenat trupu broda tako da usmerava stvarni pravac broda u skladu sa željenim kursom, dok vetar, talasi i morske struje daju momente smetnje koji mogu pomoći ili sprečavati takvo delovanje. Blok dijagram ovakvog sistema je dat na slici 36.

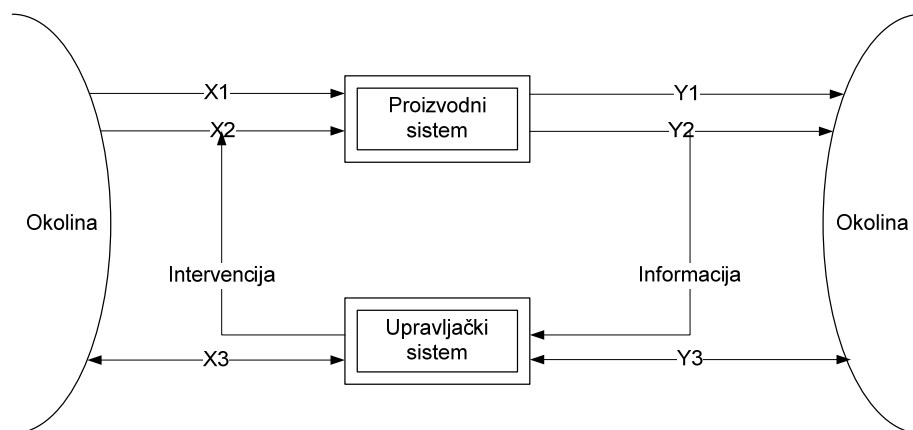


Slika 36. Sistem za upravljanje kormilom broda

Kao još jedan primer ilustracije sistema može se razmotriti primer poslovnog sistema. Osnovna svrha poslovnog sistema je produkcija (materijalna ili nematerijalna) u zahtevanom kvantitetu i kvalitetu. Osnovne veze u poslovnom sistemu su date na slici 37.



a)



Slika 37. Osnovne veze u poslovnem sistemu

Imajući u vidu da svi prethodno navedeni sistemi imaju pojedine zajedničke karakteristike i svojstva, **problem upravljanja sistemom se formalno može definisati na sledeći način:**

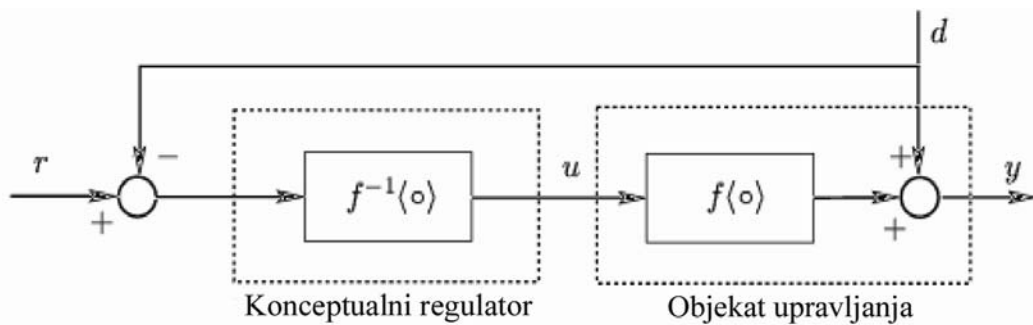
Centralni problem u upravljanju je da se pronađe tehnički ostvarljiv način kako da se deluje na određeni proces u objektu upravljanja tako da njegovo ponašanje bude što je moguće bliže željenom ponašanju. Pored toga, ovo aproksimativno ponašanje treba da se ostvari u prisustvu nekih neodređenosti procesa i nekontrolabilnih spoljašnjih poremećaja koji deluju na proces.

Rešenje gore navedenog problema u upravljanju se najoptimalnije može postići primenom **inverzije**. Da bi se opisalo rešenje problema upravljanja preko inverzije potrebne su sledeće pretpostavke:

- Potrebno je poznavati željeno ponašanje izlaza sistema;
- Potrebno je znati kakav efekat na izlaznu veličinu izaziva određeno delovanje na ulaz sistema.

Ukoliko pretpostavimo da je zahtevano ponašanje sistema određeno pomoću skalarnog ulaznog signala $r(t)$ koji se odnosi na konkretan izlaz procesa $y(t)$. Biće usvojeno da na raspolaganju stoji i regulišuća (manipulativna) promenjivu $u(t)$ (slika 38). Izlaz razmatranog sistema u bilo kojem momentu vremena može se opisati funkcijom:

$$y = \{y(t); t \in \mathbb{R}\} \quad (7.1)$$



Slika 38. Rešenje problema upravljanja preko inverzije

Nelinearno preslikavanje signala u na y označićemo sa $f \circ u$. Neka je relacija između ulaza i izlaza objekta upravljanja poznata i data kao:

$$y = f \circ u \quad (7.2)$$

gde f predstavlja ulazno - izlaznu transformaciju objekta upravljanja, odnosno funkciju koja ulaznu veličine transformiše u izlaznu. Ovom relacijom je zapravo dat model objekta upravljanja (OU).

Problem upravljanje se svodi na to da se formira takva regulišuća veličina u da bi se ostvarilo da je $y = r$.

U smislu inverzije, direktno rešenje se dobija iz uslova:

$$y = r = f \circ u \quad (7.3)$$

Iz jednačine 7.3. se dobija zakonitost upravljanja kao rešenje za $u(t)$:

$$u = f^{-1} \circ r \quad (7.4)$$

Prema tome, očigledno je da je upravljački signal u adekvatan inverznoj transformaciji (f^{-1}) željene veličine r .

Rešenje deluje jednostavno, ali ono pretpostavlja određena stroga ograničenja kao što su:

O1: Potrebno je da transformacija f opisuje objekt upravljanja (OU) egzaktno.

O2: Potrebno je da transformacija f bude dobro definisana u smislu da ograničen ulaz generiše ograničen izlaz, tj. da je transformacija stabilna.

O3: Inverzna transformacija f^{-1} takođe treba da ispunjava ograničenje O2.

O4: Nikakvi poremećaji na OU nisu dozvoljeni.

O5: Rezultujuće delovanje u treba da je ostvarljivo i pri tome se ne smeju narušiti prethodna ograničenja.

Navedena ograničenja zvuče visoko ostvarljivo, u idealnim uslovima. U realnim uslovima je izuzetno teško ostvriti gornja ograničenja za kompleksne sisteme. Naime, većina tehničkih, poslovnih (i uopšte prirodnih) procesa su kompleksni. Njihova kompleksnost se može ogledati u vremenskoj promenljivosti, izraženoj nelinearnosti, multivarijabilnosti, itd. Sama kompleksnost sistema govori u prilog tome da ih je teško opisati modelom². Samo sistemi sa jasno definisanim modelom ponašanja mogu se i egzaktno opisati adekvatnom funkcijom transformacije f . To znači da je teško zadovoljiti uslov O1. O2 je takođe teško ostvariti u svim slučajevima kada OU ima komponentu integracije. Ukoliko u prenosu signala od regulatora do izlaza postoji transportno kašnjenje O3 takođe neće biti ispunjeno jer se inverzija kašnjenja nemože fizički ostvariti. U svim napred navedenim primerima postojali su poremećaji na OU (gubici toplote, delovanje vetra, talasa, itd.), samim time O4 je gotovo uvek teško ostvariti.

Ukoliko se problem upravljanja posmatra u ovakvom svetlu, očigledno je da su O1-O5 izuzetno zahtevna ograničenja. Međutim i pored toga, u praksi se upravlja i veoma kompleksnim sistemima. Kako to objasniti?

Objašnjenje se nalazi u činjenici da se teži optimizaciji kompleksnih sistema, u okviru ograničenja O1-O5 koja nisu u potpunosti ispunjenja ali je njihov nivo ispunjenosti zadovoljavajuće veliki. Na taj način se ne teži egzaktnosti modela koji opisuje određeni proces već se traži dovoljno dobar model za njegovo opisivanje.

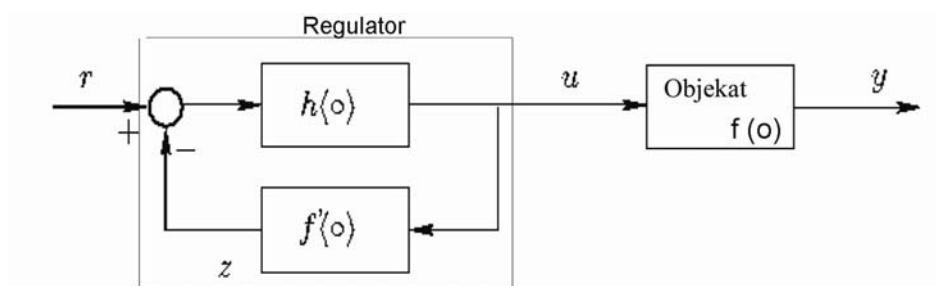
Teorija sistema se upravo time i bavi kako da se promeni koncepcija upravljanja tako da se inverzija postigne na zadovoljavajuće dobar način i da se gore navedena ograničenja što je moguće više ublaže. U tom smislu, se zahtevi sa strogo „matematičkih“ modifikuju do „tehničkih“:

² Proces modelovanja i definicija „modela“ biće detaljno opisana u narednim poglavljima ove knjige

Z1: Ograničiti pažnju na one probleme gde zahtevano ponašanje (ulazni signal r) pripada određenoj klasi i gde se željeno ponašanje sistema dostiže samo aproksimativno.

Z2: Tražiti samo aproksimativne inverzije signala.

Važna osobina korišćenja povratne sprege je da se pomoću nje može postići aproksimativna inverzija dinamičke transformacije bez potrebe za eksplicitnom inverzijom, što je prikazano na slici 39. Pretpostavimo da se konceptualni regulator sa slike 38 realizuje kao na slici 39, gde f' predstavlja model procesa.



Slika 39. Korišćenje povratne sprege za regulator sistema

Sa dijagrama je očigledno da važi:

$$u = h^{\circ} (r - z) = h^{\circ} (r - f' \circ u) \quad (7.5)$$

Odatle je

$h^{-1} \circ u = r - f' \circ u$, iz čega se dobija:

$$u = f'^{-1} \circ (r - h^{-1} \circ u) \quad (7.6)$$

Iz relacije 7.6. je očigledno da se pomoću povratne sprege (petlje) sa slike 39 implementira aproksimativna inverzija od f' ukoliko je ispunjeno:

$$r - h^{-1} \circ u \approx r \quad (7.7)$$

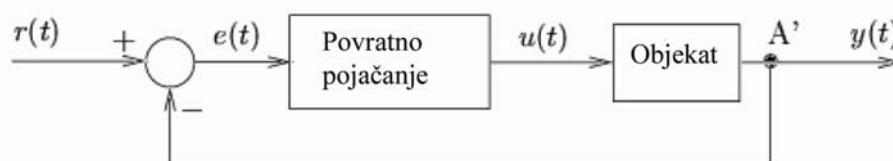
Uslov 7.7. je ispunjen ukoliko je član $h^{-1} \circ u$ dovoljno mali.

Iako je regulator u arhitekturi na slici 39 realizovan kao sistem sa povratnom spregom, upravljanje na OU se primenjuje u otvorenoj sprezi (kao redna veza regulatora i OU). To proističe iz činjenice da je upravljačka veličina $u(t)$ nezavisna od toga šta se zaista događa na izlazu OU. Ovakvom arhitekturom sistema se mogu dobiti zadovoljavajuća rešenja samo ukoliko su ispunjeni uslovi:

- Model na kome je zasnovan regulator je vrlo tačna reprezentacija OU ($f' = f$);

- Model i njegova inverzija su stabilni;
- Poremećaji i početni uslovi su zanemarljivi.

Očigledni nedostaci ovakve arhitekture sistema se mogu ukloniti ukoliko se povratna sprega postavi tako da obuhvata sam OU, a ne samo njegov model. Takva arhitektura sistema je prikazana na slici 40.



Slika 40. Arhitektura sistema sa povratnom spregom

Ključna stvar kod ovakvih arhitektura sistema je da izlaz regulatora ne zavisi od podataka o modelu procesa (f'), već o tome šta se zaista događa na izlazu OU u svakom momentu vremena.

Ukoliko se uporede sistemi na slici 39 i slici 40 očigledno je sledeće. U arhitekturi na slici 39 u regulatoru je interno ugrađena povratna sprega, dok se u onoj na slici 40 signal sa izlaza OU koristi za povratnu spregu. Dakle, u prvom slučaju sve se događa unutar regulatora, tj. unutar npr. računara pomoću koga se vrši regulacija sistema dok se u drugom slučaju koristi signal sa izlaza procesa, to jest mernog uređaja, da se odredi šta se zaista događa na izlazu OU.

Glavne komponente koje se javljaju u sistemu sa zatvorenom petljom su prikazane na slici 22. Primetno je da je struktura sistema na slici 40 funkcionalno slična strukturi na slici 32, ali je mnogo bliža inženjerskoj praksi.

Prema svemu napred rečenom, da bi se projektovao i implementirao sistem upravljanja potrebni su sledeći osnovni elementi:

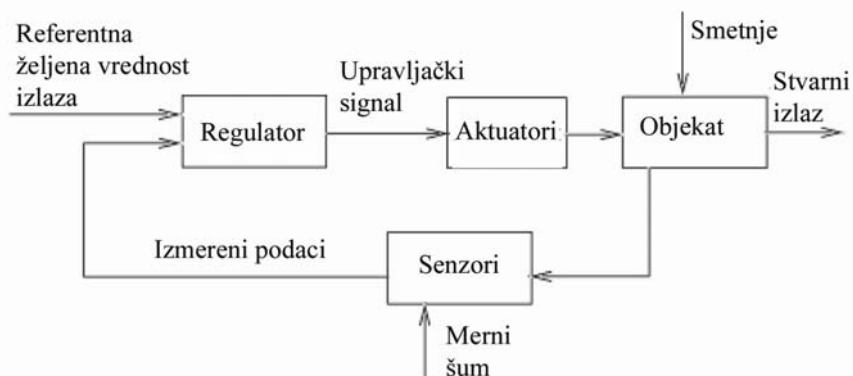
1. **Poznavanje željene vrednosti na izlazu sistema:** Neophodno je znati čime je potrebno upravljati, sa kojom tačnošću i u kojem opsegu vrednosti. U tehničkim sistemima ova informacija mora biti konvertovana u pogodnu formu tako da se može dalje obrađivati u regulatoru (analogni ili digitalni signal).
2. **Poznavanje stvarne vrednosti na izlazu sistema:** Ova vrednost mora biti merena senzorom u povratnoj sprezi i mora biti u takvom obliku signala prihvatljivom za regulator. Takođe, izmerena vrednost mora imati zadovoljavajuću tačnost.
3. **Poznavanje upravljačkog uređaja (regulatora):** Regulator mora biti takav da prihvati merenja željene i stvarne vrednosti i da na osnovu njih generiše upravljački signal u odgovarajućem obliku za pokretanje

izvršnog elementa (aktuatora). Regulatori mogu biti različite prirode, uključujući mehaničke poluge, pneumatske elemente, analogna ili digitalna električna kola ili mikroprocesore.

4. Poznavanje aktuatora (izvršnog elementa): Ovaj element pojačava upravljački signal i obezbeđuje da se sa potrebnom snagom deluje na promenu toka signala, energije ili materije u objektu upravljanja kako bi se postigla promena izlaza objekta prema željenoj vrednosti. U slučaju sistema sa upravljanje temperaturom prostorije, aktuator je gasni elektro ventil i gorionik, dok „delovanje“ predstavlja oslobođena toplota.

5. Poznavanje objekta: Većina upravljačkih strategija zahteva neka znanja statičkih i dinamičkih karakteristika objekta. Ona se mogu dobiti na osnovu merenja (eksperimentalnim putem) ili na osnovu korišćenja osnovnih fizičkih i drugih zakonitosti (empirijskim putem), ili korišćenjem kombinacije oba postupka.

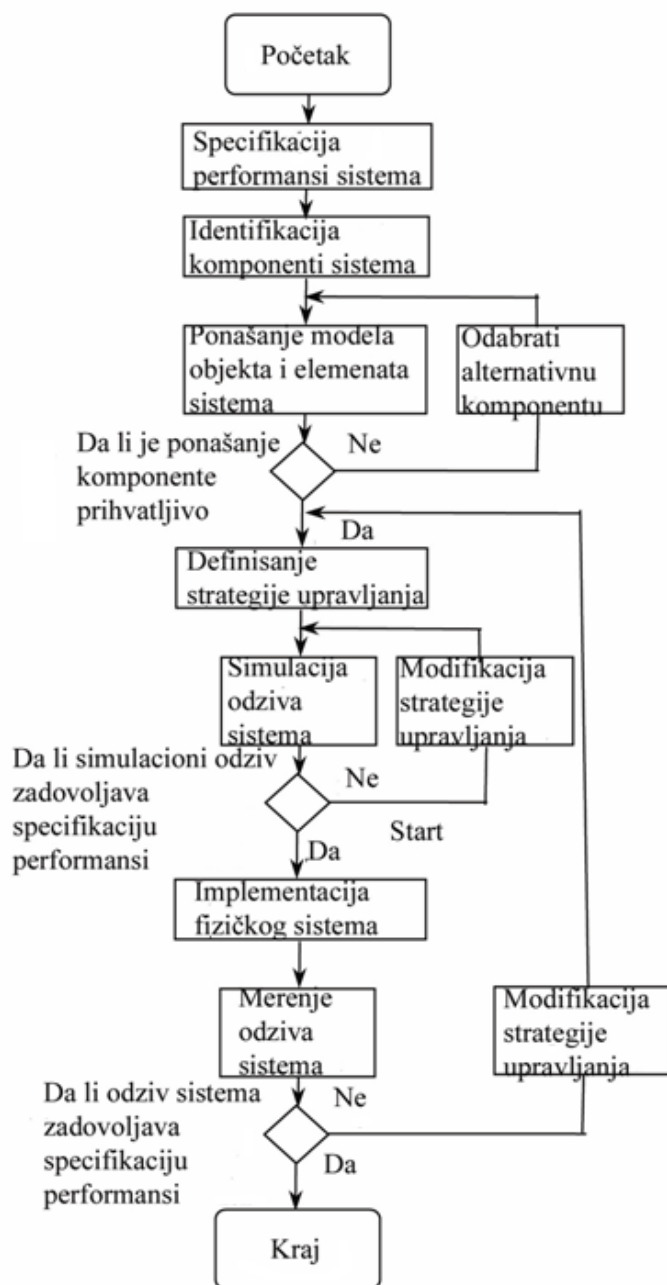
Na taj način, realni blok dijagram sistema sa povratnom spregom je prikazan na slici, 41.



Slika 41. Realni blok dijagram sistema sa povratnom spregom

Sa gore navedenim informacijama o budućem sistemu ostaje samo zadatak da se sistem i projektuje. Prvi problem sa kojim se projektant susreće je da znanja o sistemu, u većini slučajeva, nisu potpuno tačna i kompletna. Posebno, dinamičke karakteristike sistema mogu se menjati s vremenom tako da fiksna strategija upravljanja neće biti zadovoljavajuća. Npr. usled potrošnje goriva masa aviona nakon dugog leta može iznositi gotovo polovinu vrednosti koju je avion imao pri poletanju. Pored toga, merenja upravljanih promenljivih (izlaznih veličina sistema) mogu imati električne smetnje i efekte poremećaja. Ipak, postoji standardna metodologija koja se može koristiti u projektovanju i upravljanju većine sistema upravljanja. Ovi standardni koraci su prikazani na slici 42.

Projektovanje i upravljanje sistemima je kombinacija tehnike i iskustva. Knjige i teorijski podaci objašnjavaju neke pokušaje i proverene tehnike i metode koje stoje na raspolaganju pri projektovanju i upravljanju sistemima. Iskustvo, međutim, dolazi s vremenom.



Slika 42. Algoritam osnovnih koraka kod projektovanja i upravljanja sistemima

9. STANDARDNI SIGNALI I PRIMENA LAPLASOVE TRANSFORMACIJE

Model objekta upravljanja je zadovoljavajući ukoliko su reakcije modela i procesa bliske za ista spoljašnja delovanja. Spoljašnja delovanja (ulazi sistema) su upravljački signali i signali poremećaja. Poželjno je da se bliskost ponašanja modela i objekta analizira i ispita za proizvoljne vrednosti ovih signala. Ipak, ovakvo poređenje nije praktično izvodljivo. Iz navedenog razloga su od interesa tzv. **standardni signali**. Ovi signali trebaju da zadovolje više uslova od kojih su neki međusobno kontradiktorni:

- Da se mogu predstaviti jednostavnim funkcijama vremena (time je jednostavnija analiza i realizacija takvog delovanja na objekat);
- Da su dovoljno kompleksni da se na osnovu odziva objekta na njihovo delovanje može zaključiti o njegovom ponašanju za druge oblike ulaza;
- Oblika bliskog signalima koji inače deluju na objekat u njegovom nominalnom radu.

Signali koji zadovoljavaju gornje uslove su:

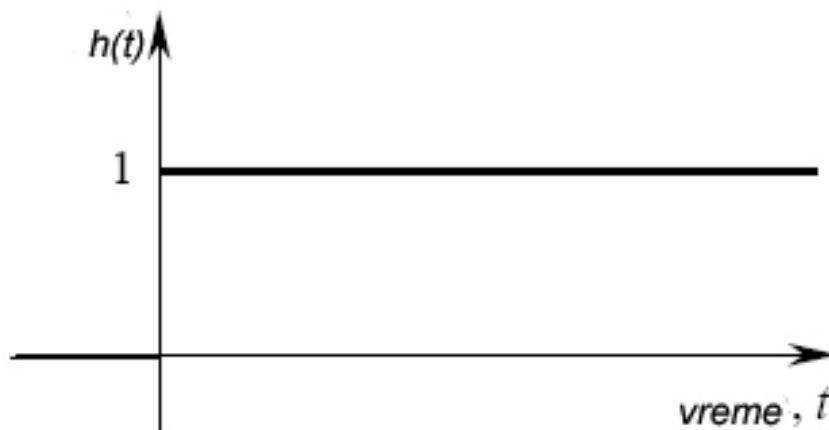
- Signal jediničnog skoka;
- Impulsna funkcija;
- Linearna (rampa) funkcija;
- Sinusna funkcija.

Navedeni signali su najčešće u upotrebi kod testiranja modela sistema, te će posebni biti razmatrani.

9.1. Standardni signali za testiranje modela sistema

9.1.1. Signal jediničnog skoka (jedinična odskočna funkcija) – Hevisajdova funkcija

Ovo je signal koji je najlakše generisati i grafički predstaviti. Mnogi ulazni signali objekta upravljanja se mogu približno aproksimirati ovom funkcijom (uključivanje napona u električnom kolu, skokovita promena sile u mehaničkom sistemu, zaokret kormila broda u cilju promene pravca, momenat početka ciklusa proizvodnje, itd). Pretpostavka je da ovaj signal ima vrednost jedan od trenutka posmatranja ($t=0$), što je dato na slici 43.



Slika 43. Funkcija jediničnog skoka

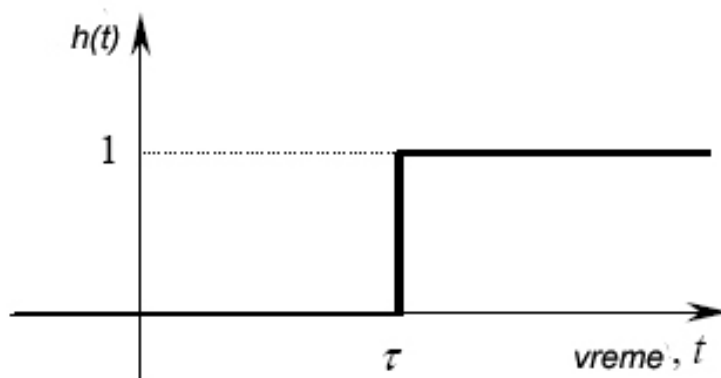
Ovaj signal se obično opisuje preko:

$$h(t) = \begin{cases} 0: t < 0 \\ \in [0,1]: t = 0 \\ 1: t > 0 \end{cases} \quad (9.1)$$

U ovom tumačenju je definisana vrednost funkcije za $t=0$, mada treba istaći da je ta vrednost samo pretpostavljena usled skokovitog prelaska sa nule na jedinicu. To naravno predstavlja matematičku idealizaciju jer je za takvu promenu neophodno neko, ma koliko kratko, vreme. Ova funkcija je se često označava i sa $1(t)$.

Od interesa je definisati i jediničnu odskočnu funkciju sa kašnjenjem, pri čemu se kašnjenje označava sa τ koje je konstanta. Ova funkcija se označava sa $h(t-\tau)$, a grafički je predstavljena na slici 44. Matematičko predstavljanje ove funkcije je:

$$h(t - \tau) = \begin{cases} 0: t < \tau \\ \in [0,1]: t = \tau \\ 1: t > \tau \end{cases} \quad (9.2)$$

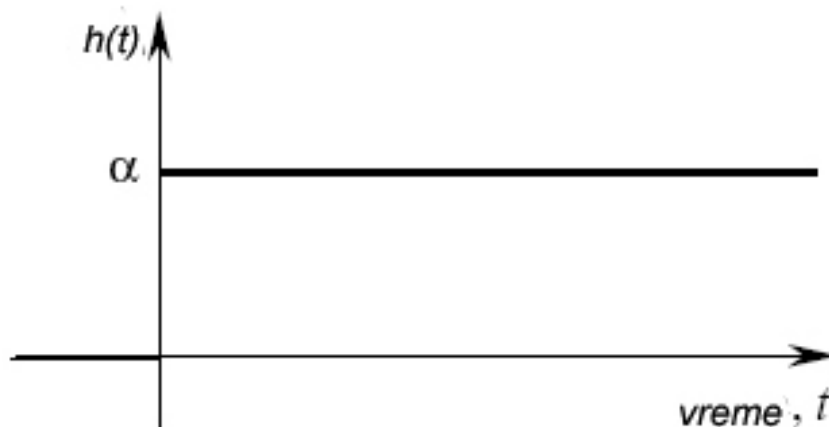


Slika 44. Jedinična odskočna funkcija sa kašnjenjem

Odskočna funkcija, je zapravo veoma slična jediničnoj odskočnoj funkciji s tim što njena maksimalna vrednost nije jednaka jedinici, već ima neku drugu vrednost (α). Time za ovu funkciju važi sledeći izraz:

$$h(t) = \begin{cases} 0: t < 0 \\ \epsilon[0, \alpha]: t = 0 \\ \alpha: t > 0 \end{cases} \quad (9.3)$$

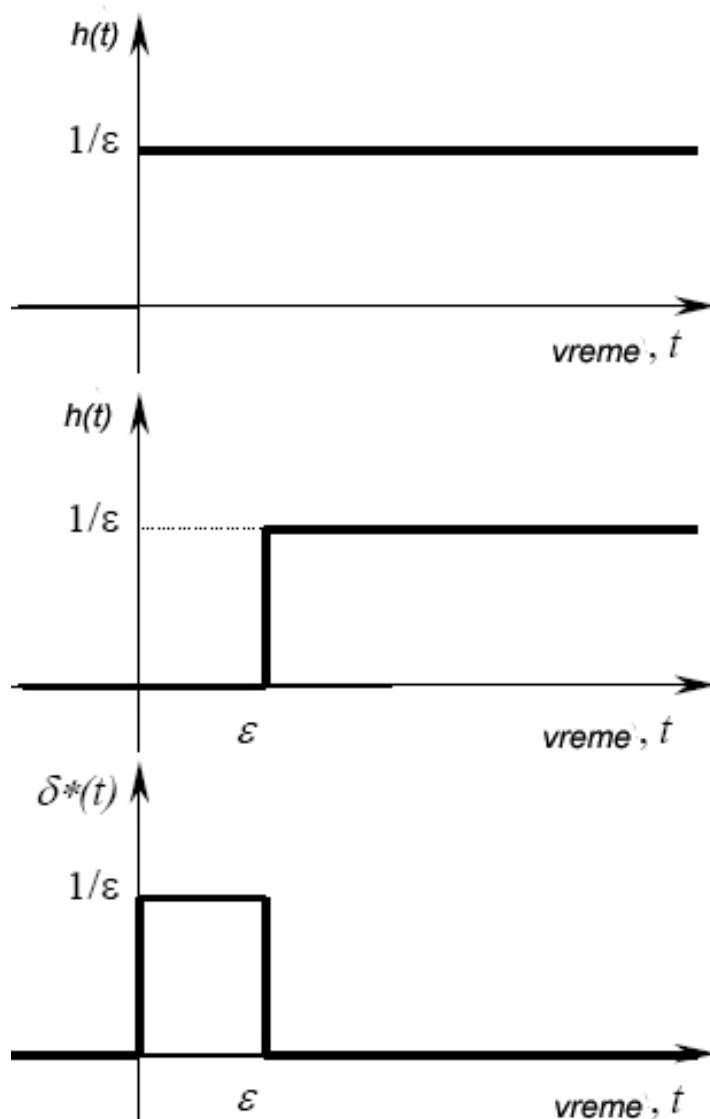
Grafički prikaz ove funkcije je dat na slici 45.



Slika 45. Odskočna funkcija

9.1.2. Impulsna funkcija (Impulsni signal)

Ova funkcija se jednostavno dobija derivacijom jedinične odskočne funkcije. Za lakše razumevanje oblika ove funkcije pogodno je krenuti od njene aproksimacije date na slici 46.



Slika 46. Aproksimacija impulsne funkcije

Ova aproksimacija odgovara razlici dve odskočne funkcije sa skokom $1/\varepsilon$, pri čemu druga ima kašnjenje ε , u odnosu na prvu. Sama razlika se može izraziti kao:

$$\delta^*(t) = h(t) - h(t-\varepsilon) \quad (9.4)$$

U graničnom slučaju kada ε teži vrednosti nula, dobija se impulsna funkcija. Ona se obično označava sa $\delta(t)$ i piše u obliku:

$$\delta(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \delta^*(t) = \begin{cases} 0: t \neq 0 \\ \infty: t = 0 \end{cases} \quad (9.5)$$

Pri čemu važi izraz:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) d(t) = 1 \quad (9.6)$$

Grafički prikaz impulsne funkcije je dat na slici 47.



Slika 47. Grafički prikaz impulsne funkcije.

Na osnovu jednačine 9.6, je očigledno da funkcija ima beskonačnu vrednost za $t=0$, pri čemu je istovremeno površina ispod funkcije konačna i jednaka 1. Ova funkcija se najčešće predstavlja grafički kao na slici 47. Bez obzira na neuobičajnu matematičku definiciju ova funkcija je pogodna za aproksimaciju nekih signala. Navedeni signali su tipa intenzivnih smetnji koji su vrlo kratkog trajanja (snažni ali kratak udar vetra na letelicu, kratkotrajan kratak spoj u električnoj mreži, itd.), i ova ih funkcija aproksimira dosta uspešno.

9.1.3. Linearna (rampa) funkcija – nagibna funkcija

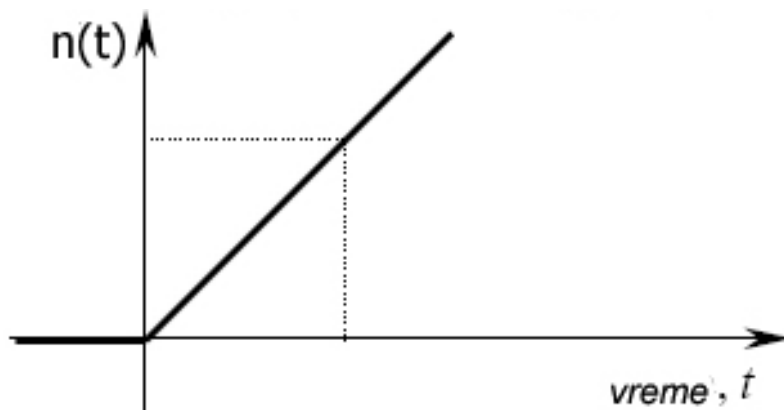
Ukoliko bi se predstavio integral odskočne funkcije, dobila bi se funkcija čija vrednost raste linearno u vremenu od vrednosti nula, koju ima u trenutku $t=0$. Ova funkcija se predstavlja izrazom:

$$n(t) = \begin{cases} 0: t < 0 \\ \alpha t: t > 0 \end{cases} \quad \alpha \in [-\infty, +\infty] \quad (9.7)$$

Kraće se ova funkcija, prema analogiji sa jediničnom odskočnom funkcijom, može predstaviti preko:

$$n(t) = \alpha \cdot t \cdot h(t) \quad (9.8)$$

Ova funkcija je prikazana na slici 48.



Slika 48. Grafički prikaz linearne funkcije

9.1.4. Eksponencijalna funkcija

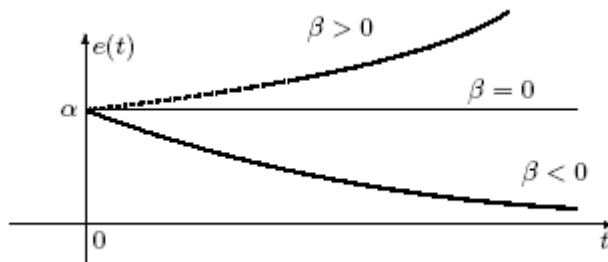
Eksponencijalna funkcija, označava se sa $e(t)$ i definisana je izrazom:

$$e(t) = \begin{cases} 0: t < 0 \\ \epsilon[0, \alpha]: t = 0 \\ \alpha \cdot e^{\beta \cdot t}: t > 0 \end{cases} \quad (9.9)$$

Ovaj se izraz takođe može predstaviti kao:

$$e(t) = \alpha \cdot e^{\beta \cdot t} \cdot h(t) \quad (9.10)$$

Grafički se ova funkcija predstavlja kao na slici 49.



Slika 49. Eksponencijalna funkcija

9.1.5. Sinusna funkcija

Sinusna funkcija, označena sa $s(t)$, definisana je sledećim izrazom:

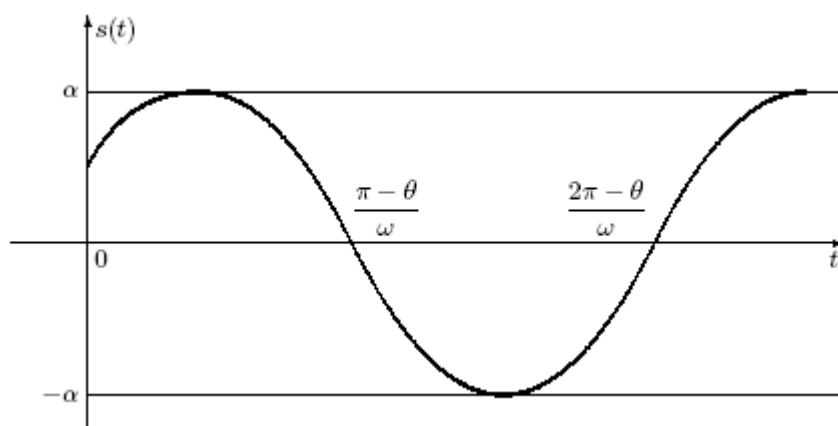
$$s(t) = \begin{cases} 0: t < 0 \\ \epsilon[0, \alpha \cdot \sin\theta]: t = 0 \\ \alpha \cdot \sin(\omega t + \theta): t > 0 \end{cases} \quad (9.11)$$

što se takođe može prikazati i kao:

$$s(t) = \alpha \cdot h(t) \cdot \sin(\omega t + \theta) \quad (9.12)$$

Ova funkcija je osnova za kompletnu frekventnu analizu. Fenomen oscilovanja promenjive, bilo da se radi o ulaznom dejstvu, smetnji ili signalu koji generiše sam sistem je od posebnog je interesa. Veličine važne za kompleksno predstavljanje ovih funkcija su amplituda, frekvencija i fazni pomak.

Grafički prikaz ove funkcije je dat na slici 50.



Slika 50. Grafik sinusne funkcije

9.2. Laplasova (Laplace-ova) transformacija

Problemi analize i sinteze svakog dinamičkog elementa (sistema) redovno su vezani za rešavanje diferencijalnih jednačina. Jedan od najjednostavnijih postupaka rešavanje ovih jednačina je vezan za primenu Laplasove transformacije. Iz tog razloga, u daljem tekstu će biti definisane osnove primene Laplasove transformacije u analizi sistema.

Za posmatrani kontinualni signal (funkciju) $f(t)$; ($0 \leq t \leq \infty$), Laplasova transformacija se predstavlja kao:

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} \cdot f(t) dt \quad (9.13)$$

Nakon operacije integracije, nestaje nezavisna promenjiva t , pa ostaje samo zavisnost od promenjive s . Kompleksna promenjiva $s = \sigma + j\omega$ je takva da izraz e^{-st} u jednačini 9.13, predstavlja prigušenje signala.

Laplasova transformacija prevodi original funkcije ($f(t)$) – definisanu u vremenu, u kompleksno područje $F(s)$ – slika. Još treba napomenuti da je Laplasova transformacija ograničena na funkcije koje zadovoljavaju uslov: $f(t) = 0$, $\forall t < 0$. Takav vid funkcija se naziva kauzalnim.

Takođe, za poznatu kompleksnu sliku funkcije $F(s)$, korišćenjem inverzne Laplasove transformacije moguće je odrediti original prema:

$$\mathcal{L}^{-1}\{f(s)\} = f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} e^{st} \cdot F(s) ds \quad (9.14)$$

Direktno izračunavanje inverzije po obrascu 9.14 je veoma kompleksno te se najčešće inverzna transformacija određuje na drugačiji način. Kao osnov se koristi poznavanje inverznih Laplasovih transformacija elementarnih funkcija, datih u daljem tekstu kao tabelarna vrednost. Međutim, pre toga funkciju treba dovesti uprošćavanjem u oblik na koji su primenjive inverzne Laplasove transformacije elementarnih funkcija.

Radi objašnjenja primene uprošćavanja funkcije posmatraćemo likove funkcija koji su oblika količnika polinoma:

$$F(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{b_ms^m + \dots + b_1s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0} \quad (9.15)$$

Gde je $n \geq m$, jer se u teoriji sistema najčešće sreću upravo ovakve funkcije. Potrebno je napomenuti da su nule polinoma $P(s)$ i $Q(s)$ zapravo nule i polovi funkcije $F(s)$ respektivno. Za nalaženje inverzne Laplasove transformacije su od posebnog interesa polovi funkcije koji predstavljaju rešenje jednačine:

$$Q(s) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0 = 0 \quad (9.16)$$

Zavisno od osobina polova funkcije 9.16 se razlikuju nekoliko slučajeva kod određivanja inverzne Laplasove transformacije:

Slučaj (a) svi polovi su realni i prosti (jednostruki)

U tom slučaju, $F(s)$ se može predstaviti u obliku:

$$F(s) = \frac{P(s)}{(s-s_1)(s-s_2)\dots(s-s_n)} \quad (9.17)$$

Odnosno u obliku:

$$F(s) = \frac{K_1}{(s-s_1)} + \frac{K_2}{(s-s_2)} + \frac{K_3}{(s-s_3)} \quad (9.18)$$

Koeficijenti K_i se određuju metodom neodređenih koeficijenata, koja će u narednom tekstu biti data kroz rešenje primera. Nakon toga se inverzna Laplasova transformacija direktno dobija iz tablice Laplasovih transformacija.

Slučaj (b) postoje konjugovano kompleksni polovi

Pretpostavimo da pored realnih postoje i kompleksni polovi funkcije $F(s)$. U tom slučaju $F(s)$ se može predstaviti u obliku:

$$F(s) = \frac{K_1 s + K_2}{s^2 + as + b} + \frac{K_3}{(s-s_1)} + \dots = F_1(s) + \frac{K_3}{(s-s_1)} + \dots \quad (9.19)$$

Određivanje inverzne Laplasove transformacije $F(s)$ je sada specifično samo za komponentu $F_1(s)$ koja ima par konjugovano kompleksnih polova. Istu je potrebno svesti na oblik:

$$F_1(s) = \frac{K_1 s + K_2}{(s+\alpha)^2 + \beta^2} \quad (9.20)$$

Vrednosti α i β se određuju na osnovu $2\alpha = a$ i $\alpha^2 + \beta^2 = b$.

Za poznate vrednosti α i β , funkcija $F_1(s)$ se može napisati u obliku:

$$F_1(s) = \frac{K_1(s+\alpha)}{(s+\alpha)^2 + \beta^2} + \frac{K_2 + \alpha K_1}{(s+\alpha)^2 + \beta^2} \quad (9.21)$$

Obe komponentne funkcije su sada u obliku da se direktno mogu odrediti njihovi originali.

Slučaj (c) postoje višestruki polovi

Uzmimo da $F(s)$ ima trostruki realan pol $s = s_i$ a da su ostali polovi jednostruki. Tada se $F(s)$ treba da napiše u obliku:

$$F(s) = \frac{K_{11}}{(s-s_1)} + \frac{K_{12}}{(s-s_2)^2} + \frac{K_{13}}{(s-s_3)^3} + R(s) \quad (9.22)$$

Gde $R(s)$ odgovara komponentama koje su posledica svih preostalih polova. Proračun se u ovom slučaju svodi na korektnu primenu osobine o derivaciji

kompleksnog like jer je svaki član koji odgovara trostrukom polu, oblika derivacije prethodnog.

Koristeći navedene definicije izraze moguće je odrediti laplasovu transformaciju funkcija $f(t)$ koje karakterišu pojedine jednostavnije sisteme. Za složenije originale je proračun integrala prema gore datoj definiciji komplikovano. Iz tog razloga se određivanje laplasove transformacije složenijih funkcija svodi na izračunavanje preko transformacije elementarnih funkcija uz korišćenje pravila koja važe za laplasovu transformaciju.

9.2.1. Laplasova transformacija nekih od elementarnih funkcija

Jedinična odskočna funkcija:

U skladu sa definicijom laplasove transformacije, za funkciju: $h(t) = 1(t)$, Laplasova transformacija se izračunava kao:

$$F(s) = \mathcal{L}\{h(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} \cdot 1(t) d(t) = -\frac{1}{s} \cdot e^{-st} \Big|_0^{\infty} = -\frac{1}{s} \cdot (e^{-s\infty} - e^{-s0}) \\ = -\frac{1}{s} \cdot (e^{-\infty} - e^{-0}) = -\frac{1}{s} \cdot (0 - 1) = \frac{1}{s}$$

Impulsna funkcija:

U skladu sa definicijom laplasove transformacije, za funkciju: $\delta(t)$, laplasova transformacija se izračunava kao:

$$F(s) = \mathcal{L}\{\delta(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} \cdot \delta(t) d(t) = \int_0^{\infty} \delta(t) d(t) = 1$$

Što je i logičan ishod integraljenja impulsne funkcije. Naime integral određene funkcije predstavlja površinu ispod te funkcije do granice sa x osom koordinatnog sistema. Sama definicija impulsne funkcije je da je njena površina konačna i jednaka jedinici.

Obzirom na mogućnost računске greške kod izračunavanja integrala kod laplasove transformacije složenih funkcija, najpovoljnije je koristiti tablice laplasovih transformacija elementarnih funkcija za njihovo uprošćavanje.

Laplasove transformacije elemenatarnih funkcija su date u tabeli 4.

Tabela 4. Tablica Laplasovih transformacija elemenatarnih funkcija

R.b.	f(t)	F(s)	R.b.	f(t)	F(s)
1.	$\delta(t)$	1	11.	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
2.	$\delta(t - \tau)$	e^{-Ts}	12.	$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
3.	$h(t)$	$\frac{1}{s}$	13.	$e^{-at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s + a)^2 + \omega^2}$
4.	$h(t - \tau)$	$\frac{e^{-Ts}}{s}$	14.	$e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{s + a}{(s + a)^2 + \omega^2}$
5.	t	$\frac{1}{s^2}$	15.	$1 - \cos \omega t$	$\frac{\omega^2}{s(s^2 + \omega^2)}$
6.	t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	16.	$t \cdot \cos \omega t$	$\frac{s^2 - \omega^2}{(s^2 + \omega^2)^2}$
7.	$e^{\pm at}$	$\frac{1}{s \mp a}$	17.	$\frac{1}{b - a}(e^{-at} - e^{-bt})$	$\frac{1}{(s + a)(s + b)}$
8.	$\frac{1}{a}(1 - e^{-at})$	$\frac{1}{s(s + a)}$	18.	$\frac{1}{a^2}(at - 1 + e^{-at})$	$\frac{1}{s^2(s + a)}$
9.	$t \cdot e^{-at}$	$\frac{1}{(s + a)^2}$	19.	$\frac{a}{b} + (1 - \frac{a}{b})e^{-bt}$	$\frac{s + a}{s(s + b)}$
10.	$t^n \cdot e^{-at}$	$\frac{n!}{(s + a)^{n+1}}$	20.	$\frac{1}{a^2}(1 - e^{-at} - a \cdot t \cdot e^{-at})$	$\frac{1}{s(s + a)^2}$

Ukoliko se u toku analize određenog sistema, primenom Laplasove transformacije, pojavi funkcija koja se ne nalazi u tabeli 4 onda se njena Laplasova transformacija nalazi rastavljanjem same funkcije na zbir jednostavnih funkcije (uprošćavanje) sve do nivoa dok se ne dobiju oblici funkcija prisutnih u tabeli 4. Prilikom uprošćavanja funkcija koristeće se osobine Laplasove transformacije date u Tabeli 5.

Tabela 5. Osnovne osobine Laplasove transformacije

1.	Теорема линеарности	$\mathcal{L}[a \cdot f(t)] = a \cdot F(s)$ $\mathcal{L}[a \cdot f_1(t) + b \cdot f_2(t)] = a \cdot F_1(s) + b \cdot F_2(s)$
2.	Чисто временско кашњење	$\mathcal{L}[f(t - \tau)] = F(s) \cdot e^{-s\tau}$
3.	Померање комплексног лика	$\mathcal{L}[e^{-\sigma t} f(t)] = F(s) \cdot (s + \sigma)$
4.	Конволуција оригинала	$f(t) = \int f_1(t - \tau) f_2(\tau) d\tau$ $\mathcal{L}[f(t)] = F_1(s) \cdot F_2(s)$
5.	Теорема о изводу оригинала	$\mathcal{L}\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = sF(s) - f(0_-)$ $\mathcal{L}\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right] = s^n F(s) - \sum_{k=1}^n s^{n-k} f^{(k-1)}(0_-)$ где су $f^{(k)}(0_-)$ почетни услови који су код каузалних система једнаки нули
6.	Теорема о интегралу оригинала	$\mathcal{L}\left[\int_0^t f(t) dt\right] = \frac{F(s)}{s}$ $\mathcal{L}\left[\int_0^t \int_0^t \dots \int_0^t f(t) dt\right] = \frac{F(s)}{s^n}, n = 0, 1, 2, \dots$
7.	Прва гранична теорема	$\lim_{s \rightarrow \infty} sF(s) = f(0)$
8.	Друга гранична теорема	$\lim_{s \rightarrow \infty} sF(s) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = f(\infty)$

Пример 9.1: Odrediti Laplasovu transformaciju sledeće funkcije, odnosno njen kompleksni lik:

$$f(t) = a + bt + ct^2 \quad a, b, c = \text{const}$$

Rešenje:

Комплексни лик задате функције која се менја у временском домену, добија се применом директне laplasove transformacije:

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \mathcal{L}\{a + bt + ct^2\} = \mathcal{L}\{a \cdot h(t)\} + \mathcal{L}\{bt\} + \mathcal{L}\{ct^2\} =$$

$\mathcal{L}\{a \cdot h(t)\}$: на основу табеле 4 и редног броја 3, следи:

$$\mathcal{L}\{a \cdot h(t)\} = a \cdot 1/s = a/s$$

$\mathcal{L}\{bt\}$: na osnovu tabele 4 i rednog broja 5, sledi:

$$\mathcal{L}\{bt\} = b \cdot 1/s^2 = b/s^2$$

$\mathcal{L}\{ct^2\}$: na osnovu tabele 4 i rednog broja , sledi:

$$\mathcal{L}\{ct^2\} = c \cdot \frac{2!}{s^{2+1}} = c \cdot \frac{2}{s^3}$$

Na kraju je kompleksni lik zadate funkcije:

$$F(s) = a/s + b/s^2 + c \cdot \frac{2}{s^3}$$

Primer 9.2: Odrediti inverznu Laplasovu transformaciju funkcije:

$$F(s) = \frac{s+1}{s^2+2s}$$

Rešenje:

Navedena funkcija se može napisati u obliku:

$$F(s) = \frac{s+1}{s^2+2s} = \frac{s+1}{s(s+2)}$$

Ova funkcija ima dva realna i prosta pola: $s_1=0$ i $s_2=-2$, te se može rešavati primenom slučaja (a), odnosno jednačine 9.18:

$$F(s) = \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{s+2}$$

Na dalje će biti primenjeno pravilo neodređenih koeficijenata. Prema ovom pravilu, $F(s)$ izražavamo kao:

$$F(s) = \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{s+2} = \frac{K_1(s+2)+K_2s}{s(s+2)} = \frac{K_1s+2K_1+K_2s}{s(s+2)} = \frac{(K_1+K_2)s+2K_1}{s(s+2)}$$

Ukoliko ovu funkciju uporedimo sa polaznom, tada je:

$$s + 1 = (K_1 + K_2)s + 2K_1$$

Odatle je:

$$K_1 + K_2 = 1$$

|

$$2K_1 = 1.$$

Dalje je:

$$K_1 = \frac{1}{2}$$

|

$$K_2 = \frac{1}{2}$$

Sada se polazna funkcija u uprošćenom transformisanom obliku može napisati kao:

$$F(s) = \frac{s+1}{s^2+2s} = \frac{1}{2s} + \frac{1}{2(s+2)}$$

Rešenje navedene funkcije se određuje na sledeći način:

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{2s} + \frac{1}{2(s+2)}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{2s}\right\} + \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{2(s+2)}\right\}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{2s}\right\}: \text{na osnovu tabele 4 i pravila 3: } \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{2s}\right\} = \frac{1}{2} h(t)$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{2(s+2)}\right\}: \text{na osnovu tabele 4 i pravila 7: } \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{2(s+2)}\right\} = \frac{1}{2} e^{-2t}$$

Tako da je

$$f(t) = \frac{1}{2} h(t) + \frac{1}{2} e^{-2t}$$

Primer 9.3:

Odrediti inverznu Laplasovu transformaciju funkcije

$$F(s) = \frac{s+5}{s^2+2s+10}$$

Rešenje:

Razmotrimo polove funkcije: $s^2 + 2s + 10$ (tip polinoma: $as^2 + bs + c$)

$$s_{1,2} = \frac{-a \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{-36}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{36}i}{2}$$

na osnovu toga je $s_1 = -1+3i$ dok je $s_2 = -1-3i$

Obzirom da funkcija ima kompleksne polove, treba primeniti slučaj (b) i jednačinu (9.20) za transformaciju polazne funkcije u oblik:

$$F(s) = \frac{s+5}{s^2+2s+10} = \frac{s+5}{(s+\alpha)^2+\beta^2}$$

Vrednosti α i β se određuju na osnovu funkcije: $s^2 + 2s + 10$ (tip polinoma $s^2 + as + b$)

$$2\alpha = a \quad \text{i} \quad \alpha^2 + \beta^2 = b.$$

$$\text{Odnosno } 2\alpha = 2 \quad \text{i} \quad \alpha^2 + \beta^2 = 10$$

$$\text{Odatle je: } \alpha = 1 \quad \text{i} \quad \beta = 3$$

Sada je:

$$F(s) = \frac{s+5}{s^2+2s+10} = \frac{s+5}{(s+\alpha)^2+\beta^2} = \frac{s+5}{(s+1)^2+3^2}$$

Navedena funkcija ima sličnosti sa pravilom 14 iz tabele 4, te vršimo dalju transformaciju u

$$F(s) = \frac{s+1}{(s+1)^2+3^2} + \frac{4}{(s+1)^2+3^2}$$

Dalje je:

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s+1}{(s+1)^2+3^2} + \frac{4}{(s+1)^2+3^2}\right\}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s+1}{(s+1)^2+3^2}\right\}: \text{ na osnovu previla 14 iz tabele 4:}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s+1}{(s+1)^2+3^2}\right\} = e^{-t}\cos 3t$$

$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{4}{(s+1)^2+3^2}\right\}$: na osnovu previla 13 iz tabele 4:

$$\frac{4 \cdot \frac{3}{3}}{(s+1)^2 + 3^2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{(s+1)^2 + 3^2}$$

$$\frac{4}{3} \cdot \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{3}{(s+1)^2+3^2}\right\} = \frac{4}{3} \cdot e^{-t} \sin 3t$$

Te je:

$$F(t) = e^{-t} \cos 3t + \frac{4}{3} \cdot e^{-t} \sin 3t$$

10. MODELOVANJE DINAMIČKIH ELEMENATA SISTEMA

Cilj svakog istraživanja, odnosno naučne spoznaje stvarnosti, nosi u osnovi želju da se utvrde zakonitosti i činjenice koje karakterišu razmatrani objekat, proces ili pojavu. Potpuno je jasno da prvu etapu u takvim naporima čine rezultati **posmatranja i merenja**, koji predstavljaju polaznu tačku ka određivanju **modela** koji u osnovi mora da „kondenzovano“ iskaže informaciju o objektu sadržanu u rezultatima posmatranja (opservacija). Ovo se objašnjava činjenicom da svaki posebni rezultat posmatranja istoga sistema ima manje – više sličan karakter (ali ne i identičan), tako da se projektovanje verodostojnog modela realnog objekta može ostvariti višestrukim i veoma često uzastopnim posmatranjima. Slučajnost u odstupanjima rezultata posmatranja je posledica dobro poznate činjenice da je praktično nemoguće obuhvatiti mnogobrojne uticaje koji deluju na razmatrani objekat, utvrditi stepen njihovog međusobnog delovanja kao i pouzdano se osloniti na kvalitet opreme koja se u tim ispitivanjima koristi.

Uloga modela u prirodnim, društvenim i tehničkim naukama ima poseban značaj. Oslanjajući se na rezultate posmatranja inženjeri projektuju model koji odgovara razmatranoj pojavi i na osnovu koga, metodom probe grešaka, formiraju zaključke i obogaćuju teorijska saznanja. Rukovodeći se ovim zaključcima planiraju se novi eksperimenti i posmatranja čiji se osnovni zadatak sastoji u potvrdi ili opovrgavanju novih teorijskih rezultata i spekulacija. Veoma često i na prvi pogled genijalne ideje bivaju opovrgnute nakon dodatnih posmatranja razmatrane pojave. Na taj način rezultati posmatranja predstavljaju fundamentalni prilaz u rešavanju velike većine savremenih, akutnih problema prirodnih, društvenih i tehničkih nauka i neraskidivo su povezani sa procesom projektovanja modela. Iako se u prethodnim poglavljima ove knjige termin „model“ već široko koristio, njegov se potpuni smisao mogao samo delimično naslutiti. Da bi se ovaj pojam u nastavku ove knjige koristio bez nejasnoća, u ovom poglavlju će biti definisan model. Def: Pod modelom se podrazumeva opis suštinskih osobina realnog objekta koji o njemu u pogodnoj formi iskazuje sve neophodne informacije (Eykhoff).

Još jedna definicija modela je: Model je simbolička postavka ili hipoteza o načinu na koji će se odvijati neki proces i da se njegovom analizom (ispitivanjem i rešavanjem) mogu dobiti odgovori o ponašanju originalnog procesa.

Navedene definicije je moguće upotpuniti sledećim komentarima:

- Model mora da u potpunosti odražava stvarno stanje objekta. Pri tome je dovoljno da ga on „imitira“ u ponašanju ili „podražava“ njegovo ponašanje. Izuzetno složeni modeli obično imaju samo akademsku vrednost pa se, po

pravilu, znatno uprošćavaju sve do stepena kada se u njihovoj analizi može efikasno primeniti savremeni matematički aparat;

- Modeli se ne projektuju samo za realno postojeće objekte, već i za objekte koji su u fazi konstrukcije ili izvođenja. Ovo je veoma značajna činjenica za gotovo svaku oblast tehnike ali i za oblast poslovanja menadžera industrijskog procesa. Naime, greške koje se mogu javiti u konstrukciji bilo kojeg tehnološkog sistema ili elementa poslovnog procesa mogu se izbjeći jedino ukoliko se razmatrani proces prvo analizira na nivou modela.

Imajući u vidu sve nared rečeno, zaključujemo da se model u prvom redu može iskoristiti za ispitivanje objekata. Naime, na bazi prikupljenih podataka i informacija, moguće je predvideti u izvesnoj meri njegova ponašanja. Time se praktično analiza modela može poistovetiti sa dijagnostikom realnog objekta.

U situacijama kada se konstruiše složeni objekat (tehnološki ili poslovni proces) poznavanje modela pojedinih manjih celina može u mnogome da doprinese da se zadovolje kriterijumi postavljeni u zahtevanim performansama rada celokupnog procesa.

I kao vrlo važna činjenica, modeli objekta su suštinskog značaja u upravljanju (menadžmentu). U tom slučaju, potrebno je razlikovati modele za sledeće radne režime objekta:

- uslove normalnog funkcionisanja kada je ulaz objekta pobuđen proizvoljnom vremenskom funkcijom (najčešće jednom od napred opisanih standardnih ulaznih funkcija);
- havarijske režime i
- režime pokretanja ili obustavljanja rada objekta.

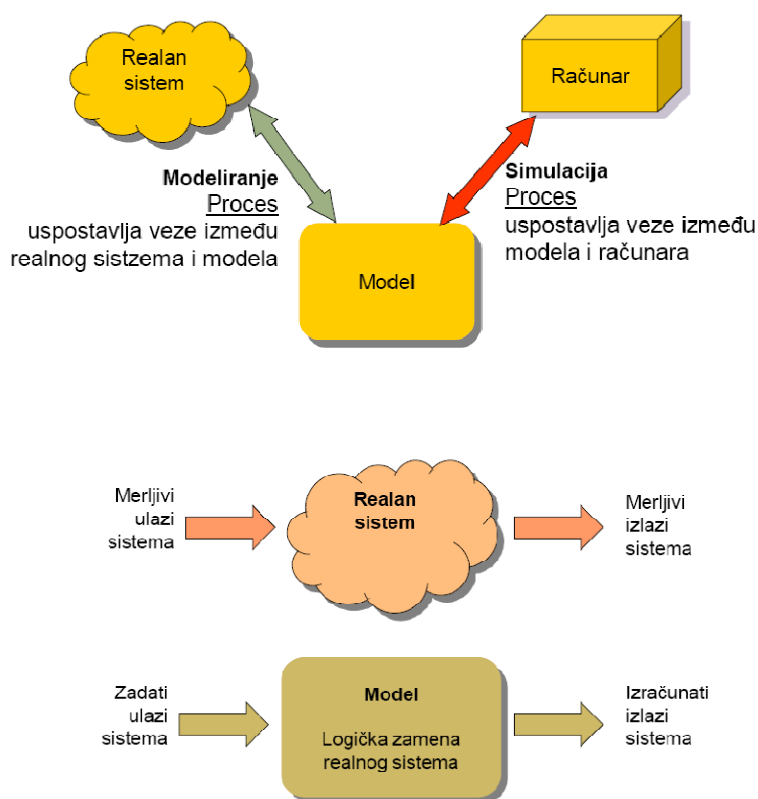
Bez obzira na intenzivan razvoj metoda za projektovanje modela u različitim oblastima nauke i tehnike a posebno za potrebe upravljanja, može se reći da još uvek ne postoji njihova jedinstvena klasifikacija. U tom pogledu, modeli se u savremenom razmatranju svrstavaju u dve kategorije: klasu **simboličkih** i klasu **realnih** (fizičkih, materijalnih) modela.

Simbolički modeli opisuju objekat, proces ili pojavu na nakom od jezika (simbolima) karakterističnim za prirodu objekta. Da bi pojam simboličkog jezika bio jasniji treba poći od činjenice da je svaka naučna disciplina sa svojim istorijskim razvojem razvijala i sopstveni jezik znakova i simbola koji je karakterišu. Prvi jezik za opisivanje bilo koje naučne discipline je naravno bio govorni jezik, potom se javlja matematički jezik izražen prvenstveno simboličkim oznakama, relacijama i logičkim zavisnostima, potom svaka disciplina nauke i tehnike razvija

sopstveni jezik simbola. Ipak, intenzivnim razvojem računarske tehnike, mogućnosti modeliranja najrazličitijih pojava znatno rastu. To dovodi i do izvesne standardizacije simboličkih modela i njihovoj širokoj primenljivosti koja vodi do visoke opštosti primene računarske simulacije i modeliranja. To dovodi do toga da se kao osnovni simbolički prikaz ponovo javlja matematički jezik, kojem se prilagođavaju zasebni simboli bilo koje naučne discipline.

Relani modeli (materijalni ili fizički modeli) čine drugu klasu modela. Primeri ovih modela su različita laboratorijska postrojenja napravljena na bazi teorije sličnosti, makete procesa, makete objekata i postrojenja, itd. Ranije se razvoj bilo kojeg poslovnog ili tehnološkog procesa nije mogao zamisliti bez upotrebe ovakvih modela. U savremenoj inženjerskoj praksi njihova primena je sve manja i manja. Naime, primena realnih modela je sve više potisnuta savremenim simulacionim tehnikama zasnovanim na CAD računarskim sistemima. Pri tome, simulacija ne mora obavezno da sadrži i simbolički model objekta već može samo biti računarska imitacija klasičnog fizičkog modela procesa.

Na sledećem dijagramu je prikazan odnos realnog sistema prema Modelu i simulaciji rada realnog sistema.

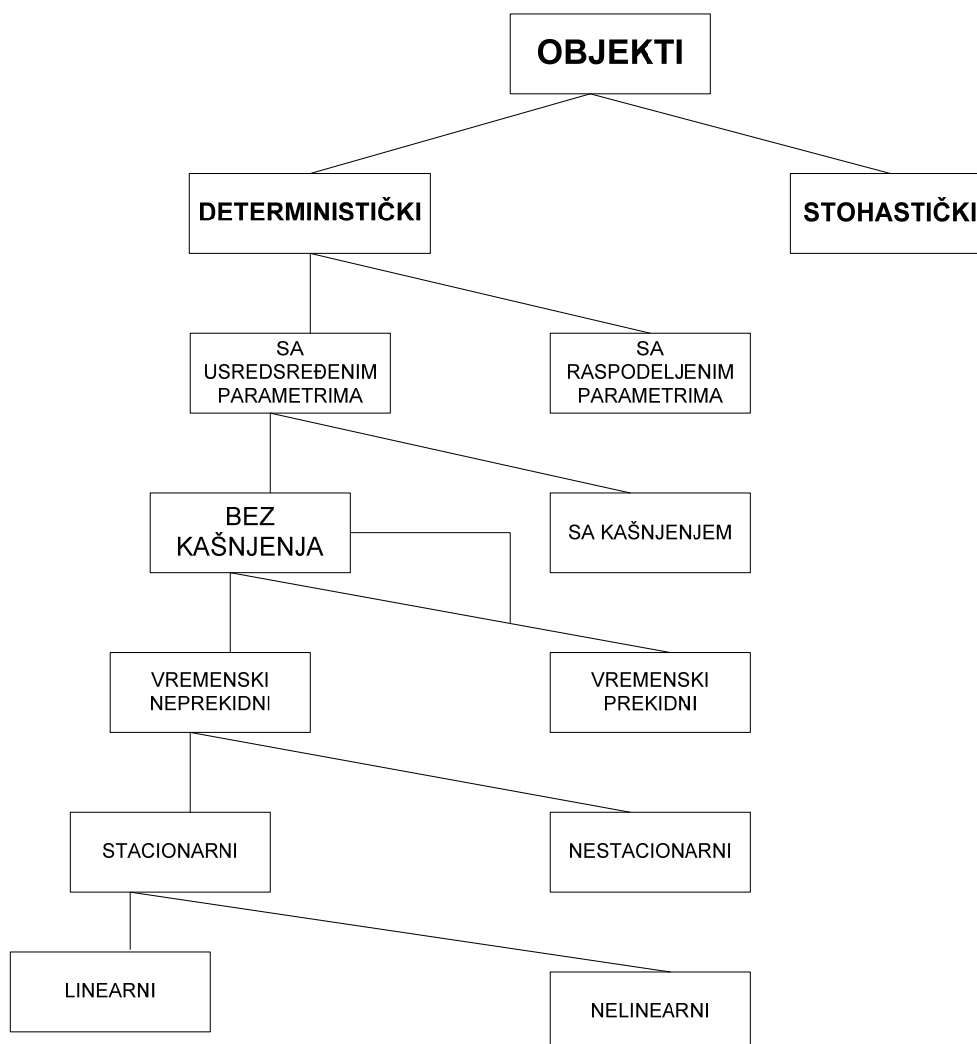


Slika 51. Odnos realnog sistema prema modelu i simulaciji rada realnog sistema

Na osnovu napred rečenog, može se zaključiti da je cilj modelovanja sistema (procesa) svodi na:

- Upotrebu modela umesto realnog sistema radi određenog saznanja;
- Izbegavanje opasnosti eksperimenta nad realnim sistemima;
- Dobijanje rezultata čija analiza treba da obezbedi efikasnije upravljanje realnim sistemom.

Imajući u vidu kompleksnost tehnoloških i poslovnih procesa koji su najčešći objekti modelovanja, najčešće bi njihovo potpuno opisivanje zahtevalo veoma složen model objekta. Iz tog razloga modelovanju najčešće prethodi i dekompozicija složenih sistema na jednostavnije podsisteme i elemente. Iz razloga dekompozicije sistema potrebno je i objekat modelovanja na pravi način okarakterisati. Šema klasifikacije potencijalnog objekta modelovanja je data na slici 52. Svaka od ovih klasa objekata zahteva i zasebnu klasu vrste modelovanja.



Slika 52. Šema klasifikacije objekta upravljanja

Prethodno rečeno jasno ukazuje da složenost matematičkog modela objekta (procesa) zavisi od usvojenog modela. Pod modelom se podrazumeva idealizovani proces proistekao kao posledica uprošćavanja stvarnog procesa. Pri tome, model ne treba i nemože da reprodukuje stvarnost u potpunosti. Dovoljno je da iskaže (formalno opiše) deo strukture ili ponašanja realnog sistema.

Na osnovu klasifikacije objekata upravljanja vrši se i klasifikacija primenjenih modela. Na taj način neki od osnovnih elemenata osnovna klasifikacije modela su:

1) *Deterministički i stohastički modeli*

Da bi se utvrdilo da li se radi o determinističkom ili stohastičkom modelu, potrebno je ustanoviti da li model sadr slučajne promenljive?

Potom, ukoliko su izlazi modela uvek isti za iste ulaze i stanje modela , onda je u pitanju deterministički model. Suprotno, stohastički model (nedeterministički). Pri čemu je model sa barem jednom stohastičkom promenljivim = stohastički model.

2) *Linearni i nelinearni modeli*

Linearni modeli menjaju stanja i daju izlaze poštujući linearne transformacije. Kod linearnih modela važi princip superpozicije:

$$L[c_1u_1(t) + c_2u_2(t)] = c_1L[u_1(t)] + c_2L[u_2(t)]$$

3) *Fizički i apstraktni modeli*

Fizički modeli su materijalne reprezentacije istraživanog sistema zasnovane na analogiji fizičkih zakona. Apstraktni modeli su simbolična, verbalna i matematičko-logička reprezentacija sistema. Pri čemu apstraktni modeli upotrebljavaju simboličku notaciju, imaju promenljive i matematičke funkcije ili dijagrame stanja i sl.

4) *Stacionarni (statički) i nestacionarni (dinamički) modeli*

Statički modeli daju izlaze modela za sistem u ravnoteži – stacionarno stanje. **Ukoliko se stanje ravnoteže promeni, izlazi se menjaju, ali se ne prikazuju načini i uzroci prelaza iz jednog stacionarnog stanja u drugo.** Dinamički modeli daju promene izazvane aktivnostima u sistemu.

10.1. Matematičko modelovanje objekata i procesa

Kao suštinski reprezent unutrašnjih važnih osobina objekta, koristi se jednačina ponašanja objekta. Postupak iznalaženja tih osobina u vidu matematičkih relacija, operacija i simbola, označava se kao matematičko modelovanje (modeliranje). Pri tome, same te matematičke relacije, operacije i simboli koji omogućavaju postupnu spoznaju dinamičkih osobina objekata i njegovo dinamičko ponašanje za proizvoljne promene ulaznih veličina i proizvoljne početne i granične uslove predstavlja matematički model objekta ili procesa.

Predmet modelovanja (i simulacije) mogu biti:

- Proizvodni pogoni;
- Banke, pošte, samoposluge, ...;
- Distributivne mreže – transport materijala;
- Distribucija vode, struje, gasa;
- Službe za hitne intervencije;
- Računarski sistemi;
- Saobrađajni sistemi (raskrsnice, luke, ...);
- Fabrike;
- Restorani “brze hrane”;
-

Imajući u vidu kompleksnost i raznolikost objekata modelovanja, najčešće bi njihovo potpuno opisivanje zahtevalo veoma složen matematički model objekta izražen nelinearnim parcijalnim diferencijalnim jednačinama. Iz tog razloga se gotovo uvek pristupa delimičnoj ili potpunoj idealizaciji sistema u cilju modelovanja.

Stepen idealizacije procesa zavisi od broja i karaktera usvojenih pretpostavki. Sa ciljem da se dobijeni matematički model što bolje iskoristi u praksi, neophodno je uvek analizirati neophodnost učinjenih pretpostavki.

Na taj način, svesni činjenice da matematički model treba što bolje da odražava realni proces a i saznanje do kojih granica seže savremeni matematički aparat, postavlja se pitanje u kojoj meri treba idealizovati realni proces tako da ne budu zapostavljene njegove primarne osobine a da sa druge strane matematički model ne bude suviše kompleksan u smislu dalje matematičke analize.

Konačna ocena pouzdanosti matematičkog modela može se samo približno izreći i to na osnovu detaljne analize svih usvojenih pretpostavki i rezultata kojima ishoduje razmatrani model. U tom smislu, prava provera vrednosti matematičkog modela može se u praktičnim uslovima sprovesti na dva načina:

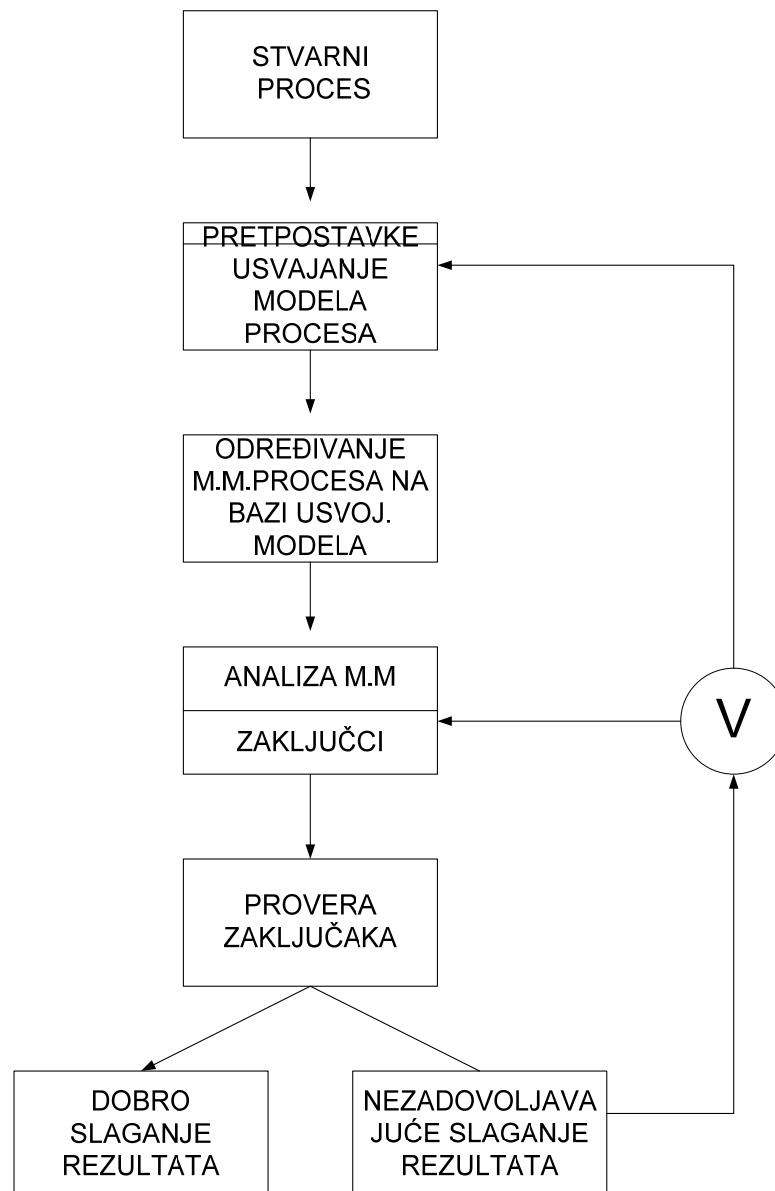
Prvi način (M1) se zasniva na pretpostavci da je matematički model objekta predstavljen u vidu sistema diferencijalnih jednačina. Rešenja tog sistema jednačina se mogu dobiti njihovom simulacijom na računaru, uvođenjem standardnih ulaznih signala. Potom se sada realni sistem (objekat upravljanja) pobuđuje istim ulaznim veličinama i meri se izlaz sistema (odziv). Poređenjem odziva sistema diferencijalnih jednačina koje predstavljaju model objekta i stvarnog odziva objekta, donose se zaključci o validnosti formiranog modela.

Na slici 53 je prikazana principijalna šema postupka određivanja i verifikacije matematičkog modela objekta ili procesa

U drugom prilazu (M2), polazeći od eksperimentalno snimljenih funkcionalnih zavisnosti ponašanja realnog objekta u nestacionarnom režimu moguće je korišćenjem različitih vidova identifikacije odrediti matematički model objekta. Poređenjem ovoga i analitički izvedenog matematičkog modela mogu se izvući kvalitativni i kvantitativni zaključci. O ovoj tehnici, koja se prvenstvo zasniva na lineatnoj i nelinearnoj statistici, biće više reči u narednim poglavljima ove knjige. Prvi način formiranja modela preko sistema diferencijalnih jednačina biće opisan već u narednom poglavlju.

Stepeni vrednosti (valjanosti) modela, dobijeni procenom modela su:

- Replikativna valjanost (najniži stepen)
 - Uporedivi su izlazi modela i sistema
- Prediktivna valjanost
 - Model proizvodi dobre vrednosti na izlazima per nego što su stvarno izmerene u realnom sistemu (predviđanja modela)
 - Omogućava istraživanje situacija koje nisu posmatrane u sistemu
- Strukturna valjanost
 - Model u potpunosti odslikava **način** na koji realan sistem funkcioniše
 - Omogućava istraživanje operacija sistema koje se ne mogu meriti.



Slika 53. Algoritam postupka verifikacije matematičkog modela

Kod pretstavljanja modela sistemom diferencijalnih jednačina (M1) struktura modela proizilazi direktno na bazi poznatih teorijskih saznanja i naučnih zakonitosti koje važe za dati sistem, dok se kod postupka zasnovanom na statističkoj analizi (M2) struktura modela mora pretpostaviti unapred.

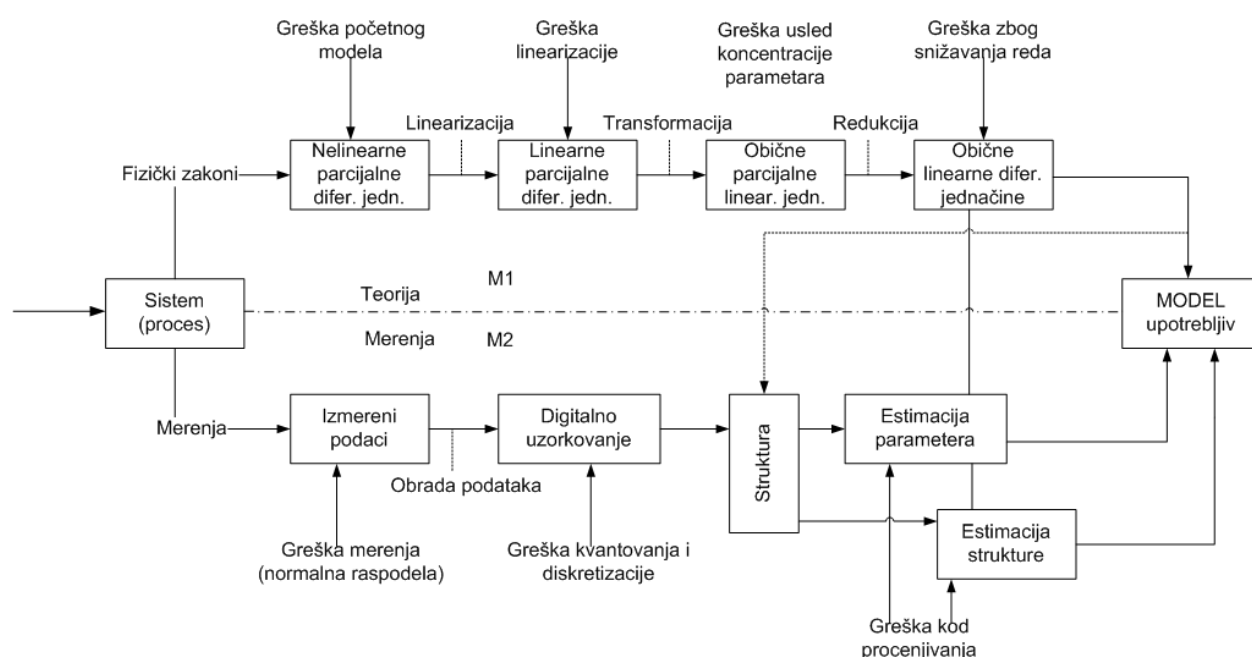
Kod M1 se reprodukuju relacije između ulaza, internih promenljivih procesa i izlaza, dok se kod M2 uglavnom dobija model tipa crne kutije, tj.pomoću M2 se samo reprodukuju relacije između ulaza i izlaza.

Kod M1 su parametri modela povezani sa stvarnim parametrima originala, dok su kod M2 to najčešće samo neke brojne vrednosti i ne moraju biti, određeni fizički parametri realnog procesa.

Model dobijen pomoću M1 vredi i za srodne procese i razne režime rada, dok se sa M2 model odnosi jedino na određeni proces na kojem se vrše merenja. Iz tog razloga se putem M2 ne mogu analizirati sva stanja, kao što su npr. havarijska stanja procesa.

Ipak, programska rešenja formirana za postupak M2 se mogu primenjivati za dobijanja modela različitih procesa, dok se za M1 za svaki proces modelovanje mora vršiti iz početka.

Na slici 54 je prikazan odnos M1 i M2 procedura kod formiranja modela procesa.



Slika 54. Odnos pristupa modelovanju na osnovu teorijskih saznanja (M1) i rezultata eksperimentalnog merenja (M2) u sistemu.

10.2. Diferencijalne jednačine dinamičkih elemenata

U dinamičkim sistemima se analizira preraspodela energije, materije i informacija u vremenu, te je vreme nezavisna promenljiva. Promena, materije, energije i informacija se ispoljava kroz promene odgovarajućih veličina u sistemu. Iz tog razloga, za analizu sistema, su od interesa veze između izvoda promenljivih u funkciji vremena (izvoda po vremenu). Ove zavisnosti se mogu izraziti diferencijalnim jednačinama. Kako je već rečeno, ovo je osnov modelovanja sistema prema teorijskim zakonitostima koje ga karakterišu (M1).

Modelovanje bilo kog dinamičkog elementa, prema metodologiji M1, se svodi na postavljanje diferencijalne jednačine koja opisuje njegovo ponašanje. Ukoliko se radi o elementu sa jednim ulazom i jednim izlazom tada odgovarajuća diferencijalna jednačina treba da daje vezu između izvoda ovih dveju veličina. Veza njihovih izvoda se može zapisati diferencijalnom jednačinom višeg reda. Ovo su modeli tipa ulaz-izlaz i jedan od oblika je:

$$l\left(\frac{d^n x_i(t)}{dt^n}, \dots, x_i(t); \frac{d^m x_u(t)}{dt^m}, \dots, x_u(t)\right) = 0 \quad (10.1)$$

Gde je l – nelinearna funkcija više promenljivih. Promenjiva $x_u(t)$ je ulaz elementa, a $x_i(t)$ njegov izlaz.

Kada ne element deluje neka ulazna veličina kažemo da se radi o neautonomnom elementu koji se opisuje nehomogenom diferencijalnom jednačinom. Ukoliko diferencijalna jednačina odgovara interakciji u stvarnom elementu tada će njeno rešenje odgovarati ponašanju modelovanog elementa. Prema tome, rešavanje diferencijalne jednačine odgovara analizi ponašanja modelovanog dinamičkog elementa.

Kako ne postoji opšte rešenje za rešavanje raznih tipova diferencijalnih jednačina od posebnog je značaja da se elementi (kad god je to moguće) predstave linearnim diferencijalnim jednačinama sa konstantnim koeficijentima. Ovo naravno uvodi izvesnu grešku aproksimacije u analizi sistema, jer je poznato da se realni sistemi ne ponašaju tako da ih linearna aproksimacija može adekvatno opisati.

Linearizacija modela datog nelinearnom jednačinom (10.1) se svodi na to levu stranu jednačine razvijemo u Taylor-ov red u okolini nekog ravnotežnog stanja (x_{u0}, x_{i0}) . Pretpostavimo da se određeno ravnotežno stanje sistema uspostavlja pri datoj konstantnoj vrednosti ulaza $x_u(t) = x_{u0}$ i da je izlaz sistema u tom stanju jednak određenoj konstantnoj vrednosti $x_i(t) = x_{i0}$. Prema tome u ravnotežnom stanju, izraz 10.1, postaje:

$$l(0, \dots, x_{i0}; 0, \dots, x_{u0}) = 0 \quad (10.2)$$

Usvojimo da su i dalje od interesa promene ulaza $\Delta(x_u(t)) = x_u(t) - x_{u0}$ i izlaza $\Delta(x_i(t)) = x_i(t) - x_{i0}$ u okolini ravnotežnog stanja (x_{u0}, x_{i0}) . Zbog jednostavnijeg prikaza ovakvih jednačina najčešće se Δ uz sve promenjive izostavlja, ali se uvek

ima u vidu da se radi o promenama (odstupanjima) ovih promenljivih u odnosu na njihove vrednosti u razmatranom ravnotežnom stanju. Razvoj jednačine 10.1. u Tajlorov red se može predstaviti kao:

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n x_i(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x_i(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 x_i(t) = \\ = b_m \frac{d^m x_u(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x_u(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_0 x_u(t) \end{aligned} \quad (10.3)$$

Gde su koeficijenti a_k ($k=0, \dots, n-1$); b_i ($i=0, \dots, m$) određeni vrednostima parcijalnih izvoda funkcije l u ravnotežnoj tački prema:

$$a_0 = \left(\frac{\partial l}{\partial x_i} \right)_0, a_1 = \left(\frac{\partial l}{\partial \dot{x}_i} \right)_0, \dots, b_0 = \left(\frac{\partial l}{\partial x_u} \right)_0, b_1 = \left(\frac{\partial l}{\partial \dot{x}_u} \right)_0$$

Prema tome, jednačina 10.3, se može prikazati jednostavnije kao:

$$\begin{aligned} a_n x_i^{(n)}(t) + a_{n-1} x_i^{(n-1)}(t) + \dots + a_2 \ddot{x}_i(t) + a_1 \dot{x}_i(t) + a_0 x_i(t) = \\ = b_m x_u^{(m)}(t) + b_{m-1} x_u^{(m-1)}(t) + \dots + b_2 \ddot{x}_u(t) + b_1 \dot{x}_u(t) + b_0 x_u(t) \end{aligned} \quad (10.4)$$

Iz navedenog proizilazi da je prvi korak u analizi dinamičkog elementa formiranje odgovarajuće diferencijalne jednačine koja opisuje njegovo ponašanje. Ovo se postiže primenom odgovarajućih zakonitosti naučne discipline iz koje se posmatrani sistem razmatra. U narednim poglavljima biće opisano formiranje modela za neke karakteristične slučajeve.

Kako je već rečeno, sledeći korak se zasniva na linearizaciji ovako definisane diferencijalne jednačine. Na bazi aproksimacije prvog reda za funkciju l , koja se dobija izostavljanjem članova višeg reda u Tajlorovom razvoju (10.3), dobija se linearna diferencijalna jednačina u odnosu na navedene promene ulaza i izlaza, koji se koristi za dalju analizu sistema, što je opisano u daljem tekstu ove knjige.

10.3. Prenosna funkcija sistema

Prenosna funkcija sistema je jedan od osnovnih pojmova vezanih za dinamičke sisteme, kakav je sistem prikazan jednačinom 10.4. Prenosna funkcija sistema omogućava dinamičku analizu sistema u kompleksnom domenu. To automatski znači da jednačina 10.4. sa vremenskog treba da se transformiše u kompleksni domen. To se naravno radi primenom Laplasove transformacije na linearizovanu funkciju sistema. Obzirom da prenosna funkcija omogućuje dinamičku analizu sistema u kompleksnom domenu, na njoj se zasnivaju mnoga efikasna rešenja raznih problema pri proučavanju sistema.

Posle primene Laplasove transformacije na diferencijalnu jednačinu ulazno-izlaznog linearizovanog modela sistema n-tog reda (J-na 10.4), dobija se:

$$\begin{aligned} a_n s^n X_i(s) + a_{n-1} s^{n-1} X_i(s) + \dots + a_2 s^2 X_i(s) + a_1 s X_i(s) + a_0 X_i(s) = \\ = b_m s^m X_u(s) + b_{m-1} s^{m-1} X_u(s) + \dots + b_2 s^2 X_u(s) + b_1 s X_u(s) + \\ b_0 X_u(s) + f(s, x_{u0}) \end{aligned} \quad (10.5)$$

Gde $f(s, x_{u0})$ zavisi od početnih uslova. Kada su početni uslovi jednaki nuli, tada je:

$$X_i(s) = W(s) \cdot X_u(s) \quad (10.6)$$

$$\text{Gde je } W(s) = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (10.7)$$

Veličine $B(s)$ i $A(s)$ u jednačini 10.7, predstavljaju:

$$A(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0$$

$$B(s) = b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_0$$

veličina $W(s)$ predstavlja prenosnu funkciju, i na osnovu jednačine 10.6, izražava se kao:

$$W(s) = \frac{X_i(s)}{X_u(s)} \quad (10.8)$$

Odakle je očigledno da ona predstavlja količnik Laplasovih transformacija ulaza i izlaza elemenata pri nultim početnim uslovima

Prenosna funkcija je od posebnog značaja za analizu linearnih sistema, jer se za poznato $W(s)$ i $X_u(s)$ direktno može odrediti $X_i(s)$.

10.3.1 Sistemi sa više ulaznih veličina

U poglavlju 10.2, pretpostavljeno je da odziv na ulazu $x_i(t)$ nekog sistema (elemenata) zavisi samo od jednog ulaza $x_u(t)$. Nakon razvoja diferencijalne jednačine modela bilo je moguće odrediti njegovu funkciju prenosa kako je opisano u poglavlju 10.3. Međutim, mnogo je češći slučaj da na izlaz sistema utiče veći broj spoljašnjih ulaza (delovanja). Naprimer, ukoliko se radi o objektu upravljanja tada pored manipulativne promenjive postoje i različiti poremećaji. Takođe je tipična i situacija da neki poremećaji imaju značajan uticaj na ponašanje sistema, dok se delovanjem ostalih poremećajnih veličina u ovom pogledu može zanemariti. U cilju pojednostavljenja datih razmatranja, pretpostavićemo da na neki objekat upravljanja (OU) osim ulaza $x_u(t)$, značajan uticaj na izlaz $x_i(t)$ ima samo još jedna poremećajna veličina $z(t)$. Dinamičko ponašanje ovakvog sistema se može prikazati nelinearnom diferencijalnom jednačinom:

$$l\left(\frac{d^n x_i(t)}{dt^n}, \dots, x_i(t); \frac{d^n z(t)}{dt^n}, \dots, z(t); \frac{d^m x_u(t)}{dt^m}, \dots, x_u(t)\right) = 0 \quad (10.9)$$

Uz pretpostavku da se neko ravnotežno stanje ovakvog sistema uspostavlja pri datim konstantnim vrednostima ulaza $x_u(t) = x_{u0}$ i poremećaja $z(t) = z_0$, za koje se dobija konstantna vrednost izlaza $x_i(t) = x_{i0}$, analogno postupku izloženom u poglavlju 10.2, dobija se sledeća diferencijalna jednačina modela:

$$\begin{aligned} & a_n \frac{d^n x_i(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x_i(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 x_i(t) = \\ & = b_m \frac{d^m x_u(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x_u(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_0 x_u(t) + c_k \frac{d^k z(t)}{dt^k} + c_{k-1} \frac{d^{k-1} z(t)}{dt^{k-1}} + \\ & \dots + c_0 z(t) \end{aligned} \quad (10.10)$$

Posle primene Laplasove transformacije na jednačinu 10.10, dobija se:

$$\begin{aligned} a_n s^n X_i(s) + a_{n-1} s^{n-1} X_i(s) + \dots + a_2 s^2 X_i(s) + a_1 s X_i(s) + a_0 X_i(s) = \\ = b_m s^m X_u(s) + b_{m-1} s^{m-1} X_u(s) + \dots + b_2 s^2 X_u(s) + b_1 s X_u(s) + \\ b_0 X_u(s) + c_k s^k Z(s) + c_{k-1} s^{k-1} Z(s) + \dots + c_2 s^2 Z(s) + c_1 s Z(s) + \\ + c_0 Z(s) + f(s, x_{u0}) \end{aligned} \quad (10.11)$$

Ukoliko se uvedu oznake:

$$A(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0$$

$$B(s) = b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0$$

$$C(s) = c_k s^k + c_{k-1} s^{k-1} + \dots + c_0$$

Jednačina 10.11, se može prikazati kao:

$$A(s) X_i(s) = B(s) X_u(s) + C(s) Z(s) + f(s, x_{u0}) \quad (10.12)$$

Odatle je:

$$X_i(s) = \frac{B(s)}{A(s)} \cdot X_u(s) + \frac{C(s)}{A(s)} \cdot Z(s) + \frac{f(s, x_{u0})}{A(s)} \quad (10.13)$$

Očigledno je da se na osnovu ove jednačine mogu definisati dve prenosne funkcije (za nulte početne uslove). Prva koja karakteriše uticaj promene ulaza $x_u(t)$ na izlaz $x_i(t)$:

$$W_1(s) = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (10.14)$$

I druga, koja karakteriše uticaj promene poremećaja $z(s)$ na izlaz $x_i(t)$:

$$W_2(s) = \frac{C(s)}{A(s)} \quad (10.15)$$

Na taj način se jednačina 10.13, može prikazati preko:

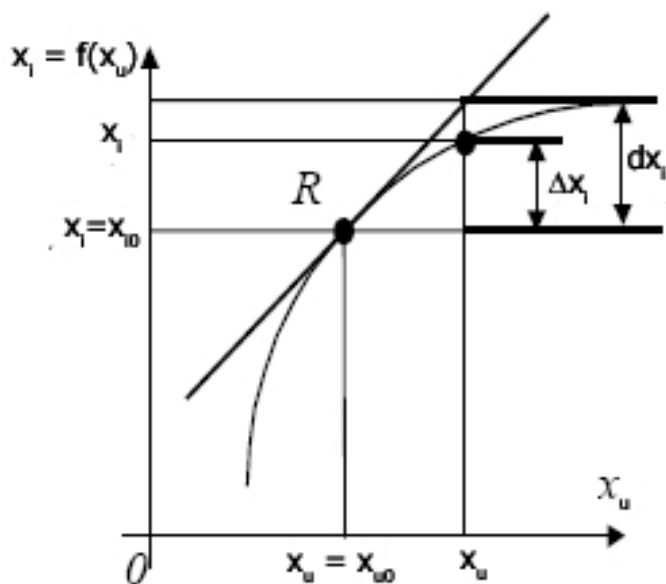
$$X_i(s) = W_1(s) \cdot X_u(s) + W_2(s) \cdot Z(s) + \frac{f(s, x_{u0})}{A(s)} \quad (10.16)$$

Drugim rečima, prenosna funkcija $W(s)$ je data odnosom Laplasove transformacije izlaza $x_i(t)$ i Laplasove transformacije ulaza $x_u(t)$ pri nultim početnim uslovima ($f(s, x_{u0}) = 0$) i kada su promene poremećaja jednake nuli ($z(t) = 0$). Tada je $W(s) = W_1(s)$. S druge strane, funkcija prenosa $W(s)$ je data odnosom Laplasove transformacije izlaza $x_i(t)$ i Laplasove transformacije poremećaja $z(t)$ pri nultim početnim uslovima ($f(s, x_{u0}) = 0$) i kada su promene ulazne jednake nuli ($x_u(t) = 0$). Tada je $W(s) = W_2(s)$.

10.4. Linearizacija jednačine modela

Kako je već rečeno u poglavlju 10.2. u cilju analize elemenata realnih sistema potrebno je da se oni (kad god je to moguće) predstave linearnim diferencijalnim jednačima sa konstantnim koeficijentima. Ovo naravno uvodi izvesnu grešku aproksimacije u analizi sistema, jer je poznato da se realni sistemi ne ponašaju tako da ih linearna aproksimacija može adekvatno opisati.

Ukoliko je element sistema nemoguće opisati linearnom diferencijalnom jednačinom onda se vrši njena linearizacija. Linearizacija modela datog nelinearnom jednačinom se svodi na to da se nelinearna jednačina sistema jednačine razvijemo u Taylor-ov red u okolini nekog ravnotežnog stanja (x_{u0} , x_{i0}), datog tačkom $R(x_{u0}, x_{i0})$, slika 55.



Slika 55. Tangentna linearizacija diferencijalne jednačine modela

Tejlorov red se može prikazati jednačinom:

$$x_i = x_{i0} + \left(\frac{dx_i}{dx_u} \right)_R (x_u - x_{u0}) + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2 x_i}{dx_u^2} \right)_R (x_u - x_{u0})^2 + \dots \dots \quad (10.17)$$

Kako bi se izvršila tangentna linearizacija Tajlorovog reda, potrebno je iz jednačine 10.17, zadržati samo linearne članove, dakle:

$$x_i = x_{i0} + \left(\frac{dx_i}{dx_u} \right)_R (x_u - x_{u0}) \quad (10.18)$$

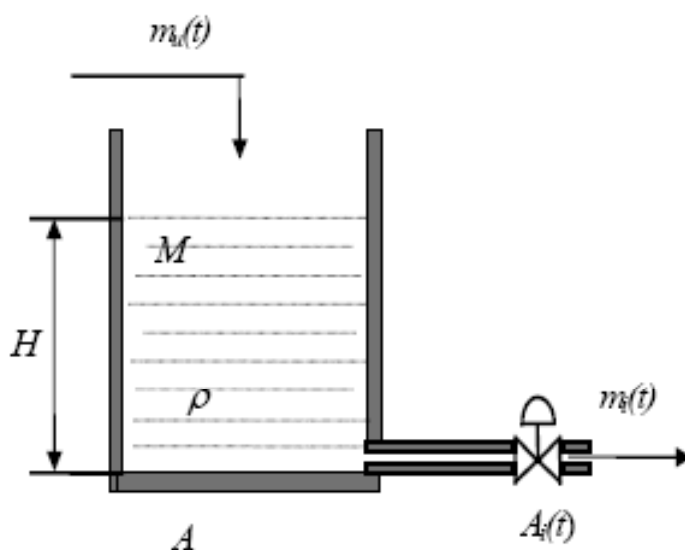
Odakle je:

$$\Delta x_i = \left(\frac{dx_i}{dx_u} \right)_R \cdot \Delta x_u \quad (10.19)$$

Time je funkcija koja je bila opisana krivolinijskom zavisnošću na slici 55, sada opisana tangentom te zavisnosti u stacionarnoj tački R.

Ipak, treba napomenuti, da u relaciji 10.19 postoji odstupanje pojedinih promenljivih od njihovih realnih vrednosti. Što su navedena odstupanja manja, to će linearizovani model bolje opisivati realni sistem.

Kako bi modelovanje dinamičkih sistema i linearizacija jednačine modela bili dodatno pojašnjeni, zarmotrićemo slučaj modelovanja jednog realnog tehničkog sistema. Naime, posmatrajmo proces slobodnog isticanja tečnosti iz rezervoara, koji je prikazan na slici 56. Veličina koju želimo modelovati (procesna veličina od interesa) je nivo tečnosti u rezervoaru (H).



Slika 56. Model slobodnog isticanja tečnosti iz rezervoara

Na slici 56, sa $m_u(t)$ i $m_i(t)$ su označeni ulazni i izlazni protoci masa tečnosti u rezervoaru, respektivno. Površina poprečnog preseka rezervoara je prikazana sa A , dok je sa H ($H=H(t)$) označen nivo tečnosti u rezervoaru. Masu tečnosti u rezervoaru označićemo sa M , a gustinu sa ρ . Sa $A_v(t)$ biće označena veličina otvora ventila na izlazu rezervoara.

Da bi se dobio polazni matematički model sistema potrebno je postaviti jednačinu masenog bilansa, koja za ovj slučaj glasi:

$$m_u(t) - m_i(t) = \frac{dM(t)}{dt} \quad (10.20)$$

Kako je gustina tečnosti: $\rho=M/V$ (V -zapremina tečnosti), $M = \rho \cdot V$

S druge strane, zapremina V je proizvod površine poprečnog preseka rezervoara i njegove visine: $V = A \cdot H$, odakle je:

$$M = \rho \cdot A \cdot H$$

Na taj način je: $\frac{dM(t)}{dt} = \rho \cdot A \cdot \frac{dH(t)}{dt}$

Sada polazna jednačina masenog bilansa (10.20) postaje:

$$m_u(t) - m_i(t) = \rho \cdot A \cdot \frac{dH(t)}{dt} \quad (10.21)$$

Isticanje tečnosti kroz ventil na izlazu sistema je dato jednačinom:

$$m_i(t) = K_v A_i(t) \rho \sqrt{2gH(t)} \quad (10.22)$$

gde je K_v konstanta koju za svaki ventil daje proizvođač. Zamenom jednačine 10.22 u jednačinu 10.21,

dobija se:

$$m_u(t) = m_i(t) + \rho \cdot A \cdot \frac{dH(t)}{dt} = K_v A_i(t) \rho \sqrt{2gH(t)} + \rho \cdot A \cdot \frac{dH(t)}{dt} \quad (10.23)$$

Jednačina 10.23 predstavlja traženi polzni model razmatranog sistema. Ovaj model je dat nelinearnom diferencijalnom jednačinom. Obzirom na nelinearnost navedene jednačine potrebno je izvršiti njenu linearizaciju i to ranije obješnjenom metodom tangentne linearizacije.

Prvo je potrebno odrediti stacionarno stanje jednačine 10.23. Za stacionarno stanje važi:

$$\frac{dH(t)}{dt} = 0$$

$$\text{Tada je: } m_{u0} = m_{i0} = K_v A_{i0} \rho \sqrt{2gH_0} \quad (10.24)$$

i odatle je:

$$k_v = \frac{m_{i0}}{\rho A_{i0} \sqrt{2gH_0}} \quad (10.25)$$

iz jednačine 10.23 je:

$$\frac{dH(t)}{dt} = \dot{H} = \frac{1}{A\rho} m_u(t) - \frac{K_v A_i(t) \sqrt{2gH(t)}}{A} = f(H, m_u, A_i) \quad (10.26)$$

Kako je već navedeno, modelovanje funkcije se vrši njenim razvojem u Tajlorov red u okolini neke tačke.

Tajlorov red je dat jednačinom 10.17. U cilju linearizacije sa zadržava samo linearni član reda, dat jednačinom 10.18 i 10.19:

$$\Delta x_i = \left(\frac{dx_i}{dx_u} \right)_R \cdot \Delta x_u = \left(\frac{dx_i}{dx_u} \right)_0 \cdot \Delta x_u$$

U cilju razvoja jednačine 10.26 u Tajlorov red, potrebno je naći parcijalne izvode funkcije $f(H, m_u, A_i)$ po H , m_u i A_i .

Prvi izvod f po H , je:

$$\left(\frac{\delta(f)}{\delta H} \right)_0 = - \frac{K_v A_i \sqrt{2g} \frac{1}{2} H_0^{-1/2}}{A} = - \frac{K_v A_i \sqrt{2g}}{2A \sqrt{H_0}} \quad (10.27)$$

Kako je: $m_{i0} = K_v A_{i0} \rho \sqrt{2gH_0}$ jednačinu 10.27 transformišemo u:

$$\left(\frac{\delta(f)}{\delta H}\right)_0 = -\frac{K_v A_i \sqrt{2g}(\rho \sqrt{H_o})}{2A \sqrt{H_o}(\rho \sqrt{H_o})} \text{ što je:}$$

$$\left(\frac{\delta(f)}{\delta H}\right)_0 = -\frac{m_{io}}{2A\rho H_o} \quad (10.28)$$

Prvi izvod f po A_i , je:

$$\left(\frac{\delta(f)}{\delta A_i}\right)_0 = -\frac{K_v \sqrt{2gH_o}}{A} = -\frac{K_v \sqrt{2gH_o}(\rho \sqrt{H_o})}{A(\rho \sqrt{H_o})} \text{ što je:}$$

$$\left(\frac{\delta(f)}{\delta A_i}\right)_0 = -\frac{m_{io}}{A\rho A_{io}} \quad (10.29)$$

Prvi izvod f po m_u , je:

$$\left(\frac{\delta(f)}{\delta m_u}\right)_0 = \frac{1}{A\rho} \quad (10.30)$$

Potom će biti uvedene smene:

$$-\frac{m_{io}}{2A\rho H_o} = -\frac{1}{RC}$$

$$-\frac{m_{io}}{A\rho A_{io}} = -\frac{K_A}{C}$$

$$\frac{1}{A\rho} = \frac{1}{C}$$

Na osnovu čega je:

$$\left(\frac{\delta(f)}{\delta H}\right)_0 = -\frac{1}{RC} \quad (10.31)$$

$$\left(\frac{\delta(f)}{\delta A_i}\right)_0 = -\frac{K_A}{C} \quad (10.32)$$

$$\left(\frac{\delta(f)}{\delta m_u}\right)_0 = \frac{1}{C} \quad (10.33)$$

Linearizovan model razvijen u Tejlorov red je:

$$\Delta \dot{H} = \left(\frac{\delta f}{\delta H}\right)_0 \cdot \Delta H + \left(\frac{\delta f}{\delta A_i}\right)_0 \cdot \Delta A_i + \left(\frac{\delta f}{\delta m_u}\right)_0 \cdot \Delta m_u \quad (10.34)$$

Odnosno:

$$\Delta \dot{H} = -\frac{1}{RC} \cdot \Delta H + -\frac{K_A}{C} \cdot \Delta A_i + \frac{1}{C} \cdot \Delta m_u \quad (10.35)$$

U gornjim jednačinama se veličina R naziva koeficijent otpora, i definiše se kao prirast pritiska – porast protoka. Konstanta C se naziva koeficijent kapaciteta i karakteriše mogućnost akumuliranja mase u rezervoaru.

Radi daljeg uprošćavanja modela, uvodimo novu smenu:

$$T = RC, \text{ odnosno } C = T/R$$

Na taj način jednačina 10.35, postaje:

$$\Delta \dot{H} \cdot T + \Delta H = -K_A \cdot R \cdot \Delta A_i + R \cdot \Delta m_u \quad (10.36)$$

Preuređenjem jednačine 10.36 i izostavljanjem oznake D (pri čemu treba imati u vidu da se i dalje radi o prirastu odgovarajućih veličina), dobija se:

$$\dot{H} \cdot T + H = -K_A \cdot R \cdot A_i + R \cdot m_u \quad (10.37)$$

Da bi smo jednačinu linearizovanog modela (10.37) prikazali u obliku kakav je u prethodnom tekstu korišćen za predstavljanje jednačina modela, potrebno je sledeće predstavljanje veličina:

$$H = X_i(t) \quad A_i = X_{u1}(t) \quad m_u = X_{u2}(t)$$

Te sada jednačina 10.37 postaje

$$\dot{X}_i(t) \cdot T + X_i(t) = -K_A \cdot R \cdot X_{u1}(t) + R \cdot X_{u2}(t) \quad (10.38)$$

Primenom Laplasove transformacije na linearizovanu diferencijalnu jednačinu modela (10.38), dobija se:

$$S \cdot X_i(S) \cdot T + X_i(S) = -K_A \cdot R \cdot X_{u1}(S) + R \cdot X_{u2}(S) \quad (10.39)$$

Očigledno je da razmatrani model ima dve ulazne veličine, kako bi se definisale prenosne funkcije sistema, prvo ćemo sistem razmatrati iz ugla X_{u1} pri $X_{u2} = 0$.

Tada jednačina 10.39, postaje:

$$S \cdot X_i(S) \cdot T + X_i(S) = -K_A \cdot R \cdot X_{u1}(S)$$

Odnosno:

$$X_i(S) \cdot [S \cdot T + 1] = -K_A \cdot R \cdot X_{u1}(S)$$

Odatle je:

$$W_1(S) = \frac{X_i(S)}{X_{u1}(S)} = -\frac{K_A \cdot R}{1+S \cdot T} \quad (10.40)$$

Iz ugla druge ulazne veličine, X_{u2} pri $X_{u1} = 0$.

$$X_i(S) \cdot [S \cdot T + 1] = R \cdot X_{u2}(S)$$

Odatle je:

$$W_2(S) = \frac{X_i(S)}{X_{u2}(S)} = \frac{R}{1+S \cdot T} \quad (10.41)$$

Nakon ovog tehničkog primera koji se najčešće koristi u objašnjenju načina modelovanja realnih sistema, u daljem tekstu biće izvršenoranje jednog primera koji se često susreće u oblasti operativnog menadžmenta.

Naime, u daljem tekstu će biti opisan dinamički model problema zaliha materijala. Problem zaliha je jedan od značajnijih ekonomskih problema poslovno proizvodnih sistema (PPS-a), pa mu se odavno posvećuje velika pažnja i traže pogodne metode za njegovo rešavanje. Okolnost da se u zalihama vezuje znatan deo sredstava koja su na raspolaganju preduzeću uticala je na povećanu pažnju privrednika (a samim time i naučnika) za racionalno upravljanje tim sredstvima.

Količina sirovina i materijala, polupoizvoda, odnosno gotovih proizvoda, koja se nalazi na skladištu preduzeća u posmatranom trenutku vremena predstavlja zalihe. Zalihe čine značajan deo ukupne imovine razmatranog sistema. To su sredstva koja su privremeno izdvojena iz neposrednog proizvodnog procesa, te su u posmatranom trenutku neaktivna i neiskorišćena. Količina zaliha u posmatranom trenutku posledica je nejednakosti u prilivu (inputu) i oticanju (outputu) odgovarajućih oblika sredstava. Na taj način se količina zaliha u određenom trenutku (G_t) može odrediti kao:

$$G_t = G_0 + \sum_{i=1}^t p_i - \sum_{i=1}^t q_i \quad (10.42)$$

Gde su: G_0 količina zaliha na početku posmatranog intervala, p_i priliv određenih sredstava u i-tom razdoblju, q_i oticanje sredstava u i-tom razdoblju posmatranog intervala.

Za razmatranje zaliha sa gledišta teorije sistema prethodnu definiciju treba dopuniti i sledećim ograničenjima sistema:

- zalihe predstavljaju privremeno izdvojena sredstva sa ciljem da se ona kasnije upotrebe;
- tih sredstava nema u proizvoljnim količinama;
- za tim sredstvima postoji potražnja, pa ona označavaju i perspektivu u budućem radu preduzeća obezbeđujući kontinuitet u radu.

U zavisnosti od mesta u procesu reprodukcije gde se javljaju zalihe, razlikujemo sledeće vrste zaliha: zalihe pre početka procesa proizvodnje (zalihe sirovina i materijala, rezervnih delova, itd); zalihe u toku samog procesa proizvodnje (nedvršena proizvodnja) i zalihe na kraju procesa proizvodnje (zalihe gotovih proizvoda).

Svaka od ovih kategorija zaliha ima svoje specifične osobine koje se odnose na njihov značaj i ulogu u procesu reprodukcije, kao i probleme upravljanja dinamikom njihovog kretanja. Dosadašnja proučavanja i iskustva ukazuju da su od primarnog značaja i kompleksnosti problemi upravljanja zalihama pre početka procesa proizvodnje. Najveći broj modela za optimizaciju upravljanja zalihama su razvijeni upravo za ovu kategoriju zaliha, s tim što se uz odgovarajuća prilagođavanja, na isti način i istim modelima može upravljati i ostalim oblicima zaliha. Pored toga, sličnim modelima se može proračunavati i optimalna količina proizvoda u jednoj proizvodnoj seriji. Zalihe svih vrsta najčešće se nalaze u skladištima.

Ukoliko se količinom materijala na zalihama označi sa G (pri čemu je jedinica mere: komad, kg, tona, dm^3 , itd), tada se može postaviti sledeća jednačina materijalnog bilansa količine zaliha u određenom skladištu:

$$\frac{dm(t)}{dt} = \sum_{k=1}^n G_k(t) \quad (10.43)$$

Ukoliko se razdvoje količina materijala koja pristiže u skladište (ulaz materijala) od količine materijala koja se preuzima iz skladišta (izlaz materijala), tada je:

$$\frac{dm(t)}{dt} = \sum_{k=1}^p G_k(t) - \sum_{k=p}^n G_k(t) = G_u(t) - G_i(t) \quad (10.44)$$

U nominalnom režimu rada skladišta, jednačina 10.44, postaje:

$$\left(\frac{dm(t)}{dt}\right)_0 = 0, \text{ odnosno: } G_{u0} = G_{i0} \quad (10.45)$$

Prilikom daljeg modelovanja problema zaliha treba uzeti u obzir, da na zalihe utiču kako unutrašnja ograničenja – ograničenja samog sistema, tako i spoljašnja – ograničenja okruženja (tržišta).

Jedno od bitnih unutrašnjih ograničenja jeste raspoloživost prostora za skladištenje koji dalje diktira ukupnu količinu materijala koji skladište može da primi. Ovu količinu označićemo sa $m_{\max}$. Izlazna veličina sistema je promena količine materijala u skladištu koja se predstavlja preko:

$$X_i(t) = \frac{m(t) - m_{\max}}{m_{\max}} = \Delta \bar{m}(t) \quad (10.46)$$

Dalje, ukoliko sistem nije u stacionarnom stanju, priliv – ulaz materijala u skladište nije isti kao izlaz materijala. Ulaz materijala se može predstaviti kao:

$$p(t) = \frac{Gu(t) - Gu_0}{Gu_0} = \Delta \bar{Gu}(t) \quad (10.47)$$

Samim time se izlaz materijala javlja kao:

$$q(t) = \frac{Gi(t) - Gi_0}{Gi_0} = \Delta \bar{Gi}(t) \quad (10.48)$$

Na osnovu jednačine (10.46), sledi:

$$m(t) = (X_i(t) + 1) m_{\max} \quad (10.49)$$

te je sada

$$\frac{dm(t)}{dt} = m_{max} \frac{dX_i(t)}{dt} \quad (10.50)$$

Dalje je na osnovu jednačine 10.47:

$$G_u(t) = (p(t) + 1) G_{u0} \quad (10.51)$$

Dok na osnovu 10.48, sledi:

$$G_i(t) = (q(t) + 1) G_{i0} \quad (10.52)$$

Sada se jednačina 10.44, može transformisati u:

$$m_{max} \frac{dX_i(t)}{dt} = (p(t) + 1) G_{u0} - (q(t) + 1) G_{i0} \quad (10.53)$$

U stacionarnom stanju je ($G_{u0} = G_{i0}$), te izraz 10.53, postaje:

$$\frac{m_{max}}{G_{u0}} \frac{dX_i(t)}{dt} = p(t) - q(t) \quad (10.54)$$

Odnosno:

$$T \frac{dX_i(t)}{dt} = p(t) - q(t) \quad (10.55)$$

Pri čemu je:

$$T = \frac{m_{max}}{G_{u0}} = \frac{m_{max}}{G_{i0}}$$

Jednačina 10.55, očigledno predstavlja diferencijalnu jednačinu sistema sa jednom izlaznom i dve ulazne veličine, te je dalje predvodimo u oblik koji je korišćen u prethodnim poglavljima ove knjige:

$$Tx_i(t) = x_{u1}(t) - x_{u2}(t) \quad (x_{u1}(t)=p(t); x_{u2}(t)=q(t)) \quad (10.56)$$

Nakon Laplasove transformacije jednačine 10.56, postaje:

$$TsX_i(s) = X_{u1}(s) - X_{u2}(s) \quad (10.57)$$

Kako se radi o sistemu sa dve ulazne veličine, i ovde je potrebno odrediti dve prenosne funkcije. Prva prenosna funkcija (kada se usvoji da je $X_{u2}(s) = 0$) je:

$$W_1(s) = \frac{X_i(s)}{X_{u1}(s)} = \frac{1}{TS} \quad (10.58)$$

I druga prenosna funkcija (za $X_{u1}(s) = 0$), je:

$$W_2(s) = \frac{X_i(s)}{X_{u2}(s)} = -\frac{1}{TS} \quad (10.59)$$

10.5. Impulsni i odskočni odziv linearnih elemenata sistema

Kao što je već rečeno, testiranje validacije bilo kojeg matematičkog modela sistema (objekta ili procesa) vrši se dovođenjem standardnih signala na ulaz sistema i merenjem odziva sistema, koji se potom upoređuje sa odzivom modela sistema kojem je na ulazu doveden isti signal. Iz tog razloga su od posebnog značaja za analizu linearnih kontinualnih elemenata/sistema, njihovi odzivi na ulaze oblika Dirakove (delta) funkcije vremena. Kako je već rečenom, ova funkcija se može dobiti u graničnom prelazu pravougaonog impulsa (površine jednake jedinici) kada mu trajanje teži nuli. Takođe je pokazano da je Laplasova transformacija Dirakovog impulsa jednaka jedinici, te je iz tog razloga odziv elementa/sistema sa funkcijom prenosa $W(s)$ i pri nultim početnim uslovima jednostavno:

$$X_i(s) = W(s)X_u(s) = W(s) \quad (10.60)$$

Prema tome, funkcija prenosa kontinualnog elementa/sistema je jednaka Laplasovoj transformaciji njegovog impulsnog odziva pri nultim početnim uslovima.

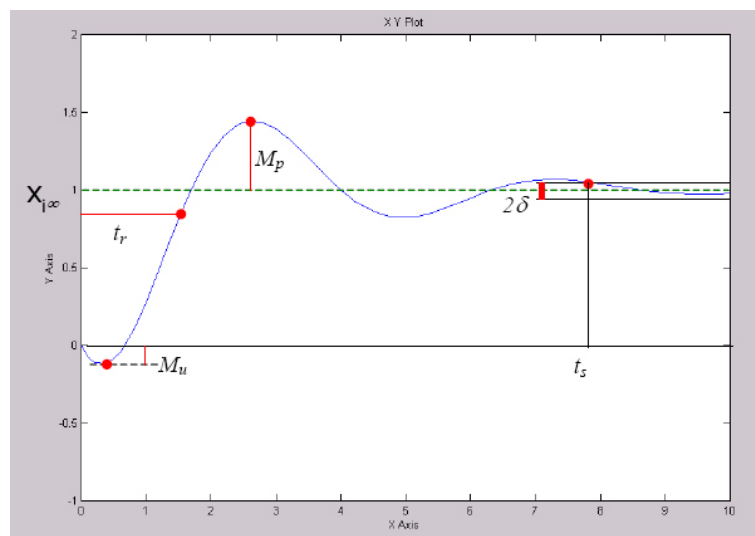
Pored Dirakove funkcije, takođe se posmatraju odzivi elementa/sistema na ulaze odskočne funkcije vremena. Kako je već rečeno, Laplasova transformacija jedinične odskočne funkcije vremena $X_u(s) = 1/s$. Odatle je kompleksni lik odskočnog odziva dat sa:

$$X_i(s) = W(s)X_u(s) = W(s) \frac{1}{s} \quad (10.61)$$

Koristeći teoremu o graničnoj vrednosti, za vrednost odskočnog odziva u stacionarnom stanju (ukoliko postoji) pri jediničnom odskočnom ulazu dobijamo:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) = x_{i\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} sW(s) \frac{1}{s} = W(0) \quad (10.62)$$

Prema jednačini 10.62, ukoliko je sistem stabilan tada će prelazne komponente odskočnog odziva eksponencijalno iščezavati ka nuli i postojaće njegova granična vrednost u stacionarnom stanju. Da bi se definisali relevantni parametri koji karakterišu dinamiku nekog elementa/sistema biće razmatran jedan odskočni odziv prikazan na slici 57.



Slika 57. Karakteristike odskočnog odziva nekog sistema

Vreme porasta t_r je ono vreme koje protekne dok odskočni odziv prvi put dosegne vrednost $k_r x_{i\infty}$, pri čemu konstanta k_r varira između 0.9 i 1.

Preskok (overshoot) M_p je maksimalna trenutna vrednost za koju odskočni odziv prelazi svoju konačnu vrednost.

Podbačaj (undershoot) M_u je maksimalna (apsolutna) vrednost za koju odskočni odziv pada ispod nule (za koju se odskočni odziv menja u suprotnu stranu od $x_{i\infty}$).

Vreme smirenja t_s je vreme potrebno da odskočni odziv uđe i ostane u granicama $\pm\delta$ oko svoje konačne vrednosti. Ova devijacija (δ) se često izražava u procentima od konačne vrednosti (naprimer 1 do 5%).

10.5.1. Polovi, nule i vremenski odzivi

Polovi

Kako je već rečeno, u prethodnim poglavljima ove knjige, svaka racionalna funkcija se može razviti u parcijalne razlomke od kojih svaki član odgovara jednostrukim ili višestrukim, realnim ili parovima konjugovano kompleksnih polova. U tom smislu je korisno razmotriti efekte pojedinih polova na prelazne procese.

Efekat npr. jednostrukog realnog pola se može sagledati posmatrajući odziv elementa/sistema sa funkcijom prenosa tipa:

$$W_1(s) = \frac{K}{Ts+1} \quad (10.63)$$

Gde su K i T realne i pozitivne konstante.

Odziv elementa na ulaz oblika jedinične odskočne funkcije vremena je dat kao:

$$x_i(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{K}{Ts+1} \cdot \frac{1}{s} \right\} \quad (10.64)$$

Kako je već ranije opisano, ovakav oblik jednačine se rešava tako što se formira izraz:

$$\frac{K}{Ts+1} \cdot \frac{1}{s} = \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{Ts+1} = \frac{K_1(Ts+1)+K_2s}{(Ts+1)s}$$

Odatle se formira sistem jednačina:

$$K_1 = K \quad \text{i}$$

$$K_1T + K_2 = 0$$

Odatle je :

$$K_1 = K \quad \text{i}$$

$$K_2 = -KT$$

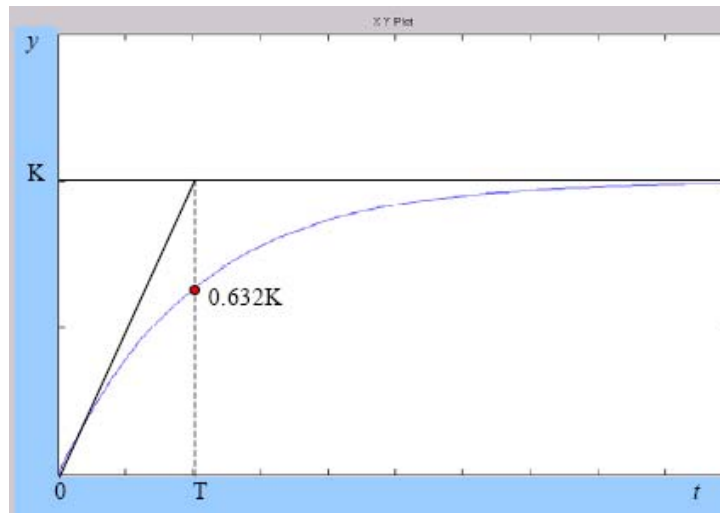
Te sada jednačina 10.64, postaje:

$$x_i(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{K}{s} - \frac{KT}{Ts+1} \right\} = K \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right), t \geq 0 \quad (10.65)$$

Vrednost odskočnog odziva u stacionarnom stanju je:

$$x_{i\infty} = W(0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K}{Ts+1} = K$$

Tako da K predstavlja odnos ulaza i izlaza u stacionarnom stanju. T je vremenska konstanta elementa i određuje brzinu njegovog odziva. Elementi sa većom vremenskom konstantom T imaju sporiju reakciju. Na slici 58. Je prikazana skica odziva razmatrane funkcije. Sa slike se vidi da se odziv može skicirati direktno na osnovu poznavanja parametara funkcije K i T.



Slika 58. Prikaz odziva elementa prvog reda

Nule

Kao što se na osnovu prethodnog razmatranja može zaključiti, polovi određuju pojedine modove (oblik komponenti odziva) nezavisno jednih od drugih. Za razliku od toga, nule funkcije prenosa predstavljaju neku interakciju više polova (njihov kombinovani uticaj) na odziv sistema.

Za ilustraciju uticaja nula na odziv sistema biće uzet primer sistema trećeg reda sa jednom konačnom nulom ($s=-c$) i polovima (-1 i -2). Prenosna funkcija ovog sistema je:

$$W_2(s) = \frac{2(s+c)}{c(s+1)(s+2)} \quad (10.66)$$

Uticaj pola (-1) na odziv ovog sistema će biti zanemarljiv ukoliko je nula sistema (c) bliska po vrednosti (-1), jer tada izraz 10.66 asimptotski teži nuli. Situacija je analogna i sa drugim polom (-2). U svakom slučaju, ukoliko je nula bliska nekom od polova elementa/sistema oni čine dipol i njihov uticaj na dinamiku elementa se može zanemariti.

Primer 10.1: Odrediti odskočni odziv elementa opisanog diferencijalnom jednačinom:

$$T \cdot \frac{dx_i}{dt} + x_i = kT \frac{dx_u}{dt}$$

Gde je $T = 30$ sec i $k=5$.

Rešenje:

Gornju diferencijalnu jednačinu transformišemo u:

$$T \cdot \dot{x}_i(t) + x_i(t) = kT \dot{x}_u(t)$$

Odnosno

$$T \cdot s x_i(s) + x_i(s) = kT s x_u(s)$$

Funkcija prenosa sistema je:

$$W(s) = \frac{x_i(s)}{x_u(s)} = \frac{kTs}{1+Ts}$$

$$\text{Odatle je } x_i(s) = \frac{kTs}{1+Ts} x_u(s)$$

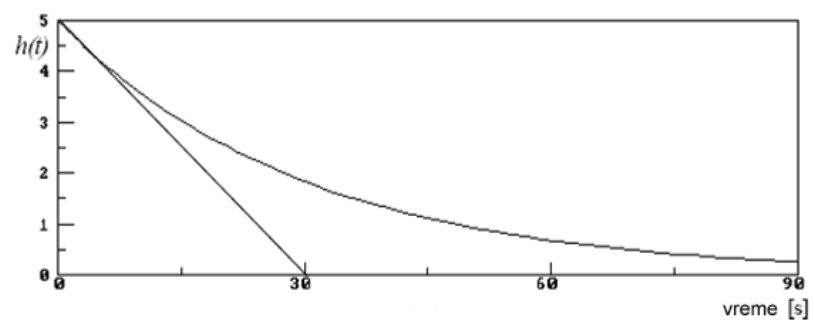
Za jedinični odskočni ulaz je $x_u(s) = 1/s$

$$\text{Te je: } x_i(s) = \frac{kTs}{1+Ts} \cdot \frac{1}{s} = \frac{kT}{1+Ts}$$

Odatle je odziv funkcije:

$$x_i(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{KT}{Ts+1} \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{5 \cdot 30}{30 \cdot s + 1} \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{5}{s + 1/30} \right\} = 5 \cdot e^{-t/30}$$

Odziv ovog sistema je prikazan na slici 59.



Slika 59. Odziv razmatranog sistema

11. STRUKTURNI BLOK DIJAGRAMI SISTEMA

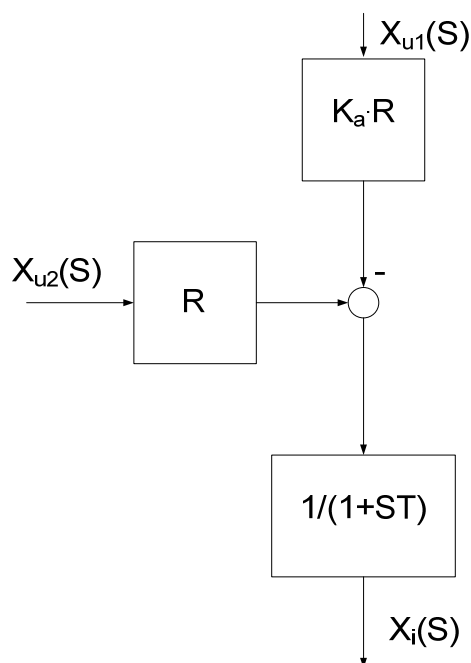
Jedan od oblika predstavljanja matematičkog modela sistema predstavlja strukturni blok dijagram na kome su prikazane glavne promenjive sistema, veze između tih promenjivih i funkcije prenosa komponenti sistema. Svaki elemenat ili grupa elemenata se prikazuju jednim blokom za koji se vezuje odgovorajuća funkcija prenosa. Linijama između blokova se prikazuju njihove međusobne interakcije. Strelice na linijama označavaju smerove tokova signala (informacija) od jednog elemenata ka drugom. Krugovi predstavljaju sabirače (sumatore) – elemente koji formiraju razliku ili zbir dve ili više promenjivih. Koristeći takav način predstavljanja i znajući funkciju prenosa svakog dinamičkog elementa i veze sa drugim elementima može se predstaviti kompleksan dinamički sistem.

Blok dijagrami se koriste jer predstavljaju skraćenu slikovitu prezentaciju uzročno-posledične zavisnosti između ulaza i izlaza sistema. Blok dijagrami kao takvi imaju jedinstvene algebarske principe kao i set transformacionih pravila. Oni su podesan metod za karakterizaciju funkcionalne zavisnosti između komponentata sistema. Nije neophodno razumeti funkcionalne detalje bloka kako bi se manipulisalo blok dijagramom.

Ovako predstavljen sistem može da formira relativno složenu strukturu koja sadrži više lokalnih povratnih sprega i veći broj spoljašnjih dejstava. Ipak, ma koliko bila kompleksna polazna struktura ona se može svesti u konkretnim slučajevima na neke osnovne strukture prikladne za konkretnu upotrebu. Koristeći osnovna pravila algebre funkcije prenosa ove se transformacije mogu jednostavno sprovesti.

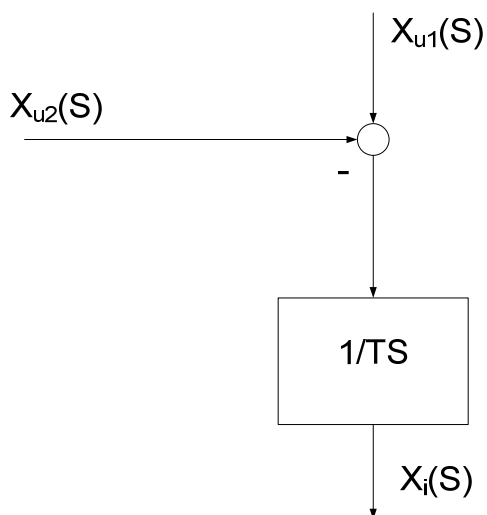
Definicija blok dijagrama: Blok dijagram sistema je njegov strukturni dijagram u kome je svaki podsistem predstavljen svojom prenosnom funkcijom a svaka veličina svojom Laplasovom transformacijom.

U ranijem tekstu (poglavlje 10.3) definisan je linearizovni model sistema rezervoara sa slobodnim isticanjem tečnosti. Za ovaj sistem su definisane dve prenosne funkcije date jednačinama 10.40 i 10.41. Strukturni blok dijagram ovakvog sistema bi se mogao predstaviti kao na slici 60.



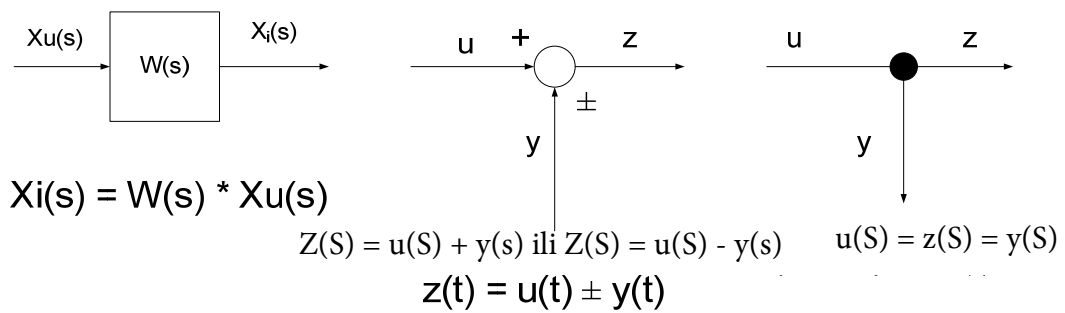
Slika 60. Strukturni blok dijagram rezervoara sa slobodnim isticanjem tečnosti

Takođe, za ranije definisan model problema zaliha, koji karakterišu dve prenosne funkcije date jednačinama 10.58 i 10.59, strukturni blok dijagram je dat na slici 61.



Slika 61. Strukturni blok dijagram razmatranog modela problema zaliha

Očigledno je da se na slikama 60 i 62, javljaju određeni elementi koji su karakteristični za arhitekturu blok dijagrama. Iz tog razloga, pre nego se krene sa detaljnim razmatranjem blok diajgrama sistema, potrebno je navesti osnovne pravilnosti koje važe u arhitekturi blok dijagrama, slika 62.

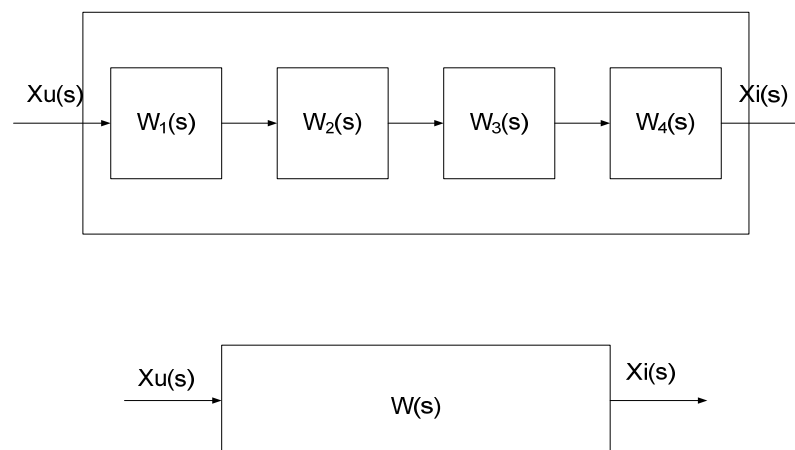


Slika 62. Osnovni elementi blok dijagrama (a) prenosna funkcija, (b) (sumator-sabirač), (c) tačka grananja

11.1. Blok dijagram sistema sa osnovnim spregama

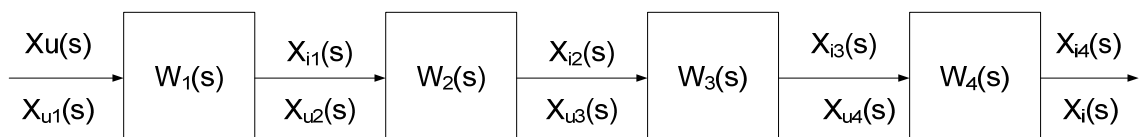
11.1.1. Blok dijagram sistema sa rednom spregom

Redno spregnuti podsistemi u sistem, prikazani su na slici 63.



Slika 63. Redna spreaga podsistema i njen ekvivalent

Detaljan prikaz redne sprege sa ulazima i izlazima pojedinih podsistema je dat na slici 64.



Slika 64. Detaljan prikaz redne sprege

Na osnovu slike 64, očigledno je da je izlazna veličina i -tog podsistema istovremeno i ulazna veličina $(i+1)$ -vog podsistema.

Prenosna funkcija celog sistema je data izrazom:

$$W(s) = \frac{X_i(s)}{X_u(s)} \quad (11.1)$$

Na osnovu slike 64, moguće je napisati:

$$W(s) = \frac{X_i(s)}{X_u(s)} = \frac{X_{in}(s)}{X_{u1}(s)}$$

Uzmimo slučaj da je $n = 4$, odnosno da sistem ima ukupno 4 podsistema, tada je :

$$W(s) = \frac{X_i(s)}{X_u(s)} = \frac{X_{in}(s)}{X_{u1}(s)} = \frac{X_{i4}(s)}{X_{u1}(s)} \quad (11.2)$$

Poznato je da vrednost funkcije koja je istovremeno pomnožena i podeljena istim brojem ostaje nepromenjena. Prema tome, funkciju 11.2, možemo prikazati na sledeći način:

$$W(s) = \frac{X_{i4}(s)}{X_{u1}(s)} = \frac{X_{i4}(s)}{X_{u1}(s)} \cdot \frac{X_{i1}(s)}{X_{i1}(s)} \cdot \frac{X_{i2}(s)}{X_{i2}(s)} \cdot \frac{X_{i3}(s)}{X_{i3}(s)}, \text{ odnosno može se dalje napisati:}$$

$$W(s) = X_{i4}(s) \cdot \frac{X_{i1}(s)}{X_{u1}(s)} \cdot \frac{X_{i2}(s)}{X_{i1}(s)} \cdot \frac{X_{i3}(s)}{X_{i2}(s)} \cdot \frac{1}{X_{i3}(s)} \quad (11.3)$$

Sa slike 62 je očigledno da je: $X_{i1} = X_{u2}$; $X_{i2} = X_{u3}$; $X_{i3} = X_{u4}$, te izraz 11.3 postaje:

$$W(s) = X_{i4}(s) \cdot \frac{X_{i1}(s)}{X_{u1}(s)} \cdot \frac{X_{i2}(s)}{X_{u2}(s)} \cdot \frac{X_{i3}(s)}{X_{u3}(s)} \cdot \frac{1}{X_{u4}(s)} \quad (11.4)$$

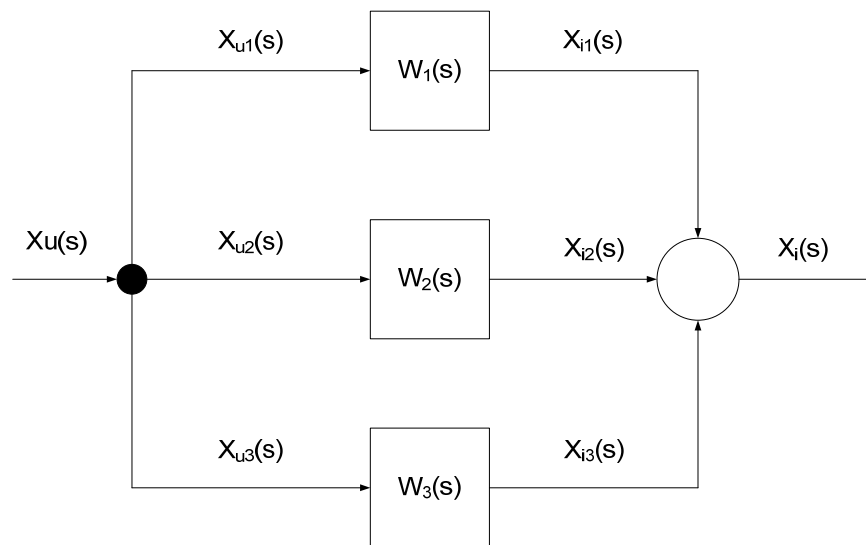
Odnosno:

$$W(s) = W_1(s) \cdot W_2(s) \cdot W_3(s) \cdot W_4(s) \quad (11.5)$$

Prema tome, prenosna funkcija redne sprege sistema sa n podсистema, jednaka je proizvodu njihovih prenosnih funkcija.

11.1.2. Blok dijagram sistema sa paralelnom spregom podсистema

Prikaz blok dijagrama sistema sa paralelnom spregom je dat na slici 65.



Slika 65. Blok dijagram sistema sa paralelnom spregom

Za blok dijagram prikazan na slici 65, a na osnovu pravila datog slikom 62, moguće je napisati:

$$X_u(s) = X_{u1}(s) = X_{u2}(s) = X_{u3}(s) \quad (11.6)$$

kao i

$$X_i(s) = X_{i1}(s) + X_{i2}(s) + X_{i3}(s) \quad (11.7)$$

Ukoliko se podeli leva i desna stranu jednačine 11.7, vrednošću $X_u(s)$, dobija se:

$$\frac{X_i(s)}{X_u(s)} = \frac{X_{i1}(s)}{X_u(s)} + \frac{X_{i2}(s)}{X_u(s)} + \frac{X_{i3}(s)}{X_u(s)} \quad (11.8)$$

Odnosno:

$$\frac{X_i(s)}{X_u(s)} = \frac{X_{i1}(s)}{X_{u1}(s)} + \frac{X_{i2}(s)}{X_{u2}(s)} + \frac{X_{i3}(s)}{X_{u3}(s)} \quad (11.9)$$

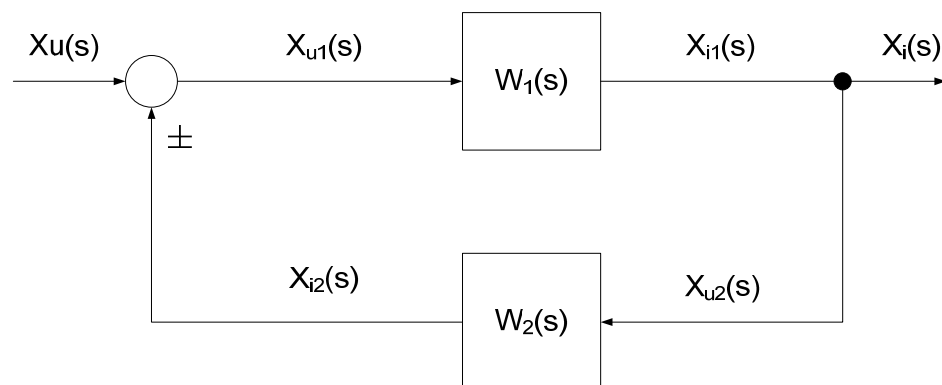
I na kraju:

$$W(s) = W_1(s) + W_2(s) + W_3(s) \quad (11.10)$$

Prema tome, prenosna funkcija paralelni sprege sistema sa n podsystema, jednaka je zbiru njihovih prenosnih funkcija.

11.1.3. Blok dijagram sistema sa povratnom spregom podsystema

Povratna sprega sačinjena od dva podsystema, prikazana je na slici 66. Na slici su uzete u obzir obe mogućnosti – pozitivna i negativna povratna sprega. U realnim sistemima je naravno povratna sprega jednoznačna (pozitivna ili negativna).



Slika 66. Blok dijagram sistema sa povratnom spregom

Sa slike 66 je očigledno da je:

$$X_{u1}(s) = X_u(s) \pm X_{i1}(s) \quad (11.11)$$

$$X_{i1}(s) = X_i(s) = X_{u2}(s) \quad (11.12)$$

Na osnovu 11.11, sledi da je:

$$X_u(s) = X_{u1}(s) \mp X_{i2}(s) \quad (11.13)$$

Kako je:

$$W(s) = \frac{X_i(s)}{X_u(s)}, \text{ na osnovu 11.13, je:}$$

$$W(s) = \frac{X_i(s)}{X_u(s)} = \frac{X_i(s)}{X_{u1}(s) \mp X_{i2}(s)}, \text{ odnosno na osnovu 11.12}$$

$$W(s) = \frac{X_{i1}(s)}{X_{u1}(s) \mp X_{i2}(s)} \quad (11.14)$$

Ukoliko i brojilac i imenioc formule 11.14 podelimo sa $X_{u1}(s)$, dobija se:

$$W(s) = \frac{\frac{X_{i1}(s)}{X_{u1}(s)}}{\frac{X_{u1}(s)}{X_{u1}(s)} \mp \frac{X_{i2}(s)}{X_{u1}(s)}} = \frac{W_1(s)}{1 \mp \frac{X_{i2}(s)}{X_{u1}(s)}} \quad \text{Dalja transformacija se može izvesti na sledeći način:}$$

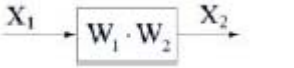
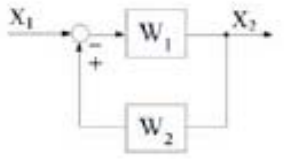
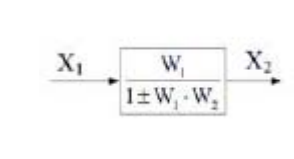
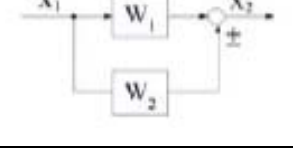
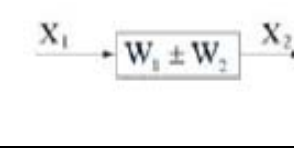
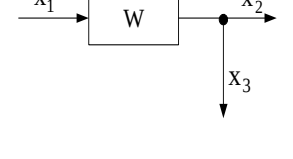
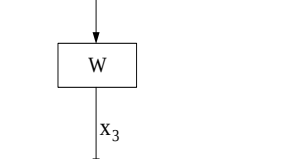
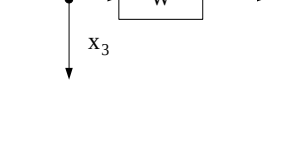
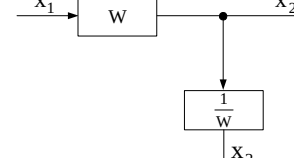
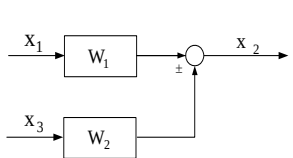
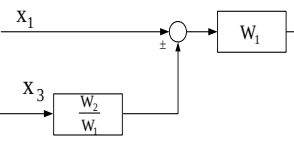
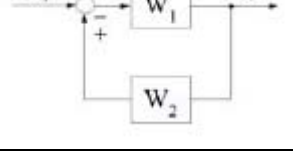
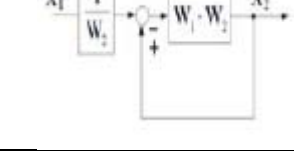
$$W(s) = \frac{W_1(s)}{1 \mp \frac{X_{i2}(s)}{X_{u1}(s)} \cdot \frac{X_{u2}(s)}{X_{u2}(s)}} = \frac{W_1(s)}{1 \mp \frac{X_{i2}(s)}{X_{u2}(s)} \cdot \frac{X_{u2}(s)}{X_{u1}(s)}} \quad \text{i kako je na osnovu 11.12, } X_{u2}(s) = X_{i1}(s)$$

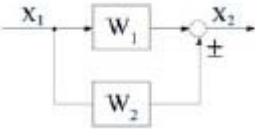
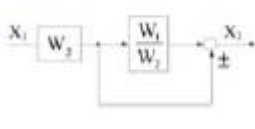
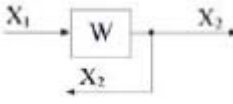
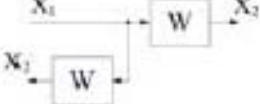
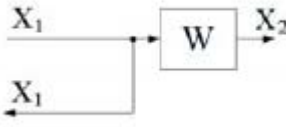
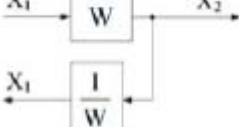
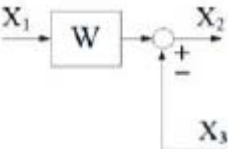
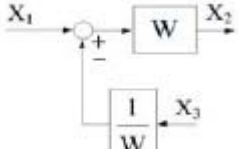
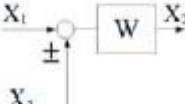
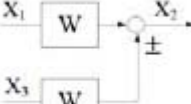
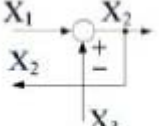
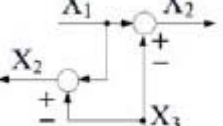
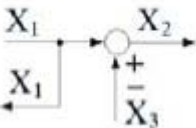
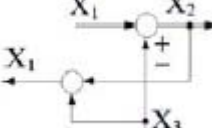
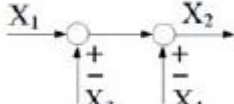
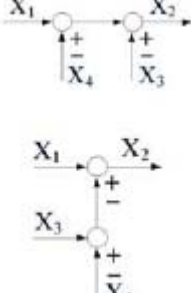
Konačan izraz postaje:

$$W(s) = \frac{W_1(s)}{1 \mp \frac{X_{i2}(s)}{X_{u2}(s)} \cdot \frac{X_{u2}(s)}{X_{u1}(s)}} = \frac{W_1(s)}{1 \mp \frac{X_{i2}(s)}{X_{u2}(s)} \cdot \frac{X_{i1}(s)}{X_{u1}(s)}} = \frac{W_1(s)}{1 \mp W_2(s) \cdot W_1(s)} \quad (11.15)$$

Prilikom rešavanja zadataka za izračunavanje prenosne funkcije složenih sistema, putem njihovog uprošćavanja, koristi se tablica sa pravilima algebre blok dijagrama. Primer takve tablice je dat u Tabeli 6.

Tabela 6. Algebra blok dijagrama sistema

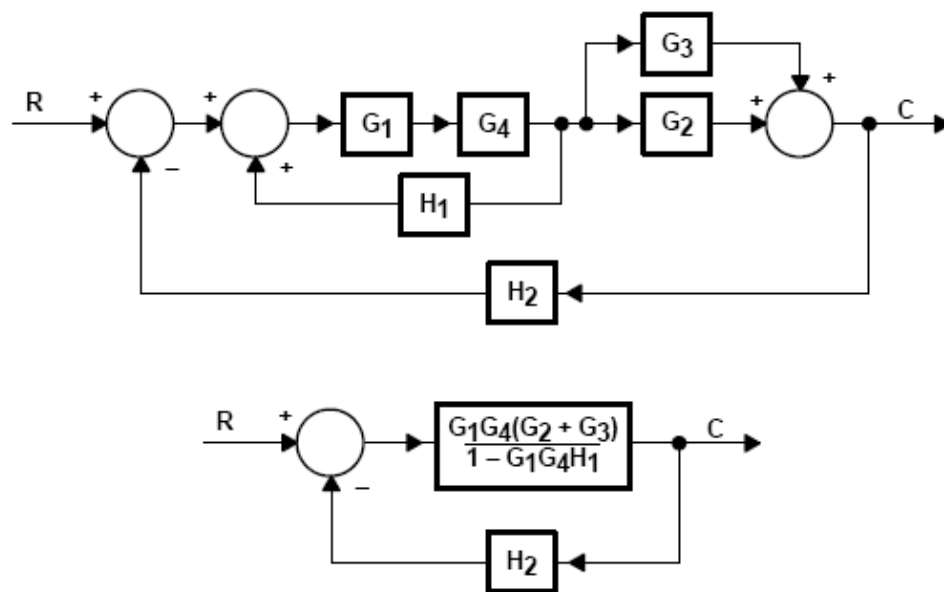
Р.б.	Правило	Дијаграм	Еквивалентни дијаграм	Једначина
1.	Упрошћавање блок дијаграма редне спреге			$X_2 = W_1 W_2 X_1$
2.	Упрошћавање блок дијаграма повратне спреге			$X_2 = \frac{W_1}{1 \mp W_1 W_2} X_1$
3.	Упрошћавање блок дијаграма паралелне спреге			$X_2 = (W_1 \pm W_2) X_1$
4.	Премештање тачке гранања са излаза на улаз блока			$X_2 = X_3 = W X_1$
5.	Премештање тачке гранања са улаза на излаз блока			$X_2 = W X_1$ $X_1 = X_3$
6.	Премештање сабирача са излаза на улаз блока			$X_2 = W_1 X_1 \pm W_2 X_3$
7.	Премештање блока повратног кола			$X_2 = \frac{W_1}{1 \mp W_1 W_2} X_1$

8.	Премештање блока паралелног кола			$X_2 = (W_1 \pm W_2)X_1$
9.	Померање повратне спреге иза блока			$X_2 = WX_1$
10.	Померање повратне спреге испред блока			$X_2 = WX_1$
11.	Померање сабирача код повратне спреге испред блока			$X_2 = WX_1 \pm X_3$
12.	Померање сабирача иза блока			$X_2 = W(X_1 \pm X_3)$
13.	Померање повратне спреге испред сабирача			$X_2 = X_1 \pm X_3$
14.	Померање повратне спреге иза дискриминатора			$X_2 = X_1 \pm X_3$
15.	Комутација променљивих			$X_2 = X_1 \pm X_3 \pm X_4$

U suštini, pravila za uprošćavanje (redukciju) blok dijagrama sastoje se u sledećem:

- Kombinovanje rednih (kaskadnih) blokova;
- Kominovanje paralelenih blokova;
- Eliminisanje unutrašnjih povratnih sprega;
- Pomeranje sumatora u levo;
- Pomeranjetački grananja u desno;
- Ponavljanje dok se ne dobije kanonski oblik dijagrama.

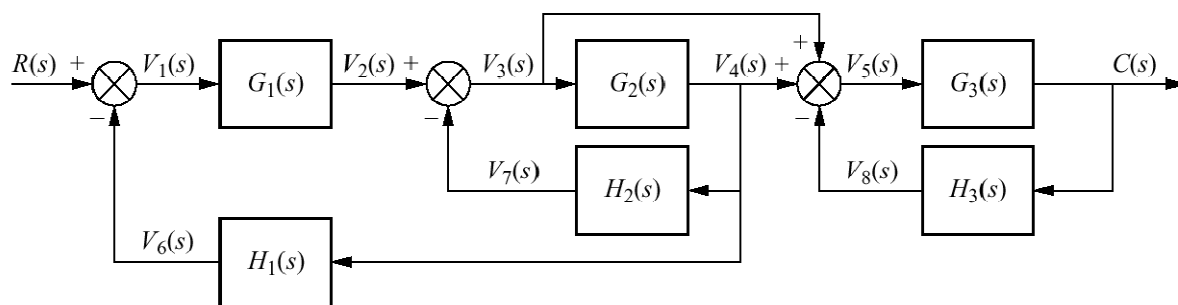
Na slici 67 je dat primer transformisanog blok dijagrama. Ideja se sastoji u tome da se dijagram redukuje ka svoje kanonske (elementarne) forme sa povratnom spregom, jer je ovo najjednostavnija forma povratne sprege i njena je analiza samim time olaksana. Svi sistemi sa povratnom spregom se mogu svesti na kanonsku formu, te se svi oni mogu dalje analizirati istim matematičkim aparatom. Kanonski oblika povratne sprege daće svoj odziv kod primene bilo kojeg standardnog ulaznog signala. Dinamika stabilnoti sistema je nezavisna od ulazne veličine, ipak, vrednost izlazne veličine je zavisna od vrste ulaznog signala, o čemu će više reči biti rečeno u narednim poglavljima.



Slika 67. Multiloop Feedback sistem

U narednom primeru biće detaljno razmotrena transformacija blok dijagrama prema pojedinim koracima.

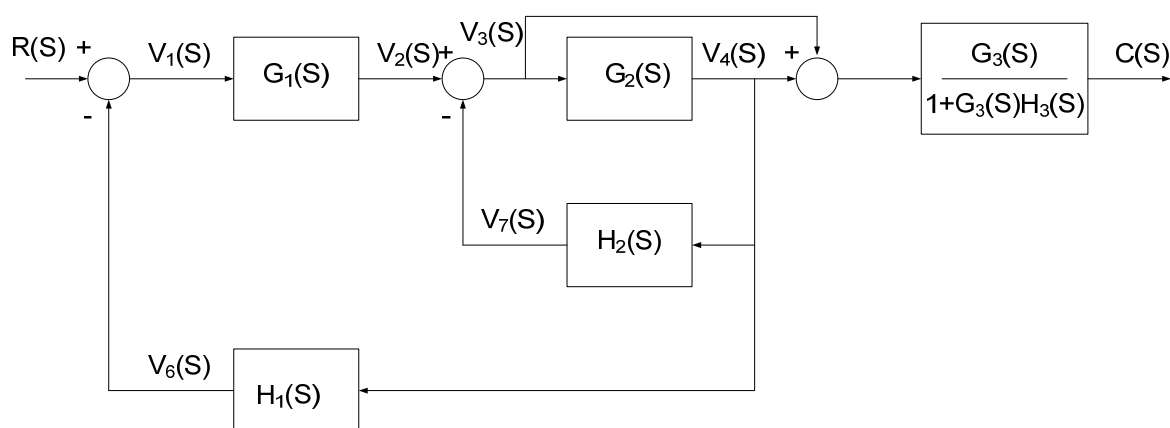
Primer 11.1: Izvršiti uprošćavanje (redukciju) blok dijagrama datog na slici 68.



Slika 68. Polazni blok dijagram razmatranog sistema

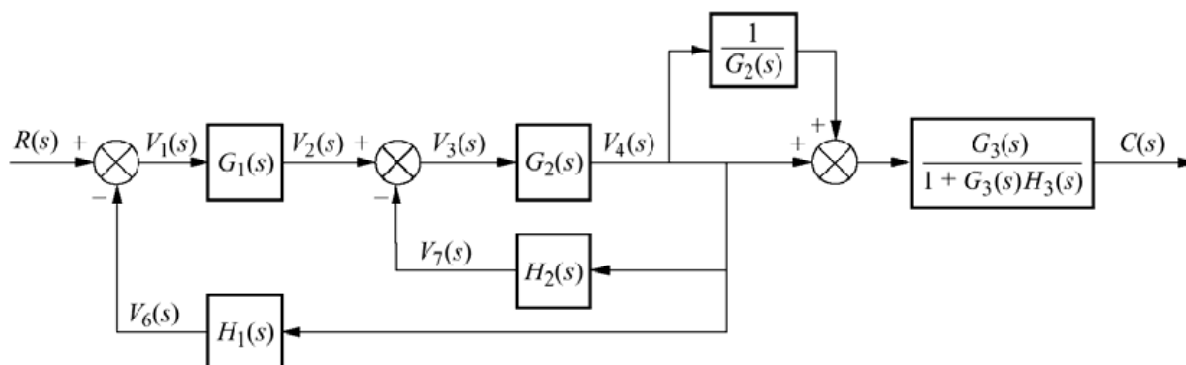
Rešenje:

U prvom koraku će se izvršiti eliminacija povratne sprege kojom se signal elementa $H_3(s)$ dovodi elementu $G_3(s)$. Ova eliminacija biće izvršena prema pravilu 2 iz Table 6. Rezultat prvog koraka redukcije dijagrama je dat na slici 69.



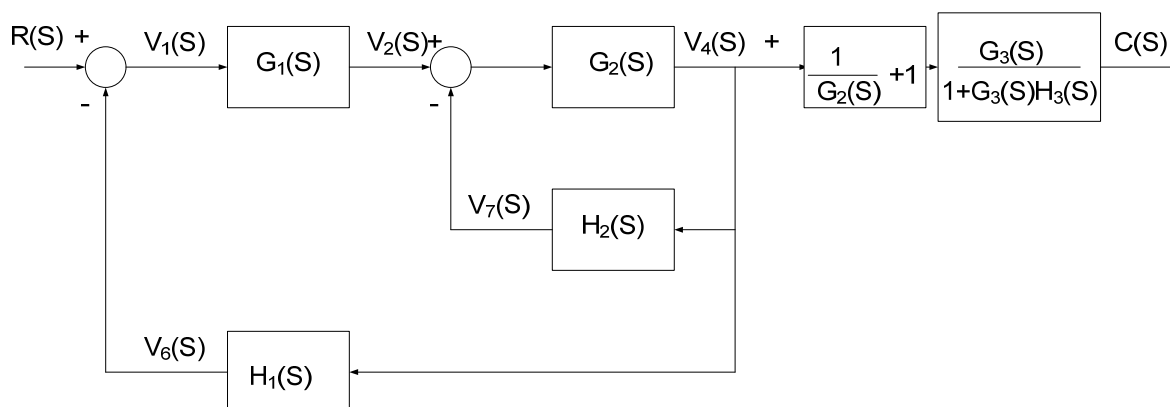
Slika 69. Prvi korak u redukciji blok dijagrama

Drugi korak u redukciji razmatranog blok dijagrama se sastoji u pomeranju tačke grananja sa ulaza na izlaz bloka $G_2(s)$, prema pravilu 5 iz tabele 6. Rezultat je dat na slici 70.



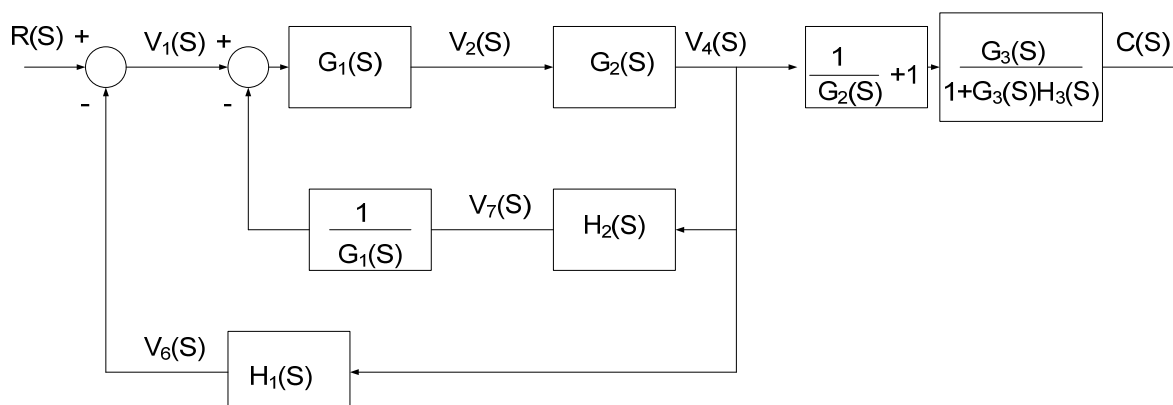
Slika 70. Drugi korak u redukciji blok dijagrama

Sledeći korak se sastoji u sabiranju bloka $(1/G_2(s))$ sa jediničnim paralelnom granom (pravilo 3, Tabela 6). Rezultat je dat na slici 71.



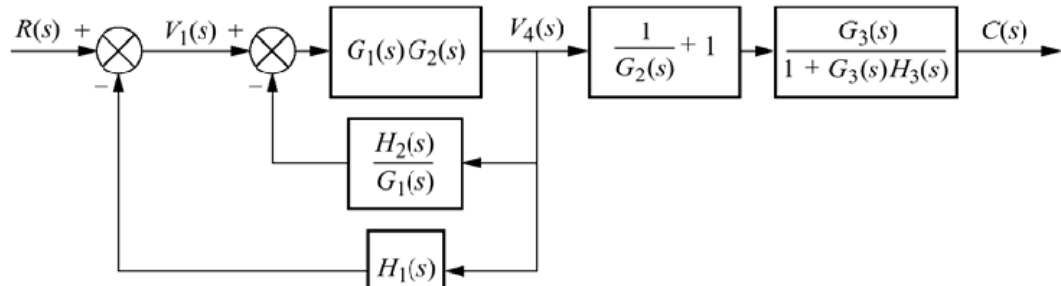
Slika 71. Treći korak u redukciji blok dijagrama

Sledeći korak se sastoji u premeštanju bloka $G_1(s)$ iza sabirača, prema pravilu 11 iz tabele 6. Rezultat ovog koraka uprošćavanja je dat na slici 72.



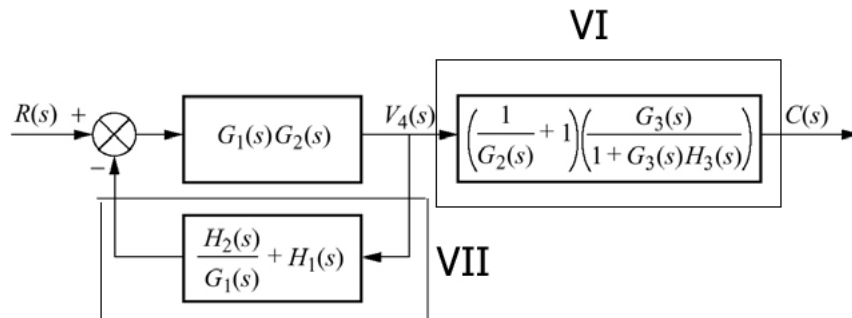
Slika 72. Četvrti korak u redukciji blok dijagrama

Obzirom da $G_1(s)$ i $G_2(s)$ čine rednu spregu, kao i $H_2(s)$ i $1/G_1(s)$, u narednom koraku se vrši njihova transformacija prema pravilu 1 iz tabele 6. Uprošćavanje u ovom koraku je dato na slici 73.



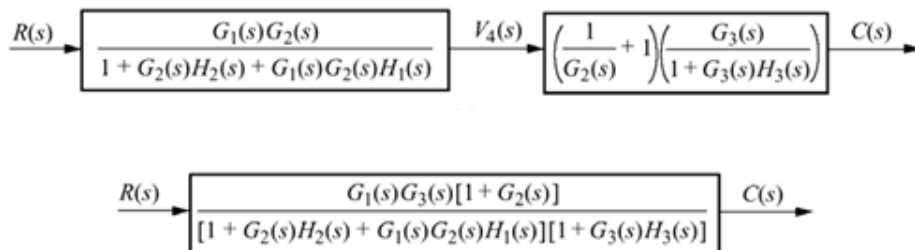
Slika 73. Uprošćavanje blok dijagrama u petom koraku

Šesti korak uključuje sabiranje poslednja dva bloka u dijagramu, koja su redno vezana te primenjujemo ponovo pravilo 1 iz tabele 6. U sedmom koraku se vrši kombinacija paralelnih blokova $H_2(s)/G_1(s)$ i $H_1(s)$. Uprošćavanje u ovim koracima je dato na slici 74.



Slika 74. Uprošćavanje blok dijagrama u šestom i sedmom koraku

U narednom koraku se uređuje povratna sprega na ulazu sistema, prema pravilu 2 iz tabele 6. Potom se vrši finalno uprošćavanje dijagrama prema pravilu 1 iz tabele 6. Rezultat je prikazan na slici 75.



Slika 75. Uprošćavanje blok dijagrama u osmom i finalnom devetom koraku

Na ovaj način se sa polaznog kompleksnog dijagrama prelazi na dijagram sa samo jednim blokom. Pri uprošćavanju su sve karakteristike polaznog blok dijagrama zadržane u prenosnoj funkciji datoj u krajnjem uprošćenom dijagramu.

12. FREKVENTNE (FREKVENCIJSKE) KARAKTERISTIKE SISTEMA

Frekventna karakteristika sistema ima veliki značaj pri proučavanju dinamičkog ponašanja sistema. Takođe, frekventna karakteristika složenih sistema može da se odredi na osnovu poznavanja frekventnih karaktersitika svih njegovih podsistema.

Po definiciji, frekventna karakteristika sistema je količnik Furijeovih transformacija njegove ulazne i izlazne veličine pri svim početnim uslovima jednakim nuli.

Prema Furijeovoj analizi, svaki signal definisan u određenom vremenskom intervalu $[t_o, t_f]$ se može periodično produžiti i predstaviti linearnom kombinacijom sinusnih komponenti sa frekvencijama $0, \omega_{of}, 2\omega_{of}, 3\omega_{of}, \dots$, gde je $\omega_{of} = 2\pi/(t_f - t_o)$ fundamentalna (polazna) kružna frekvenca.

Pretpostavimo da se na ulazu sistema sa funkcijom prenosa $G(s)$ dovodi ulazni signal oblika :

$$u(t) = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1), \quad t \geq 0 \quad (12.1)$$

gde je A_1 -amplituda, ω - kružna fremkvencija i φ_1 - početna faza ulaza (fazni pomeraj). Obzirom da se izraz 12.1, može predstaviti kao:

$$u(t) = A_1 (\sin\omega t \cdot \cos\varphi_1 + \cos\omega t \cdot \sin\varphi_1)$$

Laplasova transformacija ove ulazne veličine (preko pravila 11 i 12, Tabele 4 iz poglavlja 9) se može izraziti kao:

$$U(s) = A_1 \frac{\omega \cos\varphi_1 + s \sin\varphi_1}{s^2 + \omega^2} \quad (12.2)$$

Kompleksni lik izlazne veličine sistema je određen preko:

$$Y(s) = G(s)U(s) \quad (12.3)$$

Obzirom da je u pethodnim poglavljima ova knjige karakteristična jednačina definisana kao imenioc u funkciji prenosa $G(s)$, oblika:

$$A(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0 \quad (12.4)$$

Kako je već definisano u poglavlju 9, ukoliko su svi polovi polinoma 12.4, realni i prosti, prenosnu funkciju, $G(s)$, možemo predstaviti kao:

$$G(s) = \frac{B(s)}{(s-s_1)(s-s_2)\dots(s-s_n)} \quad (12.5)$$

Odnosno u obliku:

$$G(s) = \frac{K_1}{(s-s_1)} + \frac{K_2}{(s-s_2)} + \dots + \frac{K_n}{(s-s_n)} \quad (12.6)$$

Dalje, kada se u jednačinu 12.3, uvrsti izraz 12.2 i izraz 12.6, može se napisati:

$$Y(s) = \sum_{i=1}^{n+2} \frac{K_i}{s-s_i} \quad (12.7)$$

Gde su $s_{n+1} = j\omega$ i $s_{n+2} = -j\omega$ nule faktora $(s^2 + \omega^2)$ iz jednačine 12.2.

Jer se zapravo i jednačina 12.2, može predstaviti kao:

$$U(s) = \frac{K_{n+1}}{(s-s_{n+1})} + \frac{K_{n+2}}{(s-s_{n+2})} = \frac{K_{n+1}}{(s-j\omega)} + \frac{K_{n+2}}{(s+j\omega)} \quad (12.8)$$

Koeficijente K_i u jednačini 12.7, potrebno je odrediti preko limesa vrednosti sume $(s-s_i)$, što je:

$$K_i = \lim_{s \rightarrow s_i} (s - s_i) Y(s), \quad i=1,2, \dots, n+2$$

Prema tome, za koeficijent K_{n+1} (pri $s_{n+1} = j\omega$) se dobija:

$$K_{n+1} = \lim_{s \rightarrow j\omega} (s - j\omega) Y(s) \quad (12.9)$$

Odnosno:

$$K_{n+1} = \lim_{s \rightarrow j\omega} (s - j\omega) A_1 G(s) \frac{\omega \cos \varphi_1 + s \sin \varphi_1}{s^2 + \omega^2}, \text{ što je dalje jednako:}$$

$$K_{n+1} = \lim_{s \rightarrow j\omega} (s - j\omega) A_1 G(s) \frac{\omega \cos \varphi_1 + s \sin \varphi_1}{(s + j\omega) + (s - j\omega)} \quad (12.10)$$

Kako je $G(j\omega) = G(s)|_{s=j\omega}$, izraz 12.10, postaje:

$$K_{n+1} = \lim_{s \rightarrow j\omega} (s - j\omega) A_1 G(j\omega) \frac{\omega \cos \varphi_1 + s \sin \varphi_1}{(s + j\omega) + (s - j\omega)} \quad (12.11)$$

Nakon određivanja limesa funkcije (12.11), dobija se:

$$K_{n+1} = \frac{1}{2} A_1 G(j\omega) e^{j(\varphi_1 - \frac{\pi}{2})} \quad (12.12)$$

Funkcija $G(j\omega)$ se još može predstaviti i kao:

$G(j\omega) = |G(j\omega)| e^{j \arg G(j\omega)}$, te sada izraz 12.12, postaje:

$$K_{n+1} = \frac{1}{2} A_1 |G(j\omega)| e^{j(\arg G(j\omega) + \varphi_1 - \frac{\pi}{2})} \quad (12.13)$$

Koeficijent K_{n+2} je zapravo konjugovano kompleksna vrednost koeficijenta K_{n+1} , odnosno:

$$K_{n+2} = \frac{1}{2} A_1 |G(j\omega)| e^{j(\arg G(-j\omega) - \varphi_1 + \frac{\pi}{2})} \quad (12.14)$$

Uvrštavanjem izraza 12.13 i 12.14 u jednačinu 12.7, i koristeći inverznu Laplasovu transformaciju, na kraju bi se dobio izraz za odziv sistema na uvedenu ulaznu veličinu datu jednačinom 12.1. Ovaj odziv ima oblik:

$$y(t) = \sum_{i=1}^n K_i e^{s_i t} + K_{n+1} e^{j\omega t} + K_{n+2} e^{-j\omega t}, \quad t \geq 0 \quad (12.15)$$

Ovaj odziv se sastoji od prelaznih komponenti i komponente stacionarnog stanja. Ako su svi polovi funkcije prenosa $G(s)$, sa negativnim realnim delom, stabilni tada dobijamo:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n K_i e^{s_i t} = 0$$

Te je u stacionarnom stanju odziv dat sa

$$Y_{\text{stac}}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = K_{n+1} e^{j\omega t} + K_{n+2} e^{-j\omega t} \quad (12.16)$$

Ukoliko se uzmu u obzir definisani izrazi za koeficijente K_{n+1} i K_{n+2} , tada imamo:

$$Y_{\text{stac}}(t) = A_1 |G(j\omega)| \sin(\omega t + \arg G(j\omega) + \varphi_1) \quad (12.17)$$

Prema tome, u stacionarnom stanju se dobija harmonijski odziv iste kružne frekvencije ω koju ima ulaz $u(t)$ u sistemu sa funkcijom prenosa $G(s)$, amplitude određene sa:

$$A_2 = A_1 |G(j\omega)|$$

I početne faze

$$\varphi_2 = \arg(G(j\omega)) + \varphi_1$$

Potrebno je naglasiti da se ovakav odziv u stacionarnom stanju dobija za sistem koji ima sve polove sa položajem u levoj polovini kompleksne ravni.

Za izračunavanje izlaza (odziva sistema) u stacionarnom stanju dovoljno je poznavati funkciju:

$$G(j\omega) = G(s) \mid s = j\omega, (0 \leq \omega < \infty) \quad (12.18)$$

Koja se naziva **frekventnom funkcijom sistema**, a njen dijagram u kompleksnoj $G(j\omega)$ – ravni – **amplitudno faznom karakteristikom sistema**. Treba imati u vidu da se ova karakteristika dobija na osnovu poznavanja

$$A(\omega) = |G(s)|, s = j\omega, 0 \leq \omega \leq \infty \quad (12.19)$$

čiji prikaz predstavlja **amplitudnu** i

$$\varphi(\omega) = \arg(G(j\omega)), 0 \leq \omega \leq \infty \quad (12.20)$$

čiji prikaz predstavlja **faznu** frekventnu karakteristiku. Za negativne vrednosti kružne frekvencije ω amplitudno-fazni dijagram je simetričan u odnosu na realnu osu (slika 76).

Kao i svaki kompleksni izraz, i frekventna karakteristika se može predstaviti kao:

$$G(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega) \quad (12.21)$$

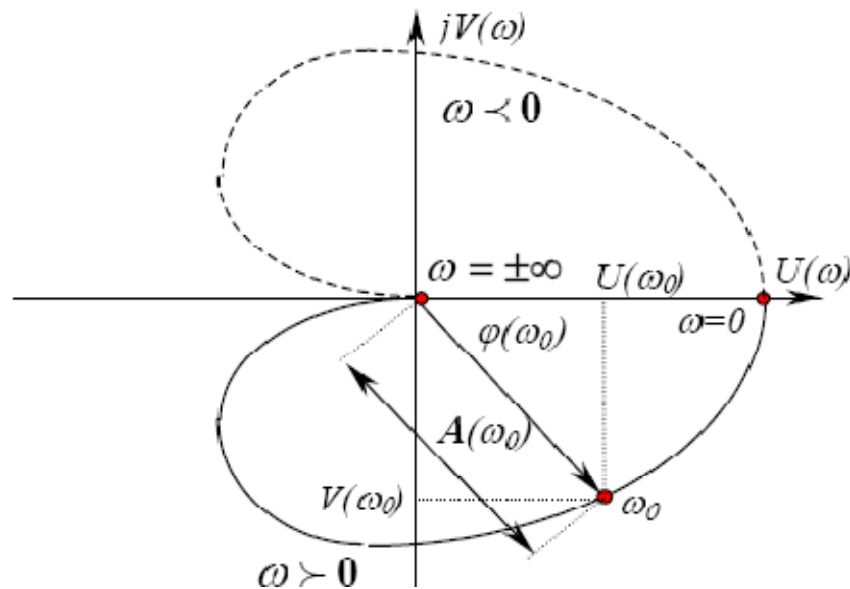
I ovaj izraz (12.21) se uglavnom koristi za lakše grafičko predstavljanje.

U izrazu 12.21, $U(\omega)$ predstavlja realni a $V(\omega)$ imaginarni deo kompleksne funkcije. Amplitudna karakteristika se definiše kao:

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}$$

dok se fazna karakteristika predstavlja sa:

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{V(\omega)}{U(\omega)}$$



Slika 76. Grafički prikaz frekventne funkcije sistema

Iz gore definisanih razmatranja frekventne karakteristike, očigledno je da je moguće odrediti frekventnu karakteristiku sistema na osnovu njegove prenosne funkcije, ukoliko se u prenosnoj funkciji vrednost s , formalno zameni sa $(j\omega)$.

Grafičko prikazivanje frekventne karakteristike sistema dato na slici 76, se još naziva i hodograf. Hodograf je geometrijsko mesto tačaka $G(j\omega)$ u ravni koje se dobija pri promeni ω od $-\infty$ do $+\infty$.

12.1. Pojaćanje sistema

Pojaćanja sistema različitog reda pokazuju graničnu vrednost odnosa izlazne veličine (ili njenog odgovarajućeg izvoda) i ulazne veličine odskoćnog karaktera.

Po definiciji, **pojaćanje** r -tog reda sistema (K^r) je granična vrednost r -tog izvoda odskoćnog odziva tog sistema (g_α) i odskoćne ulazne veličine $\alpha h(t)$, kada vreme neogranićeno raste. Za nulto poćetno stanje, pojaćanje se izražava kao:

$$K^r = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{g_\alpha^{(r)}(t)}{\alpha h(t)} \quad (12.22)$$

Ako i samo ako ova granična vrednost postoji.

Pojačanje r-tog reda se može napisati i kao:

$$K^r = \lim_{t \rightarrow \infty} g^{(r)}(t)$$

Odnosno, pojačanje r-tog reda je granična vrednost r-tog izvoda jediničnog odskočnog odziva datog sistema.

Ovo proističe iz toga što je $h(\infty) = 1$ i $g_\alpha(t) = \alpha g(t)$.

Pojačanje r-tog reda se može izračunati na osnovu prenosne funkcije sistema, koristeći drugu graničnu teoremu Laplasove transformacije, kao:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} g^{(r)}(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s^r \mathcal{L}\{g(t)\}$$

Jer, za početne uslove jednake nuli, sledi da je:

$$\mathcal{L}\{g^{(r)}(t)\} = s^r \mathcal{L}\{g(t)\}$$

Pojačanje r-tog reda sistema čija je prenosna funkcija $W(s)$ poznata, je:

$$K^r = \lim_{s \rightarrow 0} s^r W(s) * 1/s \quad (12.23)$$

Zato što je laplasova transformacija $\mathcal{L}\{g(t)\}$, transformacija odziva jedinične odskočne funkcije:

$$\mathcal{L}\{g(t)\} = W(s) \frac{1}{s}$$

Pojačanje nultog reda se naziva kraće pojačanje sistema i obeležava se kao: $K^0 = K$.

Linearni dinamički sistemi se prema stepenu pojačanja K dele u tri vrste, i to:

- Sistemi prve vrste, koji imaju pojačanje $K = 0$;
- Sistemi druge vrste čije je pojačanje $0 < |K| < \infty$;
- Sistemi treće vrste, koji imaju pojačanje neograničene veličine i to: $|K| \rightarrow +\infty$.

Složeni sistemi se sastoje iz međusobno povezanih podsistema $S_1, S_2, \dots, S_n$ sa poznatim pojačanjima $K_1, K_2, \dots, K_n$, a sa postojanjem paralelenih, povratnih, rednih i ukrštenih sprega. Pojačanje K se određuje na osnovu pojačanja svih podsistema.

Prema definiciji, pojačanje nultog reda sistema n podsistema sa rednom spregom je:

$$K = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot \dots \cdot K_n \quad (12.24)$$

Ipak, ovaj uslov (jednačina 12.24) ne važi za pojačanja višeg reda.

Pojačanje r -tog reda (K^r) paralelne sprege sistema sa n podsistema jednako je zbiru pojačanja r -tog reda svih podsistema:

$$K^r = K_1^r + K_2^r + K_3^r + \dots + K_n^r \quad (12.25)$$

Takođe, pojačanje nultog reda povratne sprege sastavljene od podsistema S_1 u glavnoj grani i odsistema S_2 u povratnoj grani, određuje se kao:

$$K = \frac{K_1}{1 + K_1 K_2} \quad (12.26)$$

Iz gornjih relacija važi da se samo za paralelenu spregu, pojačanje višeg reda može izraziti u funkciji pojačanja svih podsistema, jednačina 12.25.

Pojačanje nultog reda sistema se izračunava po istom algoritmu po kojem se proračunava njegova prenosna funkcija.

12.2. Bodeovi dijagrami

Bodeovi dijagrami se sastoje od parova dijagrama. Jedan od ovih dijagrama prikazuje zavisnost amplitudne, a drugi fazne karakteristike sistema, od kružne frekvencije. Obično se ove karakteristike prikazuju u funkciji $\log \omega$, pri čemu je osnova logaritma 10. Ovo omogućava prikazivanje zavisnosti pojačanja (slabljenja) i faznog pomeraja sistema u širokom opsegu frekvencija. Prema tome, jedinica na apscisi ovih dijagrama je dekada, koja predstavlja desetostruku razliku dveju frekvencija. Drugim rečima, za bilo koje ω_1 , za dekadu veća frekvencija je $\omega_2 = 10\omega_1$, a za dekadu manja je $\omega_3 = 0.1\omega_1$. Amplitudno logaritamska karakteristika se označava sa $L(\omega)$ i meri se decibelima [dB]. Matematički prikaz je:

$$L(\omega) = 20 \log A(j\omega) = 20 \log |G(j\omega)| \quad [\text{dB}] \quad (12.27)$$

Fazna karakteristika se meri u radijanima ili stepenima i izražava se preko već definisane funkcije:

$$\varphi(\omega) = \arg G(j\omega) \quad (12.28)$$

Primer 12.1:

Definisati Bodeov dijagram za funkciju $G(s) = K$

Rešenje:

$$G(s) = K \Rightarrow G(j\omega) = K$$

Odatle je

$$U(\omega) = \operatorname{Re}(G(j\omega)) = K$$

$$V(\omega) = \operatorname{Im}(G(j\omega)) = 0$$

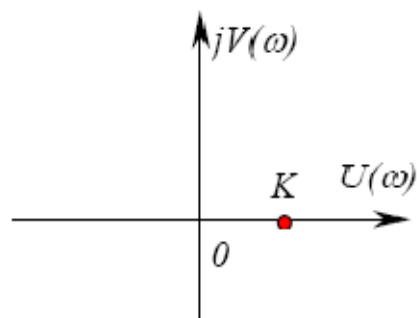
$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)} = K$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{V(\omega)}{U(\omega)} = 0$$

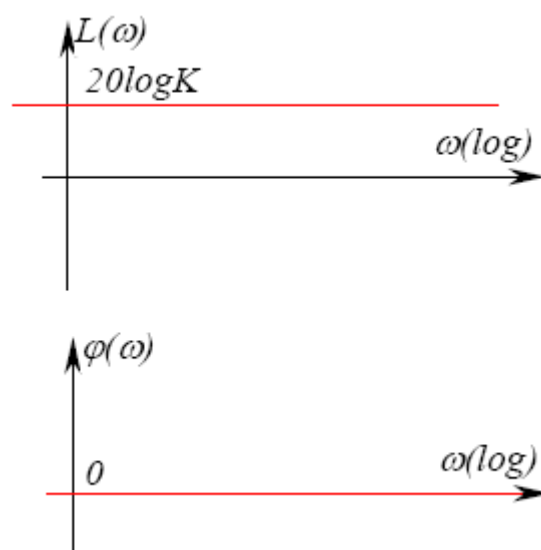
Amplitudno logaritamska karakteristika je:

$$L(\omega) = 20 \log A(\omega) = 20 \log K$$

Amplitudna-fazna frekvencijska karakteristika je data na slici 77, dok je logaritamska (amplitudna i fazna) karakteristika data na slici 78.



Slika 77. Amplitudno-fazna frekventna karakteristika



Slika 78. Logaritamska (amplitudna i fazna) karakteristika

Primer 12.2:

Formirati Bodeove dijagrame za sistem čija je prenosna funkcija $G(S) = Ts+1$

Rešenje:

$$G(s) = Ts + 1 \Rightarrow G(j\omega) = Tj\omega + 1$$

Odatle je

$$U(\omega) = \operatorname{Re}(G(j\omega)) = 1$$

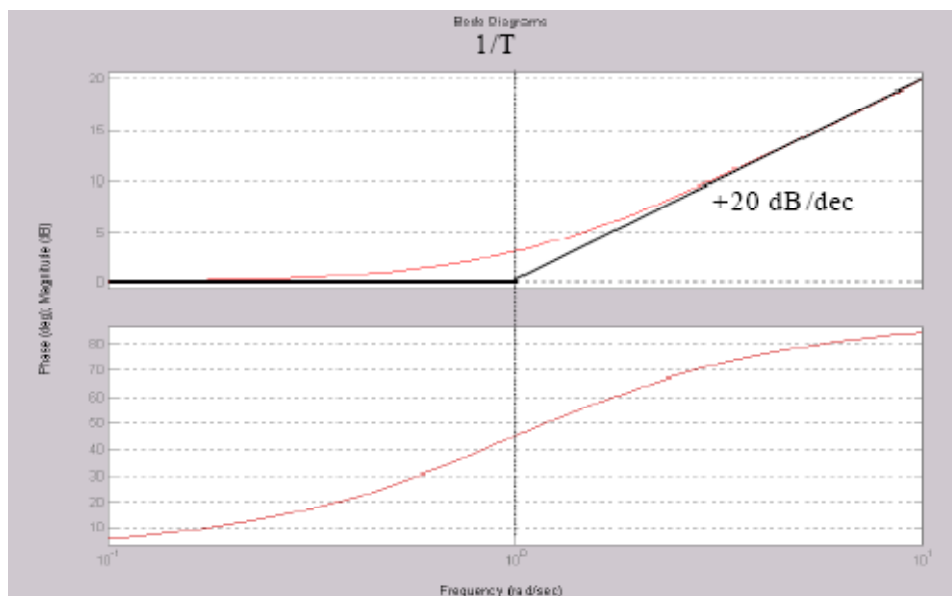
$$V(\omega) = \operatorname{Im}(G(j\omega)) = T\omega$$

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)} = \sqrt{1 + (T\omega)^2}$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} T\omega$$

Amplitudno logaritamska karakteristika je:

$$L(\omega) = 20 \log A(\omega) = 20 \log \sqrt{1 + (T\omega)^2}$$



Slika 79. Bodeovi dijagrami razmatranog primera

12.3. Stanje sistema

Ideja o stanju i kretanju sistema prvi put se pojavljuje u klasičnoj mehanici. Pojam stanja materije se inače dosta koristi u fizici, termodinamici i uopšte tehnici. Razvojem naučne discipline menadžmenta, ovaj se pojam sve više primenjuje i na društvene sisteme. Naime, trenutno stanje sistema i njegovo kretanje ka novom stanju je sve više u žiži interesovanja teorije i prakse industrijskog menadžmenta. Za pojam stanja sistema su vezani pojmovi veličina (promenljivih) stanja, vektora stanja i prostora stanja.

Proučavanje sistema u prostoru stanja omogućava efikasnu analizu uticaja početnih uslova na kretanje (ponašanje, rad, tok procesa) u sistemu. Ovakvo proučavanje sistema omogućava i analizu odnosa ulaznih i izlaznih veličina za sisteme bilo sa jednom ili više elaznih i izlaznih veličina.

Korišćenje koncepta stanja sistema omogućava precizno definisanje stabilnosti, upravljivosti i osmotrivosti (opservabilnosti) sistema. Ono omogućava, uz korišćenje računara, efikasnu analizu dinamičkih osobina široke klase stacionarnih nelinearnih sistema, nestacionarnih (linearnih i nelinearnih) sistema, kao i sintezu optimalnih i adaptivnih sistema automatskog upravljanja.

Korišćenje koncepta stanja sistema je dovelo do pojave potrebe za rešavanjem nove klase problema. Jedan od osnovnih problema vezanih za proučavanje stanja sistema je određivanje vrednosti karakterističnih veličina stanja sistema ili, tačnije procenu tih vrednosti – problem procene stanja sistema.

Pri tome treba imati u vidu da koncept stanja sistema ne zahteva obavezno poznavanje čitave istorije razmatranog sistema da bi se analizirao odnos sadašnjih i budućih vrednosti ulaznih i izlaznih veličina sistema. Korišćenje stanja sistema čini da je prošlost sistema (put, način na koji je on dospeo u posmatrano stanje) potpuno nevažna za analizu njegovog budućeg ponašanja, tj. budućih odnosa ulaznih i izlaznih veličina, kao i za sama buduća stanja sistema.

Naravno, važna je činjenica da se koncept stanja sistema vezuje za dinamičke sisteme, obzirom da jedino dinamički sistemi i imaju stanje. Stanje sistema je ona unutrašnja struktura, koja uz poznavanje $x_u(\tau, +\infty)$ jednoznačno određuje promenu $x_i(\tau, +\infty)$.

Kako bi se pojasnile fizičke osnove stanja sistema, u daljem tekstu biće razmatran jedan primer koji je čest u praksi industrijskog menadžmenta. Naime, jedan od problema kojim se bavi oblast industrijskog menadžmenta jeste određivanje optimalnog nivoa zaliha određenog repromaterijala koji se koristi u poslovnom procesu poslovno proizvodnog sistema. O zalihama i problemu skladištenja je već bilo reči u pretnodnim poglavljima ove knjige.

Kako bi se definisala fizička svojstva stanja sistema, razmotrimo slučaj jednog skladišta repromaterijala, datog na slici 80. Očigledno je da u ovo skladište u toku dana pristiže određena količina repromaterijala različite vrste (p_i), takođe, određena količina biva i odnesena iz skladišta (q_i). Preko razlike unete i iznete količine repromaterijala na skladištu, formira se zaliha repromaterijala određene vrste (G_i).

Uzmimo u razmatranje samo jednu vrstu repromaterijala koja stiže na jednu od platformi preko jedne utovarno-istovarne rampe. Poznavanje samo vrednosti izlazne veličine sistema ($x_i = G$ – stanje zaliha platforme), ne omogućava da jednoznačno odredimo ni priliv repromaterijala (p) niti količinu koja se preuzima sa skladišta (q), pa ni vrednost same izlazne veličine –stanja zaliha u sledećem momentu vremena.

Ukoliko pretpostavimo da se posluje prema optimalnom nivou zaliha određene vrste repromaterijala, tada važi jednakost:

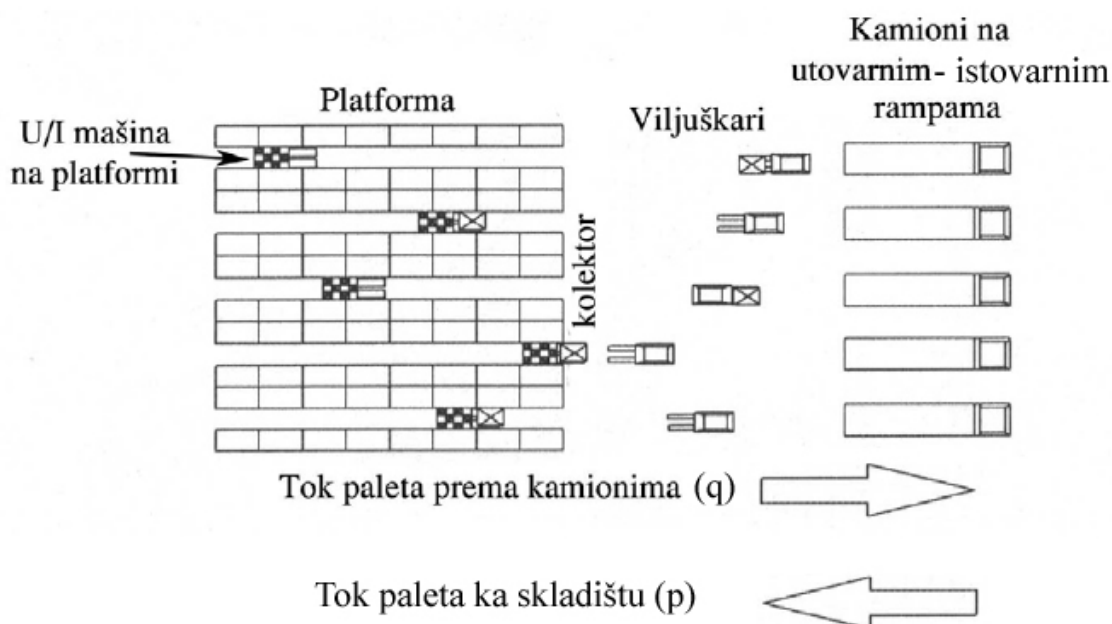
$$G_o = \sqrt{\frac{2RC_o}{C_1} \left(\frac{p}{p-q} \right)} \quad (12.29)$$

Gde su, R – ukupno potrebna količina repromaterijala definisana planom proizvodnje za naredni ciklus, C_o – troškovi nabavke repromaterijala i C_1 –

troškovi skladištenja po jedinici količine repromaterijala. Ove veličine su unapred poznate i ugovorom definisane u svakom PPS- u, te se stoga jednačina 12.29, može predstaviti kao:

$$G_o = \sqrt{K \left(\frac{p}{p-q} \right)} \quad (12.30)$$

Prema tome, stanje razmatranog sistema je u potpunosti određeno poznavanjem dve veličine (G,p) ; (G,q) ili (p,q) , Veličine p i q se mogu usvojiti veličinama stanja sistema, i one se označavaju kao: $X_{u1}=p$ i $x_{u2}=q$.



Slika 80. Šematski prikaz skladišta jednog PPS-a

Izlazna veličina $x_i (=G_o)$ je u potpunosti određena ulaznim veličinama stanja x_{u1} i x_{u2} .

Navedeni primer ilustruje fizički smisao pojmova: stanje, veličine stanja i vektora stanja. Po definiciji, stanje fizičkog sistema u nekom trenutnu vremena je ona njegova unutrašnja situacija u datom trenutku (τ) čije je (direktno ili indirektno) poznavanje zajedno sa poznavanjem ulazne veličine u periodu (τ, ∞) neophodno i dovoljno da se jednoznačno odrede i vrednosti njegove izlazne veličine i samo njegovo stanje u svakom narednom trenutku intervala (τ, ∞) .

Naravno, da bi to bilo moguće, stanje sistema u svakom trenutku vremena mora da sadrži neophodnu informaciju o uticaju ulazne veličine na sistem od trenutka τ koja je dovoljna da se uz poznavanje ulazne veličine na intervalu (τ, ∞) jednoznačno odredi njegovo dinamičko ponašanje.

Ako i samo ako, u svakom trenutku $\tau \in (-\infty, +\infty)$ sistem ima definisano stanje, on se naziva dinamički sistem.

Pri svim gore navedenim hipotezama, podrazumeva se da je fizički sistem koji se posmatra poznat tako da je njegov matematički model (diferencijalna jednačina ponašanja) potpuno definisan.

Pod sistemom se, u ovom slučaju, podrazumeva bilo koji, prema tome i neki apstraktni sistem, koji ima definisani matematički model. Time se u suštini sistem poistovećuje sa svojim matematičkim modelom.

Pri tome, stanje (apstraktnog) sistema u trenutku $\tau \in (-\infty, +\infty)$ je skup najmanjeg broja informacija o tom sistemu u datom trenutku τ koji, uz poznavanje ulazne veličine sistema na intervalu (τ, ∞) , jednoznačno određuje i njegovu izlaznu veličinu i samo njegovo stanje u svakom trenutku vremena.

Kako je već ranije definisano, u prethodnim poglavljima ove knjige, između stanja fizičkog sistema i njemu pridruženog apstraktnog sistema, koji predstavlja matematički model tog fizičkog sistema postoji sledeća veza: stanje apstraktnog sistema je matematički opis stanja njegovog polaznog (originalnog) fizičkog sistema. Pri tome između stanja datog fizičkog sistema i stanja njemu pridruženog apstraktnog sistema postoji obostrano jednoznačna zavisnost.

U teoriji sistema, interesovanje nije usmereno na poznavanje stanja fizičkog sistema, već za njegov tačan opis koji određuje stanje apstraktnog sistema (modela) koji je pridružen tom fizičkom sistemu. Naravno, jasno je da se pretpostavlja je ovo pridruživanje takvo da apstraktan sistem dovoljno egzaktno opisuje taj fizički sistem. U ovome je i bitna razlika proučavanja sistema sa stanovišta teorije sistema i sa stanovišta prirodnih nauka.

12.3.1. Veličine stanja sistema

Skup najmanjeg broja informacija koje jednoznačno određuju stanje fizičkog sistema, odnosno koje predstavljaju stanje apstraktnog sistema, je skup svih vrednosti veličina koje se nazivaju veličine stanja i označavaju se sa $x_1, x_2, \dots, x_n$.

Veličine stanja sistema su linearno nezavisne ako i samo ako je uslov:

$$c_1x_1(t) + c_2x_2(t) + \dots + c_nx_n(t) = 0, \quad (12.31)$$

jedino ispunjen ukoliko su vrednosti $c_1, c_2, \dots, c_n = 0$, za svako $t \in (-\infty, +\infty)$.

Po definiciji, najmanji broj linearno nezavisnih veličina čije vrednosti u svakom trenutku jednoznačno određuju stanje dinamičkog sistema predstavlja *dimenziju (red)* sistema, a same te vrednosti su *veliĉine stanja* i oznaĉavaju se sa $x_1, x_2, \dots, x_n$. Njihove vrednosti u trenutku t su $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$.

Ukoliko je sistem n -tog reda onda on ima n veličina stanja. Veliĉine stanja sistema su linearno nezavisne promenjive (koordinate) koje obrazuju bazu n -dimenzionalnog Euklidovog prostora. Tada su one komponente (elementi) n -dimenzionalnog vektora:

$$\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (12.32)$$

Vektor $\underline{x}$ definisan na ovaj naĉin je *vektor stanja sistema*. Prostor kome pripada vektor stanja $\underline{x}$ je **prostor stanja sistema**. Ukoliko su veliĉine stanja predstavljene u obliku faznih veliĉina, tada se prostor stanja naziva joŝ i **fazni prostor**.

Prostor stanja dvodimenzionalnog sistema je ravan stanja tog sistema. Ukoliko on predstavlja i fazni prostor onda je on fazna ravan tog sistema.

Ukoliko se sistem nalazi u slobodnom reŝimu rada (pri ĉemu se reŝim rada definiŝe vektorom stanja sistema u trenutku t), koji se u trenutku t_0 ($-\infty < t_0 \leq t < +\infty$) nalazio u stanju odreĊenom sa $\underline{x}_0$, oznaĉava se sa:

$$\underline{x}(t) = \underline{\chi}(t, t_0, \underline{x}_0) \quad \text{odakle je :}$$

$$\underline{\chi}(t, t_0, \underline{x}_0) = \underline{x}_0$$

Funkcija χ definiŝe zakon prevoĊenja sistema iz poĉetnog stanja $\underline{x}_0$ u trenutku t_0 u novo stanje $\underline{x}(t)$ u trenutku t . Vrednost ove funkcije u trenutku t je vektor stanja sistema u tom trenutku. Iz tog razloga se χ naziva **funkcija prelaza stanja sistema**. Funkcija χ definiŝe promenu stanja sistema, a promena uopŝteno

posmatrano je kretanje. Iz tog razloga se $\underline{\chi}(t, t_0, \underline{x}_0)$ naziva **kretanje sistema** posmatrano u trenutku t koje u trenutku t_0 prolazi kroz stanje $\underline{x}_0$.

Pri tome, sistem je vremenski neprekidan ako i samo ako promenjiva t , koja predstavlja vreme, može da uzme bilo koju vrednost iz intervala $(-\infty, +\infty)$.

Zatim, sistem je stacionaran (vremenski nepromenjiv) ako i samo ako istovremeno poseduje sledeće osobine:

- Izbor početnog trenutka posmatranja t_0 nema uticaja na njegovo kretanje,
- Vreme ne utiče eksplicitno direktno na vrednost njene izlazne veličine:

$$\underline{x}_i(t) = \underline{\chi}_i(\underline{x}(t), x_u(t))$$

- prva osobina stacionarnog sistema pokazuje da izbor početnog trenutka nema uticaja na njegovo kretanje (ponašnje, rad, proces). Iz navedenog razloga se može usvojiti da je $t_0 = 0$ čim je sistem stacionaran. Tada se kretanje sistema može obeležiti kao:

$$\underline{\chi}_i(t, \underline{x}_0, x_u)$$

Funkcija $\underline{\chi}_i$ se naziva **funkcija izlaza sistema**. Ona jednoznačno određuje promenu izlazne veličine sistema u zavisnosti od promene njenog stanja i njegove ulazne veličine. Vrednost $\underline{\chi}_i(\underline{x}(t), x_u(t))$ funkcije χ_i u trenutku t je vrednost izlazne veličine sistema u trenutku t u kome na njega deluje $x_u(t)$, a nalazi se u stanju $\underline{x}(t)$. Ukoliko $x_u(t) \neq 0$, onda je sistem u prinudnom režimu rada.

12.3.2. Vektorska jednačina promene stanja i jednačina izlaza sistema

Kako bi se definisala vektorska jednačina promene stanja i izlaza sistema, prva pretpostavka je da je poznata diferencijalna jednačina ponašanja sistema, koja uspostavlja vezu između njegove ulazne i izlazne veličine.

Bilo koji skalarni sistem se može opisati uz pomoć n diferencijalnih jednačina prvog reda:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) + \dots + a_{1n}x_n(t) + b_1x_u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) + \dots + a_{2n}x_n(t) + b_2x_u(t) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n(t) &= a_{n1}x_1(t) + a_{n2}x_2(t) + \dots + a_{nn}x_n(t) + b_nx_u(t).\end{aligned}\tag{12.33}$$

Navedene jednačine predstavljaju jednačine stanja sistema.

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A} \cdot \underline{x}(t) + \underline{b} \cdot x_u(t) \quad (12.34)$$

Za opisivanje dinamičkog ponašanja sistema, neophodno je i poznavanje jednačine izlaza, koja se u algebarskom obliku predstavlja preko:

$$x_i(t) = c_1 x_1(t) + c_2 x_2(t) + \dots + c_n x_n(t) + dx_u(t). \quad (12.35)$$

Ova jednačina napisana u vektorskom obliku je:

$$\underline{x}_i(t) = \underline{c}^T \cdot \underline{x}(t) + d \cdot x_u(t) \quad (12.36)$$

Simboli predstavljeni u gornjim jednačinama su:

$\mathbf{x}(t)$ - vektor stanja sistema dimenzija $(n \times 1)$,

$\dot{\mathbf{x}}(t)$ - prvi izvod vektora stanja sistema dimanzija $(n \times 1)$,

A- matrica sistema sa konstantnim elementima dimenzija $(n \times n)$,

b- vektor ulaza sa konstantnim elementima dimenzija $(n \times 1)$,

c- vektor izlaza sa konstantnim elementima dimenzija $(n \times 1)$,

d - konstanta direktnog prenosa,

$x_{11}(t)$ - skalarni ulaz,

$x_i(t)$ - skalarni izlaz.

Prilikom formiranja jednačine stanja i jednačine izlaza nekog sistema, mogu se pojaviti dva karakteristična slučaja.

Prvi slučaj-takozvani – posebni slučaj, se odnosi na sisteme čija diferencijalna jednačina ponašanja ne sadrži ni jedan izvod ili integral njegove ulazne veličine:

$$x_i^{(n)} + a_{n-1}x_i^{(n-1)} + \dots + a_0x_i = b_0x_u, \quad (12.37)$$

Gde važi da je :

$$b_0 \neq 0 \text{ i}$$

$$a_n = 1.$$

Za prikazivanje sistema veličine stanja usvajaju se fazne veličine, i to:

$$x_1 = x_i;$$

$$x_2 = \dot{x}_1 = \dot{x}_i;$$

.

.

.

$$x_{n-1} = \dot{x}_{n-2} = x_1^{(n-2)} = x_i^{(n-2)}; \quad (12.38)$$

$$x_n = \dot{x}_{n-1} = x_1^{(n-1)} = x_i^{(n-1)};$$

$$x_{n+1} = \dot{x}_n = -a_0x_1 - a_1x_2 - \dots - a_{n-2}x_{n-1} - a_{n-1}x_n + b_0x_u.$$

Ove fazne veličine formiraju vektor stanja sistema:

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (12.39)$$

Od ovako definisanih veličina stanja formira se sistem skalarnih diferencijalnih jednačina stanja, kao:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2; \\
 \dot{x}_2 &= x_3; \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_{n-1} &= x_n; \\
 \dot{x}_n &= -a_0 x_1 - a_1 x_2 - \dots - a_{n-2} x_{n-1} - a_{n-1} x_n + b_0 x_u.
 \end{aligned} \tag{12.40}$$

Za proučavanje dinamičkih osobina sistema pogodnije je ipak koristiti vektorsku jednačinu stanja:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A} \cdot \underline{x} + \underline{b} \cdot x_u, \tag{12.41}$$

I vektorsku jednačinu izlaza:

$$x_i = \underline{c}^T \cdot \underline{x} + d \cdot x_u. \tag{12.42}$$

Za poseban slučaj sistema u prostoru stanja, matrica $\underline{A}$, vektor ulaza $\underline{b}$, vektor izlaza $\underline{c}$ i konstanta direktnog prenosa d , imaju sledeće vrednosti:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-2} & -a_{n-1} \end{bmatrix}; \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_0 \end{bmatrix}; \quad \underline{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad d = 0.$$

Matrica sistema $\underline{A}$ u ovakvom obliku se naziva i matricom pratilaca ili Frobeniusova matrica i označava se sa R .

Primer 12.3: Funkciju $f(t) = \sin 4t$, prevesti u kompleksni domen, a zatim za tako definisanu prenosnu funkciju odrediti model u prostoru stanja, preko:

- a) Vektorske jednačine stanja,
- b) Vektorske jednačine izlaza.

Rešenje:

$$F(s) = W(s) = \mathcal{L}[f(t)] = \mathcal{L}[\sin 4t] = \frac{4}{s^2 + 16}$$

$$\text{Kako je } W(s) = \frac{x_i(s)}{x_u(s)} = \frac{4}{s^2 + 16}$$

Sledi da je:

$$x_i(s) \cdot (s^2 + 16) = 4x_u(s) \text{ , odnosno:}$$

$$x_i(s) \cdot s^2 + 16 \cdot x_i(s) = 4x_u(s)$$

te je:

$$\ddot{x}_i(t) + 16x_i(t) = 4x_u(t)$$

Na osnovu 12.38 je:

$$x_1 = x_i$$

$$x_2 = \dot{x}_1 = \dot{x}_i$$

$$x_3 = \dot{x}_2 = \ddot{x}_1 = \ddot{x}_i$$

Gornja jednačina sada postaje:

$$x_3 + 16x_1 = 4x_u$$

Prema 12.40 je:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = x_3 = -16x_1 + 4x_u$$

Te je:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -16 & 0 \end{bmatrix} \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \underline{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad d=0$$

Sada je

a) vektorska jednačina stanja:

prema jednačini 12.41

$$\dot{\underline{x}} = A \cdot \underline{x} + \underline{b} \cdot x_u = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -16 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} x_u$$

Dok je

b) vektorska jednačina izlaza:

prema jednačini 12.42

$$x_i = \underline{c}^T \cdot \underline{x} + d \cdot x_u = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Drugi slučaj-takozvani –opšti slučaj se odnosi na sisteme čija diferencijalna jednačina ponašanja sadrži i izvode njihove ulazne veličine:

$$x_i^{(n)} + a_{n-1}x_i^{(n-1)} + \dots + a_0x_i = b_0x_u + b_1x_u^{(1)} + \dots + b_mx_u^{(m)} \quad (12.43)$$

Gde važe uslovi da su:

$$\begin{aligned} a_n &= 1; \\ m &\leq n; \\ b_n &= \begin{cases} 0; & m < n \\ \neq 0; & m = n. \end{cases} \end{aligned}$$

Ukoliko su prva dva uslova zadovoljena moguće je primeniti prvi opšti Košijev algoritam , koji glasi:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_i - b_n x_u \Rightarrow x_i = x_1 + b_n x_u \wedge b_n = 0 \Rightarrow; x_i = x_1 \\ \dot{x}_2 &= \dot{x}_1 + a_{n-1}x_i - b_{n-1}x_u; \\ \dot{x}_3 &= \dot{x}_2 + a_{n-2}x_i - b_{n-2}x_u; \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ \dot{x}_{n-1} &= \dot{x}_{n-2} + a_2x_i - b_2x_u; \\ \dot{x}_n &= \dot{x}_{n-1} + a_1x_i - b_1x_u; \\ \dot{x}_n &= -a_0x_i + b_0x_u. \end{aligned} \quad (12.44)$$

Posle zamene x_i ($x_i = x_1 + b_n x_u$) u svim jednačinama, osim prve dobijaju se skalarne diferencijalne jednačine stanja u sledećem obliku:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= -a_{n-1}x_1 + x_2 + (b_{n-1} - a_{n-1}b_n)x_u; \\
\dot{x}_2 &= -a_{n-2}x_1 + x_3 + (b_{n-2} - a_{n-2}b_n)x_u; \\
\dot{x}_3 &= -a_{n-3}x_1 + x_4 + (b_{n-3} - a_{n-3}b_n)x_u; \\
&\vdots \\
&\vdots \\
&\vdots \\
\dot{x}_{n-1} &= -a_1x_1 + x_n + (b_1 - a_1b_n)x_u; \\
\dot{x}_n &= -a_0x_1 + (b_0 - a_0b_n)x_u.
\end{aligned} \tag{12.45}$$

Na osnovu skalarnih diferencijalnih jednačina stanja dobija se vektorska diferencijalna jednačina stanja sistema u normalnom obliku:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A} \cdot \underline{x} + \underline{b} \cdot x_u,$$

I već definisana jednačina izlaza:

$$x_i = \underline{c}^T \cdot \underline{x} + d \cdot x_u.$$

Za opšti slučaj sistema u prostoru stanja, matrica sistema $\underline{A}$, vektor ulaza $\underline{b}$, vektor izlaza $\underline{c}$ i konstanta direktnog prenosa d imaju sledeće vrednosti:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} -a_{n-1} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -a_{n-2} & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_1 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} b_{n-1} - a_{n-1}b_n \\ b_{n-2} - a_{n-2}b_n \\ \vdots \\ b_1 - a_1b_n \\ b_0 - a_0b_n \end{bmatrix}; \quad \underline{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad d = b_n.$$

Drugi opšti algoritam za izbor veličina stanja omogućava da se jednačina stanja dobije u normalnom faznom obliku:

$$\dot{\underline{x}} = R \cdot \underline{x} + \underline{b} \cdot x_u \quad (12.46)$$

Dok jednačina izlaza ostaje u obliku:

$$x_i = \underline{c}^T \cdot \underline{x} + d \cdot x_u.$$

Ovde se matrica pratilja R , vektori $\underline{b}$ i $\underline{c}$, i konstanta direktnog prenosa d , računaju kao:

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix}; \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \underline{c} = \begin{bmatrix} b_0 - a_0 b_n \\ b_1 - a_1 b_n \\ \vdots \\ b_{n-2} - a_{n-2} b_n \\ b_{n-1} - a_{n-1} b_n \end{bmatrix}; \quad d = b_n.$$

U ovom slučaju veličine stanja su određene pomoćnom veličinom $k(t)$ (pomoćni signal) koja predstavlja rešenje pomoćne diferencijalne jednačine:

$$k^{(n)} + a_{n-1} k^{(n-1)} + \dots + a_1 \dot{k} + a_0 k = x_u.$$

Tako da je x_i određeno sa:

$$x_i = b_0 k + b_1 \dot{k} + \dots + b_n k^{(n)}.$$

Veličine stanja se sada dobijaju u faznom obliku $x_1 = k$:

$$x_1 = C;$$

$$x_2 = \dot{x}_1 = \dot{C};$$

.

.

.

(12.47)

$$x_{n-1} = \dot{x}_{n-2} = \dot{x}_1^{(n-2)} = C^{(n-2)};$$

$$x_n = \dot{x}_{n-1} = \dot{x}_1^{(n-1)} = C^{(n-1)}.$$

Primer 12.4: Za prenosnu funkciju sistema:

$$W(s) = \frac{s^3 + 17s^2 + 7}{s^3 + 9s + 4}$$

Definisati model u prostoru stanja preko:

- vektorske jednačine stanja
- vektorske jednačine izlaza

Rešenje:

$$W(s) = \frac{s^3 + 17s^2 + 7}{s^3 + 9s + 4} = \frac{x_i(s)}{x_u(s)}$$

Odakle je

$$x_i(s) \cdot s^3 + 9 x_i(s) \cdot s^2 + 4x_i(s) = 7x_u(s) + 17x_u(s) \cdot s^2 + x_u(s) \cdot s^3$$

Odnosno:

$$x_i^{(3)}(t) + 9x_i(t) + 4\dot{x}_i(t) = 7x_u(t) + 17\ddot{x}_u(t) + x_u^{(3)}(t)$$

Kako je $n = 3$ i $m=3$, jednačina 12.43, postaje:

$$x_i^{(3)} + a_2 x_i^{(2)} + a_1 x_i^{(1)} + a_0 x_i = b_0 x_u + b_1 x_u^{(1)} + b_2 x_u^{(2)} + b_3 x_u^{(3)}$$

Kako je $m \leq n$, moguće je primeniti prvi opšti Košijev algoritam, te je:

$$a_2=0; a_1=9; a_0=4; b_0=7; b_1=0; b_2=17; b_3=1$$

Prema Košijevom kriterijumu (jednačina 12.44):

$$x_1 = x_i - b_n x_u = x_i - x_u \quad (\text{odakle je } x_i = x_1 + x_u)^*$$

$$x_2 = \dot{x}_1 + a_{n-1} x_i - b_{n-1} x_u = \dot{x}_1 + a_2 x_i - b_2 x_u = \dot{x}_1 - 17 x_u$$

$x_3 = \dot{x}_2 + a_{n-2} x_i - b_{n-2} x_u = \dot{x}_2 + a_1 x_i - b_1 x_u = \dot{x}_2 + 9 x_i$ Kako je na osnovu * $x_i = x_1 + x_u$, sledi:

$$x_3 = \dot{x}_2 + 9 x_1 + 9 x_u$$

Dalje je:

$$\dot{x}_3 = -a_{n-3} x_1 + x_4 + (b_{n-3} - a_{n-3} b_n) x_u = -a_0 x_1 + x_4 + (b_0 - a_0 b_3) x_u$$

Na osnovu gornjih izraza i jednačine 14.45, sledi:

$$\dot{x}_1 = x_2 + 17 x_u$$

$$\dot{x}_2 = -9x_1 + x_3 - 9x_u$$

$$\dot{x}_3 = -4x_1 + 3x_u$$

Te je sada:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -9 & 1 & -9 \\ -4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} 17 \\ -9 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \underline{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad d = b_n = b_3 = 1$$

a) vektorska jednačina stanje:

prema jednačini 12.41

$$\dot{\underline{x}} = A \cdot \underline{x} + \underline{b} \cdot x_u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -9 & 1 & -9 \\ -4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 17 \\ -9 \\ 3 \end{bmatrix} x_u$$

Dok je

b) vektorska jednačina izlaza:

prema jednačini 12.42

$$x_i = \underline{c}^T \cdot \underline{x} + d \cdot x_u = [1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + 1 \cdot x_u$$

Drugi način rešenja ovog zadatka je preko drugok opšteg Košijevog algoritma. Kada je polinom u broiocu i imeniocu jednak, moguće je izvršiti deljenje polinoma da se dobije konstanta i ostatak u kojem je stepen polinoma u broiocu manji od stepena polinoma u imeniocu:

Za konkretan slučaj:

$$W(S) = \frac{s^3+9s-9s+17s^2+4+3}{s^3+9s+4} = \frac{s^3+9s+4}{s^3+9s+4} + \frac{17s^2-9s+3}{s^3+9s+4} = 1 + \frac{17s^2-9s+3}{s^3+9s+4}$$

Dalji postupak primene drugog opšteg algoritma je:

$$W(S) = \frac{x_i(s)}{x_u(s)} = \frac{17s^2-9s+3}{s^3+9s+4} \cdot \frac{K(s)}{K(s)}$$

Odakle je:

$$x_i(s) = 17s^2 \cdot K(s) - 9s \cdot K(s) + 3 \cdot K(s)$$

$$x_u(s) = s^3 \cdot K(s) + 9s \cdot K(s) + 4 \cdot K(s)$$

Dalje se primenjuje pravilo 12.47:

$$x_1 = K(s)$$

$$x_2 = \dot{x}_1 = sK(s)$$

$$x_3 = \dot{x}_2 = \ddot{x}_1 = s^2K(s)$$

$$x_4 = \dot{x}_3 = \ddot{x}_2 = \dddot{x}_1 = s^3K(s)$$

Te je sada:

$$x_u(s) = \dot{x}_3 + 9x_2 + 4x_1$$

Te je sada moguće formirati jednačine:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = x_3$$

$$\dot{x}_3 = -4x_1 - 9x_2 + x_u(s)$$

Te je sada:

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & -9 & 0 \end{bmatrix} \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

A na osnovu:

$$x_i(s) = 3 \cdot K(s) - 9s \cdot K(s) + 17s^2 \cdot K(s)$$

sledi:

$$\underline{c} = \begin{bmatrix} 3 \\ -9 \\ 17 \end{bmatrix} \quad d = b_n = b_3 = 0$$

a) vektorska jednačina stanje:

prema jednačini 12.41

$$\dot{\underline{x}} = R \cdot \underline{x} + \underline{b} \cdot x_u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & -9 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_u$$

Dok je:

b) vektorska jednačina izlaza:
prema jednačini 12.42

$$\underline{x}_i = \underline{c}^T \cdot \underline{x} + \underline{d} \cdot \underline{x}_u = [3 \quad -9 \quad 17] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

12. 4. Ravnotežno stanje sistema

Stanje sistema je ravnotežno, ako i samo ako, sistem u slobodnom režimu rada stalno ostaje u tom stanju čim se jednom u njemu nadje. Da bi se sistem izveo iz ravnotežnog stanja mora da se izvrši razmena energije, materije ili informacije između njega i okoline.

Obzirom da između stanja i vektora stanja sistema postoji obostrana jednoznačnost, ravnotežno stanje sistema se može označiti vektorom ravnotežnog stanja:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A} \cdot \underline{x} + \underline{b} \cdot \underline{x}_u$$

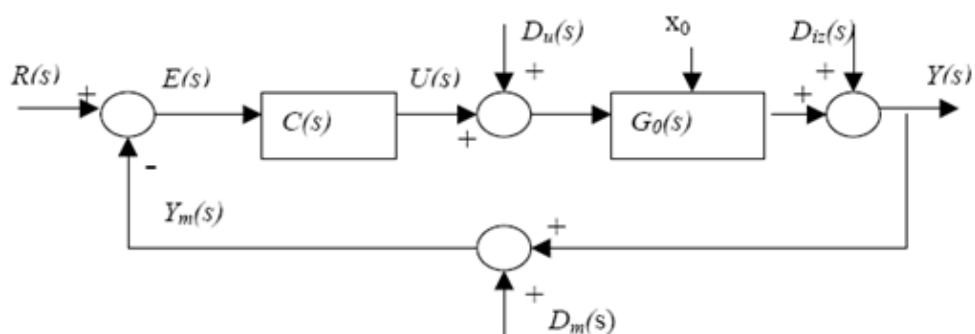
Potrebno je i dovoljno da važi:

$$\underline{A} \cdot \underline{x} = 0 \tag{12.48}$$

13. STABILNOST SISTEMA

Osnovni zahtev koji mora da ispuni bilo koji sistem je njegova stabilnost zbog razloga njegove funkcionalnosti. Kako su svi realni sistemi po svojoj prirodi nelinearni s jedne strane, i kako ne postoje generalna rešenja za nelinearne matematičke modele s druge strane, i problem analize stabilnosti sistema se nastoji svesti na ispitivanje odgovarajućih linearnih modela (ukoliko je to moguće) za pojedine radne (operativne) režime funkcionisanja. Ovde se kao osnovni problem postavlja održavanje svih promenljivih unutar određenih dozvoljenih opsega promena koji su prihvatljivi sa stanovišta praktične primene. Kako je i postupak linearizacije modela takođe uslovljen održavanjem promenljivih unutar pomenutih opsega, to su od posebne važnosti uslovi stabilnosti dobijeni na bazi linearnih modela sistema.

U daljem tekstu, biće predstavljena analiza stabilnosti sistema sa jednim ulazom, čiji je blok dijagram predstavljen na slici 81. U prethodnim poglavljima ove knjige je već rečeno da sistemi sa zatvornom spregom imaju brojne prednosti u odnosu na sisteme bez zatvorene sprege kao što su: smanjenje uticaja poremećaja, grešaka modelovanja, promena parametara objekata upravljanja i poboljšanje kvaliteta prelaznih procesa (brzine reagovanja i stabilnosti). Ipak, treba imati u vidu da i pogrešno korišćenje povratne sprege može dovesti do nestabilnosti sistema.



Slika 81. Blok dijagram razmatranog sistema

Ukoliko pretpostavimo da su funkcije prenosa regulatora $C(s)$ i objekta upravljanja $G_0(s)$ date sa:

$$C(s) = \frac{P(s)}{L(s)} \quad (13.1)$$

$$G_o(s) = \frac{B_o(s)}{A_o(s)} \quad (13.2)$$

Gde su $P(s)$, $L(s)$, $B_o(s)$ i $A_o(s)$, polinomi po s . Na slici 79 su sa $R(s)$, $U(s)$ i $Y(s)$ označene Laplasove transformacije ulaznog – referentnog signala (zadata vrednost), upravljačkog signala i izlaznog signala (upravljana promenjiva), respektivno. Sa $D_u(s)$, $D_{iz}(s)$ i $D_m(s)$, su dati poremećaj na ulazu, poremećaj na izlazu i merne smetnje (respektivno). Sa x_0 su označeni početni uslovi modela. Imajući u vidu definiciju funkcije prenosa i činjenicu da se uticaj početnih uslova na Laplasovu transformaciju izlaza može predstaviti odgovarajućim polinomom po s za izlaz i upravljanje možemo pisati sledeće jednačine:

$$Y(s) = G_o(s)U(s) + G_o(s)D_u(s) + D_{iz}(s) + \frac{f(s, x_0)}{A_o(s)} \quad (13.3)$$

$$U(s) = C(s)R(s) - C(s)Y(s) - C(s)D_m(s) \quad (13.4)$$

Kada se u jednačinu 13.4 uvrsti jednačina 13.3, dobija se:

$$U(s) = \frac{C(s)}{1+G_o(s)C(s)} \left[R(s) - D_m(s) - D_{iz}(s) - G_o(s)D_u(s) - \frac{f(s, x_0)}{A_o(s)} \right] \quad (13.5)$$

Dok, kada se u jednačinu 13.3, uvrsti jednačina 13.4, dobija se izraz:

$$Y(s) = \frac{1}{1+G_o(s)C(s)} \left[G_o(s)C(s)(R(s) - D_m(s)) + D_{iz}(s) + G_o(s)D_u(s) - \frac{f(s, x_0)}{A_o(s)} \right] \quad (13.6)$$

Zasnovano na jednačinama 13.5 i 13.6, mogu se definisati sledeće funkcije prenosa sistema u zatvorenoj povratnoj sprezi:

Funkcija spregnutog prenosa sistema u odnosu na referentni (ulazni signal), koja će dalje biti nazvana samo spregnutim prenosom, podrazumevajući da se ona odnosi na $R(s)$ je data sa:

***Prema pravilima uprošćavanja (redukcije) blok dijagrama, koja su opisana u prethodnom poglavlju, Ukoliko posmatramo samo blok $C(s)$ i $G_0(s)$, sa jediničnom povratnom spregom, pri ulaznoj veličini $R(s)$ i izlaznoj veličini $Y(s)$, tada je:

$$W_z(s) = \frac{G_0(s)C(s)}{1+G_0(s)C(s)} \quad (13.6)$$

Ukoliko se u obzir uzmu jednakosti 13.1 i 13.2, tada izraz 13.6, postaje:

$$W_z(s) = \frac{B_0(s)P(s)}{A_0(s)L(s)+B(s)P(s)} \quad (13.7)$$

Izraz koji figuriše u jednačini 13.6:

$$S_0(s) = \frac{1}{1+G_0(s)C(s)} \quad (13.8)$$

naziva se *funkcija osetljivosti sistema*. Ova funkcija određuje oblik odziva na izlazu $y(t)$ za datu promenu poremećaja na izlazu $d_{iz}(t)$. Ukoliko se i ovde u obzir uzmu jednakosti 13.1 i 13.2, izraz 13.8, postaje:

$$S_0(s) = \frac{A_0(s)L(s)}{A_0(s)L(s)+B_0(s)P(s)} \quad (13.9)$$

Pored ove funkcije, može se definisati i *funkcija osetljivosti na ulazni poremećaj*, koja se izražava kao:

$$S_{upo}(s) = \frac{G_0(s)}{1+G_0(s)C(s)} = \frac{B_0(s)L(s)}{A_0(s)L(s)+B_0(s)P(s)} \quad (13.10)$$

Potom, *funkcija osetljivosti upravljanja*, koja se javlja u jednačini 13.5:

$$S_{uo}(s) = \frac{C(s)}{1+G_0(s)C(s)} = \frac{A_0(s)P(s)}{A_0(s)L(s)+B_0(s)P(s)} \quad (13.11)$$

Funkcija 13.11, karakteriše koja promena upravljačkog signala $u(t)$ se zahteva za željenu promenu referentnog signala $r(t)$.

Ono što je očigledno je da sve navedene funkcije prenosa u imeniocu imaju isti polinom, koji se naziva karakteristični polinom sistema u zatvorenoj sprezi i koji je dat preko:

$$A_z(s) = A_0(s)L(s) + B_0(s)P(s) \quad (13.12)$$

Na osnovu svega rečenog, mogu se definisati sledeće zavisnosti između pojedinih funkcija prenosa:

$$S_0(s) + W_z(s) = 1 \quad (13.13)$$

$$S_{upo}(s) = S_0(s)G_0(s) = \frac{W_z(s)}{C(s)} \quad (13.14)$$

$$S_{uo}(s) = S_0(s)C(s) = \frac{W_z(s)}{G_0(s)} \quad (13.15)$$

Navedeni set jednačina predstavlja kompromise koji se moraju praviti kod sinteze sistema upravljanja. Naime, vršeći sintezu regulatora na takav način da neka od funkcija prenosa poprimi željeni oblik, pri tome su takođe određene i ostale, pri čemu njihov oblik nemora biti zadovoljavajući sa aspekta date prektične primene.

13.1. Stabilnost sistema sa jednim ulazom i jednim izlazom

U slučaju sistema koji ima samo jedan ulaz, recimo $R(s)$ za sistem dat na slici 79, funkciju prenosa $W_z(s)$ i date početne uslove $x_0(s)$, na osnovu poznavanja nula karakterističnog polinoma (polova funkcije prenosa $W_z(s)$) može se napisati jednačina izlaza $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{1}{1+G_0(s)C(s)} \left[G_0(s)C(s)R(s) - \frac{f(s, x_0)}{A_0(s)} \right] \quad (13.16)$$

što je dalje jednako:

$$Y(s) = W_z(s)R(s) + \sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^{n_k} \frac{K_{ki}}{(s-\lambda_k)^i} \quad (13.17)$$

Kažemo da je sistem stabilan ukoliko neki ograničeni ulaz, kada su svi početni uslovi ograničeni, ima za posledicu ograničen izlaz. Takođe, moguće je iskoristiti razvoj u parcijalne razlomke i za komponentu izlaza $Y(s)$ koja je posledica ulaza $R(s)$, odnosno za proizvod $W_z(s)R(s)$, kako bi se ukupna odziv pokazao sumom komponenti odziva koje odgovaraju pojedinim polovima $W_z(s)R(s)$. Kako u slučaju ograničenog ulaza $r(t)$, njegov kompleksni lik $R(s)$ ne može imati polove sa pozitivnim realnim delom, i imajući u vidu inverznu Laplasovu transformaciju, zaključujemo da je za stabilnost sistema potrebno da svi polovi funkcije $W_z(s)$ imaju striktno negativne realne delove. Dakle, potrebno je da se svi ovi polovi nalaze u levoj poluravni kompleksne s -ravni. Prema tome, ovo znači da je granica stabilnosti, za linearne kontinualne sisteme imaginarna osa s -ravni.

13.1.1. Interna stabilnost

Za npr. sistem na slici 81, kažemo da je interno stabilan ukoliko bilo koja od njegovih osam funkcija prenosa koje povezuju četiri ulazne veličine $R(s)$, $D_u(s)$, $D_{iz}(s)$ i $D_m(s)$ sa njegovim izlaznim veličinama $U(s)$ i $Y(s)$ imaju sve polove sa negativnim realnim delovima, odnosno odgovaraju stabilnim funkcijama prenosa. Potreban i dovoljan uslov stabilnosti je da karakteristična jednačina sistema (13.12):

$$A_z(s) = A_0(s)L(s) + B_0(s)P(s) = 0$$

Ima sve korene koji su locirani u levoj polovini kompleksne s -ravni.

Primer 13.1: Pretpostavimo da su funkcije prenosa objekta upravljanja $G_0(s)$ i regulatora $C(s)$ date kao:

$$G_o(s) = \frac{3}{(s+4)(-s+2)} \quad C(s) = \frac{-s+2}{s}$$

Ukoliko posmatramo sistem kao celinu, funkcija prenosa sistema je na osnovu 13.6 i 13.7:

$$W_z(s) = \frac{G_o(s)C(s)}{1+G_o(s)C(s)} = \frac{B_o(s)P(s)}{A_o(s)L(s)+B_o(s)P(s)} = \frac{3(-s+2)}{(-s+2)(s^2+4s+3)} = \frac{3}{(s^2+4s+3)}$$

Polovi funkcije prenosa su: $s_1=-1$ i $s_2=-3$, dakle, negativni i leže u levoj poluravni kompleksnog s-sistema.

Ipak, karakterističan polinom je:

$$A_z(s) = A_o(s)L(s) + B_o(s)P(s) = (s+4)(-s+2)s + 3(-s+2) = (-s+2) \cdot [s^2+4s+3]=0$$

Očigledno je da potreban i dovoljan uslov interne stabilnosti nije ispunjen jer je jedan od polova karakteristične jednačine, pozitivan, $s=2$. Samim time, npr, funkcija osetljivosti na ulazni poremećaj (13.10) glasi:

$S_{upo}(s) = \frac{G_o(s)}{1+G_o(s)C(s)} = \frac{B_o(s)L(s)}{A_o(s)L(s)+B_o(s)P(s)} = \frac{3s}{(-s+2)(s^2+4s+3)}$ i ima jedan od polova ($s=2$) pozitivan, te je nestabilna.

13.2. Algebarski kriterijumi stabilnosti

Određivanje stabilnosti pomoću algebarskih kriterijuma se zasniva na proveru potrebnog i dovoljnog uslova, koji moraju biti ispunjeni da bi neki polinom imao sve nule sa negativnim realnim delom. Ovakvi polinomi se nazivaju Hurvicovim (Hurwitz) polinomima. Kako bi se proverilo da li je neki polinom, tipa:

$$A_z(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 \quad (13.18)$$

Hurvicov polinom, najpre treba prekontrolisati da li je zadovoljen potreban uslov, kojim se zahteva da svi koeficijenti a_i ($i=0,1,2,\dots,n$) moraju biti pozitivni. Da je ovo potreban uslov zaključujemo na osnovu činjenice da su nule polinoma sa realnim koeficijentima ili realne ili (i) konjugovano kompleksne. Prema tome, ukoliko pretpostavimo da polinom $A_z(s)$ ima n_1 realnih i n_2 parova konjugovano kompleksnih nula, tada se one mogu predstaviti kao:

$$s_i = -|\alpha_i|, i=1,2,\dots,n_1$$

$$s_{n_1+i} = -|\sigma_i| + j\omega_i, i=1,2,\dots,n_2$$

Otuda se polinom $A_z(s)$ može predstaviti proizvodom faktora koji odgovaraju njegovim nulama, to jest kao:

$$A_z(s) = a_n \prod_{i=1}^{n_1} (s + |\alpha_i|) \prod_{i=1}^{n_2} (s + |\sigma_i|)^2 + \omega_i^2 \quad (13.19)$$

Iz jednačine 13.19, je očigledno da polinom mora imati sve pozitivne koeficijente koji se dobijaju kao rezultat množenja i sabiranja pozitivnih faktora. Ukoliko je bilo koji koeficijent polinoma $A_z(s)$ jednak nuli ili negativan tada jedna ili više njegovih nula ima nenegativne realne delove.

Da li je ispunjen uslov da bi neki polinom bio striktno Hurvicov, proverava se nekim od numeričkih algoritama (Hurwitz-ov ili Routh-ov algoritam).

13.2.1. Hurvicov algebarski kriterijum

Za ispitivanje stabilnosti nekog sistema, na osnovu karakterističnog polinoma (karakteristične jednačine) za taj sistem, formira se takozvana Hurvicova determinanta:

$$\Delta_h = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \cdot & 0 & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & a_n & a_{n-2} & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & & & \cdot & a_1 & 0 \\ 0 & & & \cdot & a_2 & a_0 \end{vmatrix} \quad (13.20)$$

Da bi sistem bio stabilan, potrebno je da su ispunjena dva uslova:

1. Da su svi koeficijenti istog znaka:

$$a_k > 0 \quad \forall k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$a_k < 0 \quad \forall k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

2. Da svi glavni uzastopni dijagonalni minori Hurvicove determinante moraju biti veći od nule. Ukoliko je neki od minora manji od nule – sistem je nestabilan, a ako je jednak nuli sistem je granično stabilan:

$$\Delta_1 = a_{n-1} > 0,$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix} > 0,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix} > 0,$$

$$\Delta_h > 0.$$

Primer 13.2: Neka je za sistem dat blok dijagramom na slici 79, funkcija prenosa pri otvorenoj povratnoj sprezi data sa:

$$G_0(s)C(s) = \frac{K}{s(s+1)^2}$$

Ispitati stabilnost sistema primenom Hurvitzovog kriterijuma.

Rešenje:

Funkcija prenosa ovog sistema (na osnovu je 13.6) je:

$$W_z(s) = \frac{G_0(s)C(s)}{1+G_0(s)C(s)} = \frac{\frac{K}{s(s+1)^2}}{\frac{s(s+1)^2+K}{s(s+1)^2}} = \frac{K}{s(s+1)^2+K}$$

Karakteristična jednačina ovoga sistema je:

$$A_z(s) = s(s^2+2s+1) + K = s^3+2s^2+s + K = 0$$

Svi su koeficijenti istog znaka, Hurvitzova determinanta za n=3 je:

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & K & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & K \end{vmatrix}$$

Potrebno je da svi dijagonalni minori budu veći od nule:

$$\Delta_1 = a_2 = 2 > 0,$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & K \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 - K > 0 \quad \forall K < 2$$

I

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & K & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & K \end{vmatrix} = 2(1 \cdot K - 0 \cdot 2) - K(1 \cdot K - 0 \cdot 0) + 0 \cdot (1 \cdot 2 - 1 \cdot 0) = 2K - K^2 > 0$$

$$K(2-K) > 0$$

$$K > 0 \wedge K < 2$$

Prema tome, sistem je u zatvorenoj stabilan, ukoliko je pojačanje K: $0 < K < 2$.

13.2.2. Routov algebarski kriterijum

Routov kriterijum se zasniva na polju brojeva datom, takozvanom Routovom tabelom. Prva dva reda ove tabele se formiraju pomoću koeficijenata samog karakterističnog polinoma, dok se elementi ostalih redova tabele izračunavaju na osnovu:

$$A_1 = \frac{a_{n-1} \cdot a_{n-2} - a_n \cdot a_{n-3}}{a_{n-1}}; \quad A_2 = \frac{a_{n-1} \cdot a_{n-4} - a_n \cdot a_{n-5}}{a_{n-1}}; \quad \dots$$

$$B_1 = \frac{A_1 \cdot a_{n-3} - a_{n-1} \cdot A_2}{A_1}; \quad B_2 = \frac{A_1 \cdot a_{n-5} - a_{n-1} \cdot A_3}{A_1}; \quad \dots$$

$$C_1 = \frac{B_1 \cdot A_2 - A_1 \cdot B_2}{B_1}; \quad C_2 = \frac{B_1 \cdot A_3 - A_1 \cdot B_3}{B_1}; \quad \dots$$

I sve ostale kolone se formiraju na isti način, sve do poslednje vrese koja ima samo jedan član H_1 .

Routova tabele izgleda na sledeći način:

s^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	...
s^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	...
s^{n-2}	A_1	A_2	A_3	...
s^{n-3}	B_1	B_2	B_3	...
s^{n-4}	C_1	C_2	C_3	...
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	
s^0	H_h			

Da bi sistem bio stabilan potrebno je da su ispunjena dva uslova:

1. Da su svi koeficijenti karakterističnog polinoma istog znaka

$$a_k > 0 \quad \forall k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$a_k < 0 \quad \forall k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

2. Da su svi elementi prve kolone, Rautove tabele, istog znaka

Primer 13.3: Ukoliko je prenosna funkcija pri otvorenoj povratnoj sprezi, jednaka funkciji iz prethodnog primera:

$$G_0(s)C(s) = \frac{K}{s(s+1)^2}$$

Ispitati stabilnost sistema primenom Rautovog kriterijuma.

Rešenje:

Već je u prethodnom primeru određeno da je karakteristična jednačina razmatranog sistema:

$$A_z = s(s^2 + 2s + 1) + K = s^3 + 2s^2 + s + K = 0$$

Odatle je $n = 3$, te je:

$$A_1 = \frac{a_2 \cdot a_1 - a_3 \cdot a_0}{a_2} = \frac{2 \cdot 1 - 1 \cdot K}{2} = 1 - 1/2K; ; A_2 = \frac{a_2 \cdot 0 - a_3 \cdot 0}{a_2} = 0$$

$$B_1 = \frac{A_1 \cdot a_0 - a_2 \cdot A_2}{A_1} = \frac{(1 - \frac{1}{2}K) \cdot K}{(1 - \frac{1}{2}K)} = K; B_2 = \frac{A_1 \cdot 0 - a_2 \cdot 0}{A_1} = 0; \dots$$

Na taj način je Routova tabela:

s^3	a_3	a_1	...		s^3	1	1	...
s^2	a_2	a_0	...		s^2	2	K	...
s^1	A_1	A_2	...		s^1	$1 - 1/2 K$		...
s^0	B_1		...	=	s^0	K		...
			...					...
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

Kako bi sistem bio stabilan potrebno je da $K > 0$ i $1 - 1/2K > 0$, odatle je: $K > 0$ i $K < 2$, isto kao i kod Hurwitzovog kriterijuma ($0 < K < 2$).

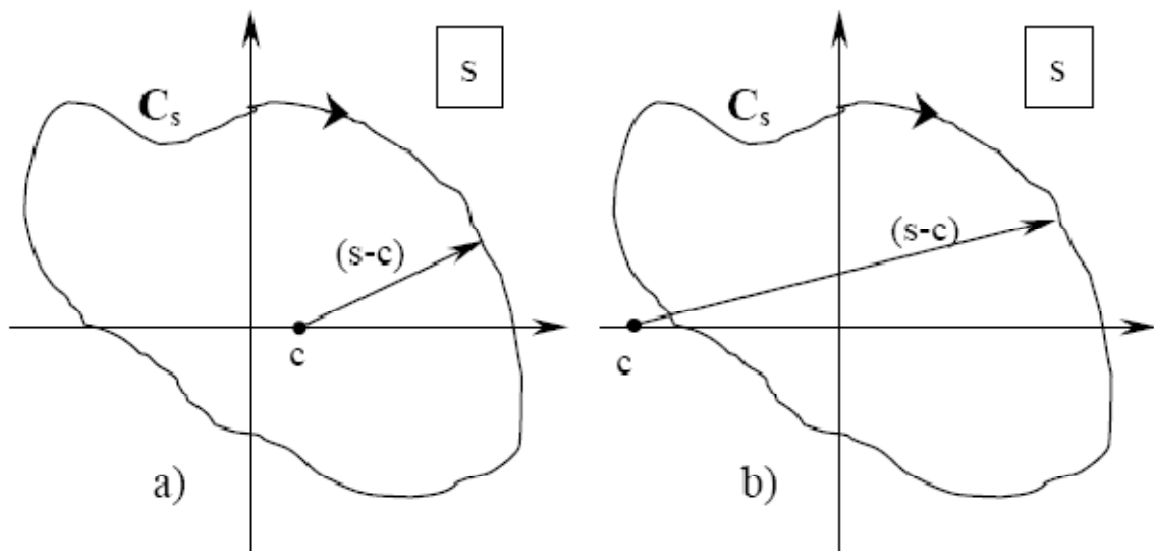
13.3. Analiza stabilnosti korišćenjem frekventnih karakteristika (Grafički kriterijumi stabilnosti)

Stabilnost sistema u zatvorenoj sprezi se može odrediti na osnovu frekventnih karakteristika sistema u otvorenoj sprezi, tj. na bazi dijagrama $W(s) = G_0(s)C(s)$. O frekventnim karakteristikama sistema je već bilo reči u poglavlju 12. Ovakvo određivanje stabilnosti sistema ima poseban praktičan značaj u slučaju kada su frekventne karakteristike za objekat upravljanja dobijene eksperimentalno ili kada funkcije prenosa sistema nisu racionalne funkcije kompleksne promenjive s .

13.3.1. Nikvistov (Nyquist) kriterijum stabilnosti

U cilju izvođenja Nikvistovog kriterijuma stabilnosti pomoću frekventnih karakteristika posmatrajmo funkciju $F(s)$, koja ima N nula i P polova unutar

orijentisane, zatvorene i jednostruko povezane konture C_s u s -ravni. Sledeća pretpostavka je da funkcija $F(s)$ takođe nema nula ni polova na konturi C_s . Ukoliko se sada neka tačka iz ravni s kreće po konturi C_s u definisanom pravcu, tada se pomoću funkcije $F(s)$ ova kontura preslikava u konturu C_F u F -ravni. Na osnovu slike 82 se može zaključiti da prilikom jednog obilaska konture C_s vektor, čiji je početak u tački c (unutar C_s) a vrh u ravni s na konturi C_s , promeni svoj ugao (argument) za 2π (slika a). Takođe, zaključujemo da je prilikom jednog obilaska konture C_s promena argumenta odgovarajućeg vektora za tačke c koje se nalaze izvan konture C_s jednaka nuli (slika b).



Slika 82. Hodografski prikaz funkcije

Nikvistov kriterijum upravo koristi hodograf funkcije karakteristične za određeni sistem. Da bismo gornje razmatranje primenili u analizi stabilnosti, pretpostavićemo da je funkcija sistema (prikazanog na slici 81) $F(s)$ data sa:

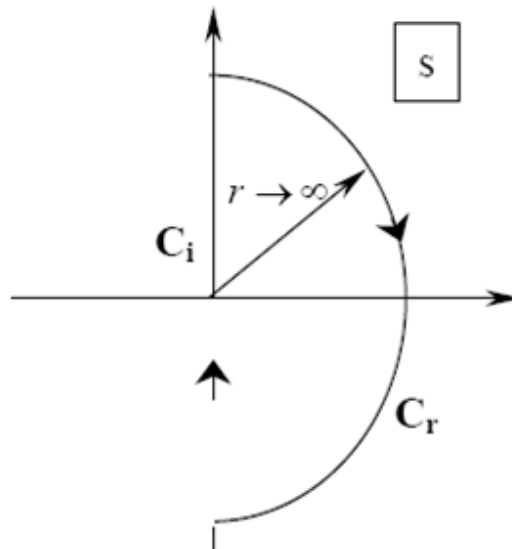
$$F(s) = 1 + W(s) \quad (13.21)$$

Gde je $W(s) = G_0(s)C(s)$

Primetno je da su nule funkcije $F(s)$ jednake polovima sistema u zatvorenoj sprezi, a da su njeni polovi jednaki polovima sistema u otvorenoj sprezi, tj. polovima funkcije prenosa $W(s)$.

Ukoliko uzmemo da je kontura C_s u s -ravni takva da obuhvata čitavu desnu poluravan kako je prikazano na slici 83., tada je promena argumenta funkcije $F(s)$ koja odgovara promeni s po delu kružnice beskonačno velikog radijusa C_r jednaka

nuli. Zatvorena linija C_s koja se sastoji od imaginarne ose C_i i ove polukružnice C_r u s -ravni, naziva se Nikvistovom konturom. Kako bi se izvršilo ispitivanje sistema, potrebno je nacrtati frekventnu karakteristiku funkcije $F(s) = F(j\omega)$, $\forall \omega \in (-\infty, +\infty)$



Slika 83. Nikvistova kontura

Slučaj dat na slici 83, odnosi se na situaciju kada su realni delovi svih polova funkcije prenosa otvorenog kola pozitivni, tj. kada otvoreno kolo nije stabilno. Tada se koristi opšta (osnovna) Nikvistova teorema (kriterijum) stabilnosti u zatvorenoj sprezi je:

Ukoliko funkcija prenosa sistema u otvorenoj sprezi $W(s) = G_o(s)C(s)$ ima P polova u desnoj poluravni, i nema ni nulu ni polove na imaginarnoj osi s -ravni tada će sistem u zatvorenoj sprezi imati N polova u desnoj s -poluravni ako i samo ako Nikvistov dijagram $W(j\omega)$ obuhvati tačku $(-1, j0)$ u smeru kazaljke na satu $N-P$ puta.

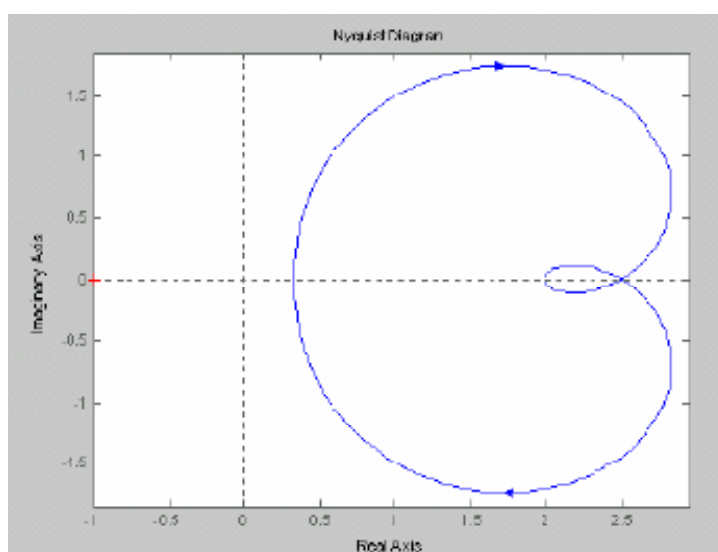
Ipak, na osnovu uslova za internu stabilnost sistema (koji je ranije definisan) poznato je da svi polovi sistema u zatvorenoj sprezi moraju biti u levoj poluravni s -ravni, pa je samim time njihov broj u desnoj poluravni $N=0$, ukoliko je sistem stabilan. Ukoliko je sistem u otvorenoj sprezi nestabilan, značilo bi da ima P polova u desnoj poluravni, odnosno $P>0$. Na taj način je gornji izraz $N-P<0$ odnosno negativan. Prema tome, Nikvistov dijagram $W(j\omega)$ mora da obuhvati kritičnu tačku $(-1, j0)$ tačno P puta u smeru suprotnom od smera kazaljke na satu (zbog znaka minus ispred P).

Kada se dobije da Nikvistov dijagram prolazi kroz tačku $(-1, j0)$ ovo znači da postoji neko ω_0 koje zadovoljava karakterističnu jednačinu $1+W(j\omega_0) = 0$, odnosno

da postoji par polova sistema u zatvornoj sprezi koji se nalaze na imaginarnoj osi s-ravni. Ovo predstavlja uslov kritične stabilnosti sistema u zatvorenoj sprezi.

Za slučaj koji nastupa kada su realni delovi svih polova prenosne funkcije otvorenog kola negativni, tj. kada je otvoreno kolo stabilno. Tada se primenjuje poseban Nikvistov kriterijum.

Poseban Nikvistov kriterijum glasi: ***Ukoliko je otvoreno kolo (slika 80) sistema regulisanja stabilno, onda je za stabilnost celog sistema regulisanja potrebno i dovoljno da deo hodografa frekventne karakteristike $F(j\omega)$ otvorenog kola pri promeni ω od 0 do $+\infty$ niti obuhvata tačku $(-1, j0)$ niti prolazi kroz nju. Hodograf ovakvog tipa je prikazan na slici 84.***



Slika 84. Hodograf frekventne karakteristike

Na osnovu napred rečenog, očigledno je da najpre treba ispitati položaj polova prenosne funkcije otvorenog kola $W(s)$, tj ispitati znak realnih delova tih polova. Zatim, se na osnovu položaja polova zaključuje o kom se slučaju radi (posebnom ili opštem), i u skladu sa tim primenjuje odgovarajući (posebni ili opšti kriterijum).

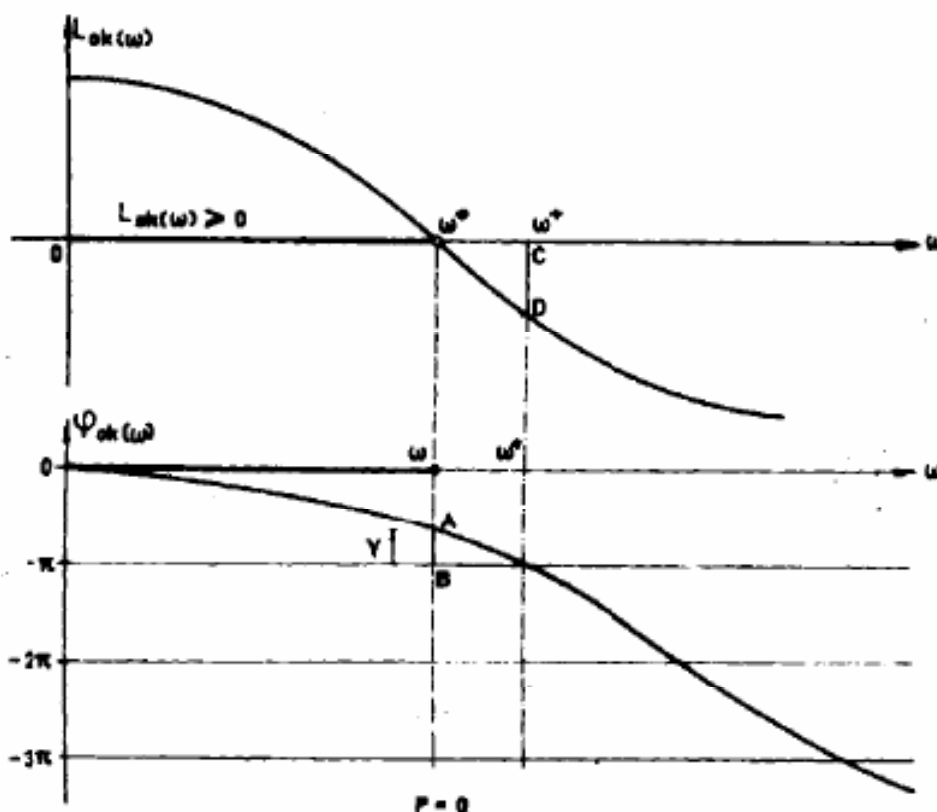
13.3.2. Bode-ov dijagram za ocenu stabilnosti sistema

Bode-ovi dijagrami i njihova primena, već je opisana u prethodnim poglavljima ove knjige. Suština je da se hodograf frekventne karakteristike otvorenog kola, $F(j\omega)$ može da preslika u dijagrame logaritamske amplitudno-frekventne karakteristike $A(\omega)$ i fazno – frekventne karakteristike $\varphi(\omega)$ tog otvorenog kola. Ovakav hodograf se jednim imenom naziva Bodeov dijagram.

Bode je zapravo reformulisao Nikvistov kriterijum pomoću $A(\omega)$ i $\varphi(\omega)$, te Bodeova teorema o stabilnosti sistema sa povratnom spregom glasi:

Otvoreno kolo sistema sa povratnom spregom je stabilno, ako njegova logaritamska amplitudno-frekventna karakteristika $A(\omega)$ ima samo jednu nulu, a fazno-frekventna karakteristika $\varphi(\omega)$ ima najviše po jednu zajedničku tačku sa svakom pravom $\varphi = (2m+1)\pi$. Da bi sistem sa povratnom spregom bio stabilan, potrebno je i dovoljno da fazno-frekventna karakteristika otvorenog kola $\varphi(\omega)$ ne seče niti dodiruje prave $\varphi = (2m+1)\pi$ za svako ω za koje je $L(\omega) > 0$.

Na slici 85 je dat Bodeov dijagram sistema koji zadovoljava napred iznetu teoremu.



Slika 85. Primer Bodeovog dijagrama stabilnog sistema sa povratnom spregom

14. KORIŠĆENJE PROGRAMSKOG PAKETA MATLAB U TEORIJI SISTEMA

MATLAB je softver sa visokim performansama namenjen naučnim: tehničkim i društvenim, proračunima i analizi. U okviru svojih aplikacija ovaj softver obuhvata proračun, vizualizaciju i programiranje u easy-to-use (lako za korišćenje) okruženju. MATLAB paket obuhvata:

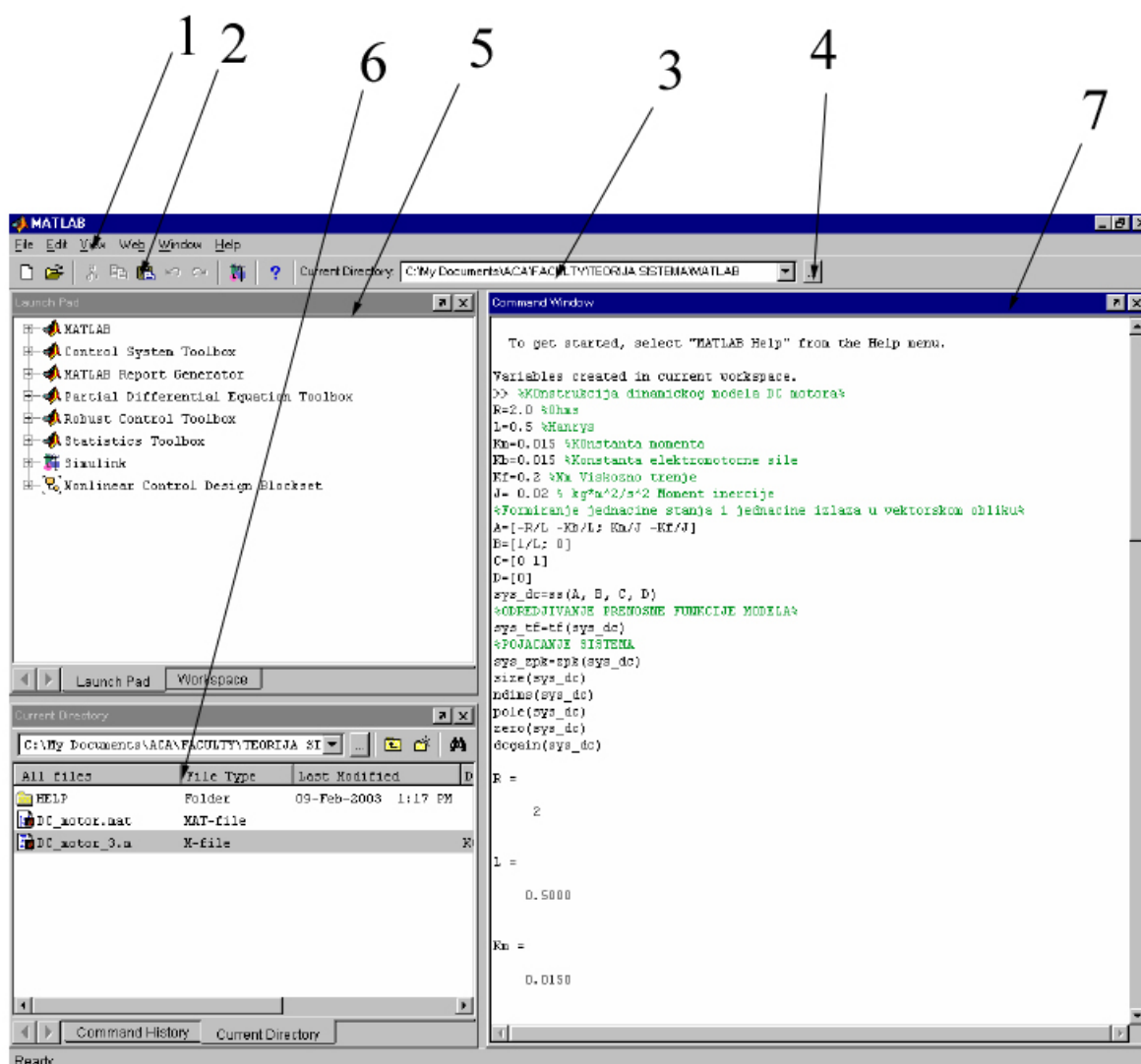
- Matematičke proračune;
- Razvoj algoritama;
- Modeliranje i simulaciju;
- Analizu podataka i vizualizaciju;
- Naučnu i inženjersku grafiku.

Sam naziv programskog paketa MATLAB potiče od akronima MATrix LABoratory, obzirom da je njegova primarna namena bila da obezbedi lak rad sa matricama.

Prva izvorna verzija MATLAB-a, napisana je kasnih sedamdesetih, na univerzitetu New Mexico i Stanford univerzitetu, sa osnovnom namenom da služi kao pomoćno sredstvo na kursevima iz linearne algebre, i numeričke analize. Novije verzije su pisane u programskom jeziku C, dok je primarna verzija rađena u FORTRAN-u jer je polazna ideja bila da ovaj paket bude nadgradnja FORTRAN-a koja bi koristila gotove potprograme FORTRAN-a.

Programski paket MATLAB ima modularnu strukturu. Tačnije, sastoji se iz osnovne instalacije i određenog broja tzv. toolbox-ova. Toolbox je celina koja sadrži određen broj funkcija, realizovanih kao tzv. M-fajlovi, koji se odnose na određene analitičke oblasti. Tako postoje Control System Toolbox, Signal Processing Toolbox, System Identification Toolbox, Simulink, itd.

Osnovni izgled ekrana koji se javlja nakon pokretanja programa MATLAB je dat na slici 86.



Slika 86. Osnovni izgled ekrana nakon startovanja programa MATLAB

Na vrhu prozora se nalazi linija sa menijima (na slici 86, data brojem 1), odmah ispod nje se nalazi linija sa osnovnim alatima za rad (2). U desnom delu ove linije se nalazi polje current directory (3), u kojem je označen aktivan direktorijum. U padajućem meniju istog polja može se odabrati neki od ranije korišćenih direktorijuma, a na polju sa tri tačke (4) bira se novi. U levom delu radnog prostora nalaze se dva manja prozora: Launch Pad (5) i Command History (6).

Launch Pad se koristi za izbor neke od specijalizovanih podopcija koje su instalirane uz MATLAB. Spisak ponuđenih opcija može se proširiti sa zahtevima vezanim za rad u ovom programu. U okviru istog programa nalazi se i opcija Workspace, koja daje prikaz svih promenljivih korišćenih u toku rada. Uz naziv je uvek navedena i količina memorije rezervisana za promenljivu.

Command History je prozor koji prikazuje spisak svih, čak i pogrešnih, komandi unetih u toku rada. Poslednja uneta komanda je poslednja na spisku. U ovom prozoru, takođe nalaze se i svi podaci o prethodnom korišćenju MATLAB-a. Datum i vreme su označeni zelenom bojom, a sve komande unete tom prilikom dostupne su za ponovo izvršavanje. U

Desni deo radnog prostora čini komandni prostor – Command Window (7), rezervisan za unos komandi.

14.1. Osnovne operacije u matlab softveru

14.1.1. Unos promenljivih u radni prostor

Promenjive u MATLAB-u, za razliku od programskih jezika, nije potrebno deklarirati. Svaka nova kombinacija slova predstavlja novu promenjivu za koju MATLAB rezerviše potrebnu memoriju. Na primer, promenjiva a , čija je vrednost 3, unosi se u MATLAB na sledeći način:

```
>> a=3;
```

A komanda se izvršava pritiskom na Enter

Promenjiva se može uneti i bez unosa oznake „;“. Ukoliko se unos promenjive izvrši bez „;“, tada MATLAB automatski ispisuje zadate vrednosti promenjive.

14.1.2. Unošenje polinoma u radni prostor

MATLAB ima veliki broj funkcija za rad sa polinomima, počev od osnovnih operacija kao što su množenje i deljenje, sve do pronalaženja nula polinoma, diferenciranja, itd.

Unos polinoma u komandni prostor sličan je unosu vrednosti promenljivih. U ovom slučaju unose se samo koeficijenti koji se nalaze uz odgovarajuće stepene promenjive. Uneti koeficijenti razdvajaju se razmacima ili zarezima i nalaze se između velikih zagrada. I ovde se nakon unosa polinoma može ili nemora uneti oznaka „;“. Npr. polinom:

$$P(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 9$$

U MATLAB command window se unosi kao:

```
>> p = [2 -3 1 9]
```

14.1.3. Unošenje matrica u radni prostor i rad sa matricama

Unošenje matrica u radni prostor MATLAB-a, razlikuje se od unošenje polinoma. Elementi redova razdvajaju se razmacima ili zarezima, dok se kraj redova označava sa “;”. Elementi sledećeg reda se unose u nastavku. Slično kao kod polinoma, svi elementi matrice se nalaze između zagrada “[]”.

Kao i kod promenjive i polinoma, ukoliko se izostavi znak „;” na kraju komande, MATLAB prikazuje odgovarajuću matricu. Na primer, matrica A:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 7 & -8 & 9 \\ 1 & 0 & 9 & 4 \\ 15 & 8 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Se unosi u MATLAB command window, kao:

```
>> A = [2 7 -8 9; 1 0 9 4; 15 8 0 1; 1 1 2 1]
```

Matrica čije su sve vrednosti nule, unosi se na sledeći način:

```
>> Z = zeros(2,4)
```

Matlab odgovara sa:

```
Z=
0 0 0 0
0 0 0 0
```

Jedninična matrica, se unosi kao:

```
>> F = ones(3,3)
```

Matlab odgovara sa:

```
1 1 1
```

```
1 1 1
```

```
1 1 1
```

Sabiranje matrica se vrši na sledeći način. Prvo je potrebno uneti matrice,
Npr:

```
>> A=[16 3 2 13; 5 10 11 8; 9 6 7 12; 4 15 14 1];
```

```
>> B =[12 13 45 12; 1 23 24 44; 36 25 14 12; 44 0 42 12];
```

Zbir matrica se određuje preko

```
>> A+B
```

Pri čemu MATLAB odgovara:

```
ans =
```

```
28 16 47 25
```

```
6 33 35 52
```

```
45 31 21 24
```

```
48 15 56 13
```


Proizvod matrica se određuje preko

```
>> A*B
```

Pri čemu MATLAB odgovara:

```
ans =
```

```
839 327 1366 504
```

```
818 570 955 728
```

```
894 430 1151 600
```

```
611 747 778 888
```

Određivanje determinante matrice se radi na sledeći način:

```
>> det(A)
```

Pri čemu MATLAB odgovara:

```
ans =
```

```
0
```

Odgovor je nula, obzirom da se radi o Durer-ovoj matrici. Za slučaj matrice B:

```
>> det (B)
```

Pri čemu MATLAB odgovara:

```
ans =
```

-1676476

Određivanje inverzne matrice se radi na sledeći način:

```
>> Y = inv(B)
```

MATLAB odgovara:

Y =

```
-0.0187 -0.0031 0.0126 0.0176  
0.0247 -0.0066 0.0332 -0.0338  
0.0274 -0.0050 -0.0097 0.0005  
-0.0274 0.0290 -0.0124 0.0170
```

14.2. Prenosna funkcija u MATLABU

Smisao i svrha prenosne funkcije u teoriji sistema već je definisana u prethodnim poglavljima ove knjige. Ovde će biti predstavljen način unosa i korišćenje prenosne funkcije u MATLAB softveru. Tako na primer, za prenosnu funkciju:

$$W(s) = \frac{X_i(s)}{X_u(s)} = \frac{5}{s^2 + 4s + 3}$$

U MATLAB radni prostor potrebno je uneti:

```
>>Xi=[5];  
>>Xu=[1 4 3];  
>>W=tf(Xi,Xu)
```

14.2.1. Određivanje jediničnog impulsnog odziva sistema

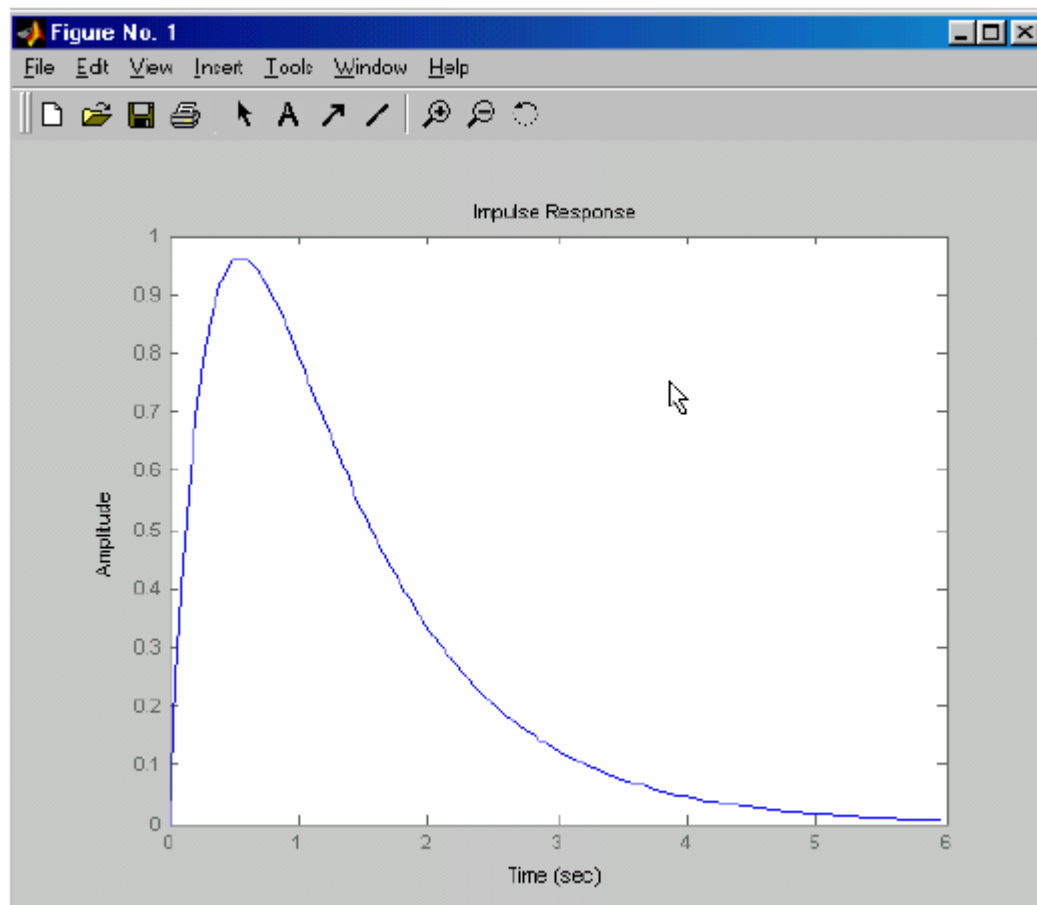
Uz pretpostavku da je sistem opisan prenosnom funkcijom $W(s)$:

$$W(s) = \frac{X_i(s)}{X_u(s)} = \frac{5}{s^2 + 4s + 3}$$

već unetom u radni prostor MATLAB-a, odgovarajući jedinični impulsni odziv se dobija putem:

```
>> impulse(W)
```

Odziv izgleda kao na slici 87.



Slika 87. Jedinični impulsni odziv razmatrane funkcije

14.2.2. Određivanje jediničnog odskočnog odziva sistema

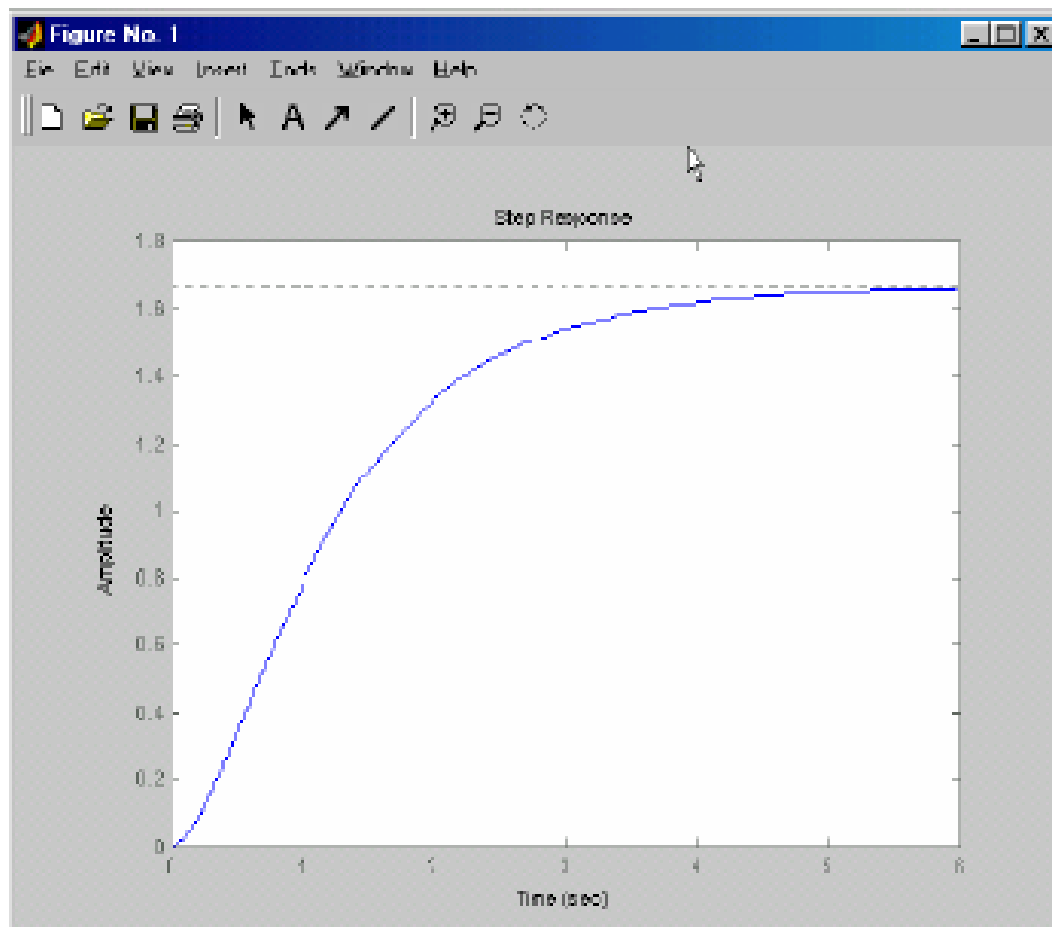
Jedinični odskočni odziv sistema se dobija uz pomoć funkcije *step*, gde se kao argument navodi naziv sistema, datog ili u obliku modela u prostoru stanja ili kao prenosna funkcija. Za sistem definisan prenosnom funkcijom:

$$W(s) = \frac{X_i(s)}{X_u(s)} = \frac{5}{s^2 + 4s + 3}$$

Navedena operacija izgleda na sledeći način:

```
>> step(W)
```

Odziv se dobija u novom, manjem prozoru, slika 88.



Slika 88. Jedinični odskočni odziv razmatrane funkcije

14.3. Model u prostoru stanja

Već su u ranijem tekstu definisane jednačine stanja sistema. Uzmimo već urađen primer 12.3, gde su za funkciju $f(t) = \sin 4t$, definisane sledeće jednačine stanja:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = x_3 = -16x_1 + 4x_u$$

Te je:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -16 & 0 \end{bmatrix} \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \underline{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad d=0$$

U MATLAB-u se sistem jednačinom stanja definiše preko:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -16 & 0 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$c = [1 \ 0]$ obzirom da je za vektorsku jednačinu izlaza potrebna transponovana vrednost vektora $\underline{c}$.

$$d = 0.$$

Da bi se sistem definisao preko modela u prostoru stanja, potrebno je u command window uneti:

$$\text{sys} = \text{ss}(A, b, c, d)$$

Kao odziv se dobija:

a =

	x1	x2
x1	0	1
x2	-16	0

b =

	u1
x1	0
x2	4

c =

	x1	x2
y1	1	0

d=

u1
y1 0

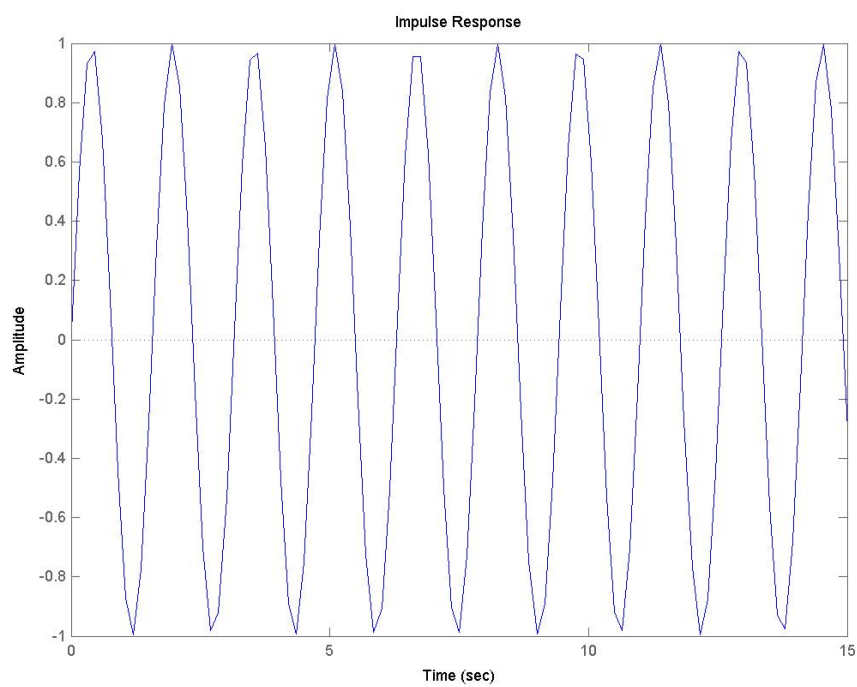
Continuous-time model.

Sada je moguće i ispitati odziv ovog sistema:

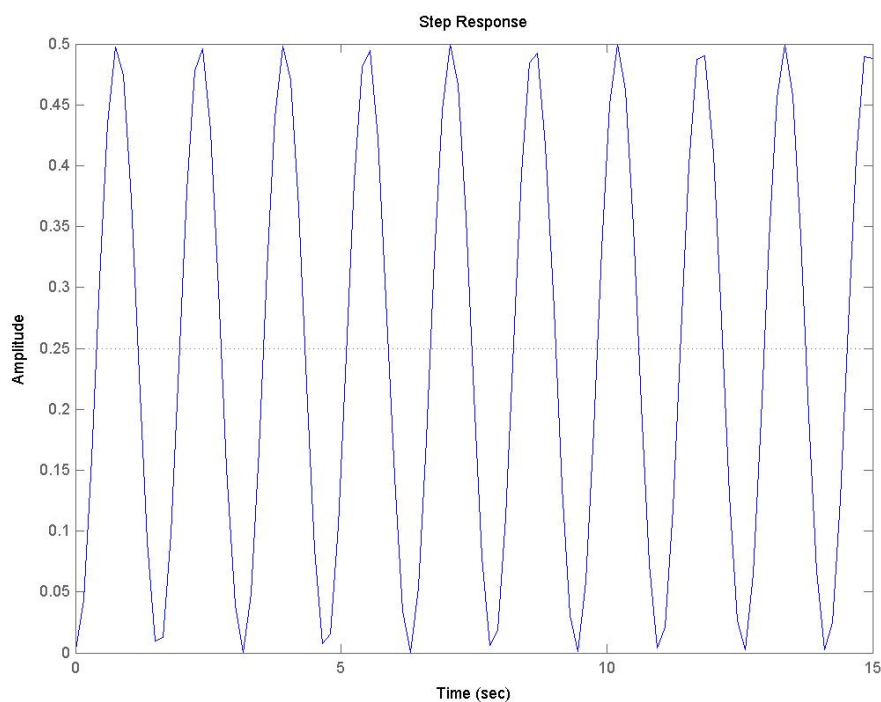
```
>>impulse(sys)
```

```
>>step(sys)
```

MATLAB generiše adekvatne odzive sistema, slika 89. Očigledna je sinusna karakteristika polazne funkcije.



(a)



(b)

Slika 89. Jedinični impulsni (s) i odskočni (b) odziv razmatrane sinusne funkcije

14.4. Stabilnost sistema

14.4.1. Nyquist-ov kriterijum u MATLABU

Već je u prethodnim poglavljima definisan Nikvistov kriterijum za ocenu stabilnosti sistema koji se zasniva na poznavanju frekventne karakteristike otvorenog kola, preko koje se ispituje stabilnost zatvorenog kola sistema. Kako je već rečeno, radi se o grafičkoj metodi koja je naročito pogodna u slučajevima kada se do frekventne karakteristike elemenata otvorenog kola može doći eksperimentalnim putem.

Neka je sistem opisan prenosnom funkcijom:

$$W(s) = \frac{X_i(s)}{X_u(s)} = \frac{2s^2 + 5s + 1}{s^2 + 2s + 3}$$

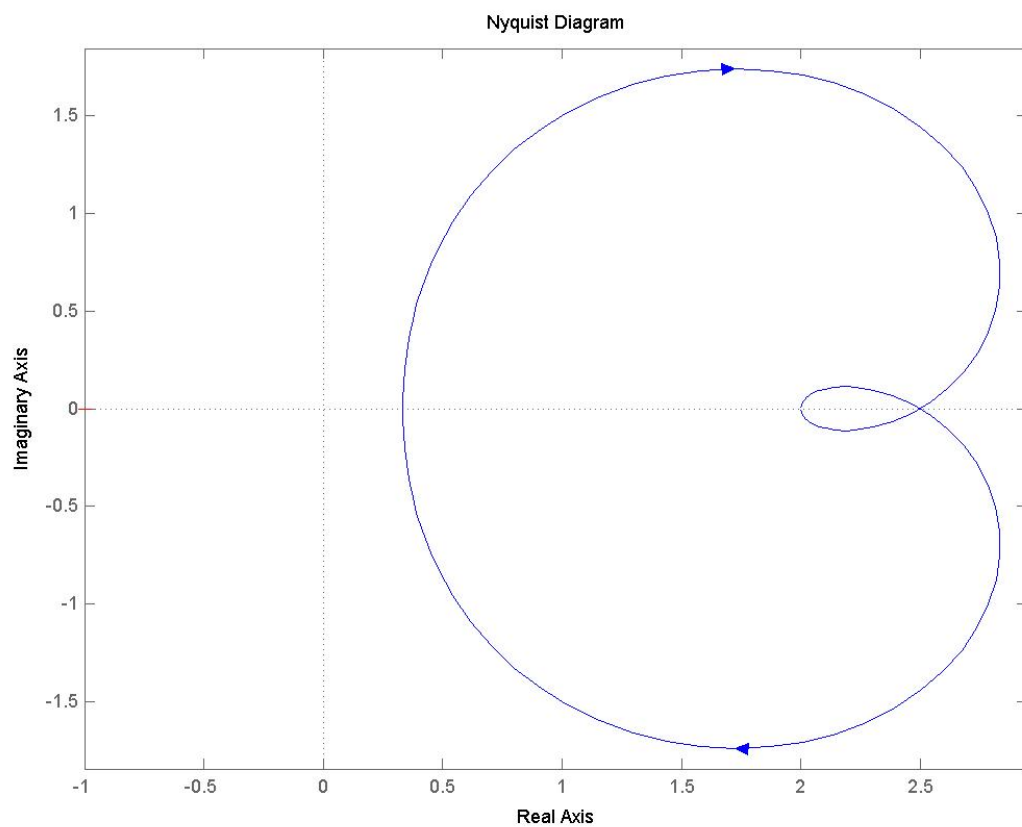
Kako je već definisano, sistem se prenosnom funkcijom u MATLABU definiše preko:


```
>>Xi=[2 5 1]  
>>Xu = [1 2 3]  
>>W=tf(Xi,Xu)
```

Potom se unosi izvršna naredba Nikvistovog kriterijuma:

```
>>nyquist(W)
```

Kao odziv se dobija Nyquist-ova kriva, slika 90.



Slika 90. Nyquist-ova kriva razmatranog sistema

14.4.2. Bode-ov kriterijum u MATLABU

Kako je već rečeno, za razliku od Nyquist-ove metode, ovde se amplitudna i fazna karakteristika sistema crtaju posebno. Ipak, ove dve karakteristike zajedno čine logaritamski dijagram amplitude i faze, poznat kao Bode-ov dijagram.

Na slici 89, je prikazan Bode-ov dijagram za sistem opisan istom prenosnom funkcijom kao u prethodnom slučaju:

$$W(s) = \frac{X_i(s)}{X_u(s)} = \frac{2s^2 + 5s + 1}{s^2 + 2s + 3}$$

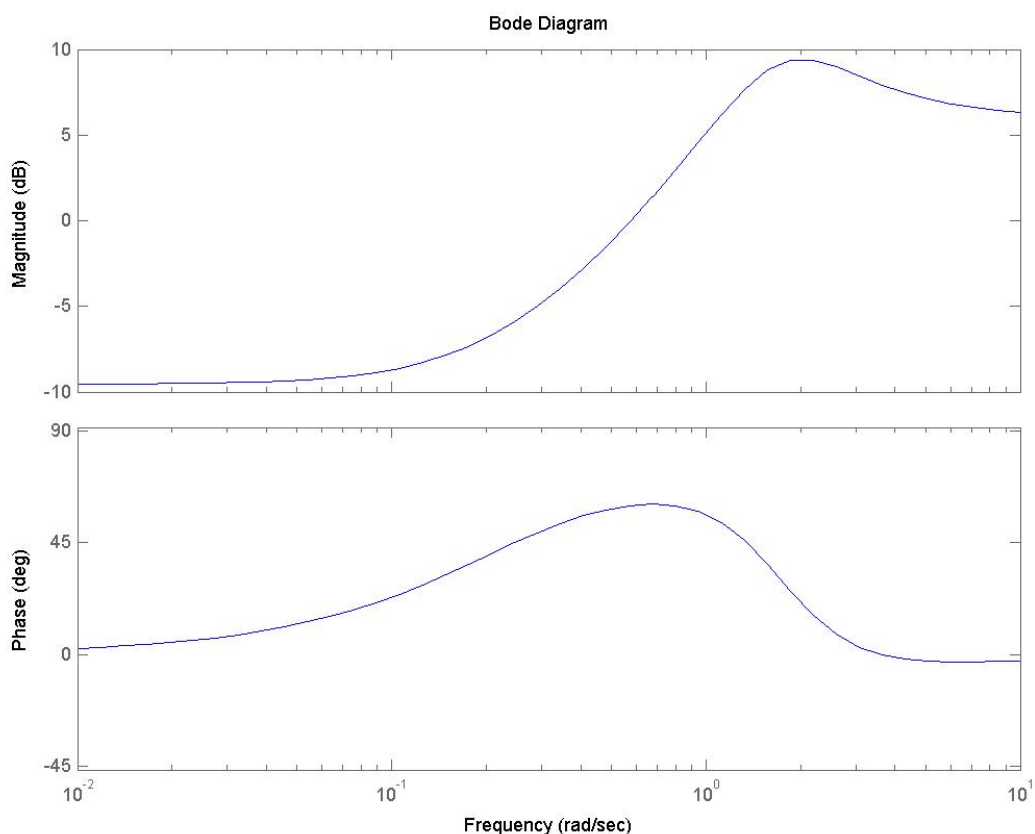
Kako je već definisano, sistem se prenosnom funkcijom u MATLABU definiše preko:

```
>>Xi=[2 5 1]
>>Xu = [1 2 3]
>>W=tf(Xi,Xu)
```

Potom se unosi izvršna naredba Bode-ovog kriterijuma:

```
>>bode(W)
```

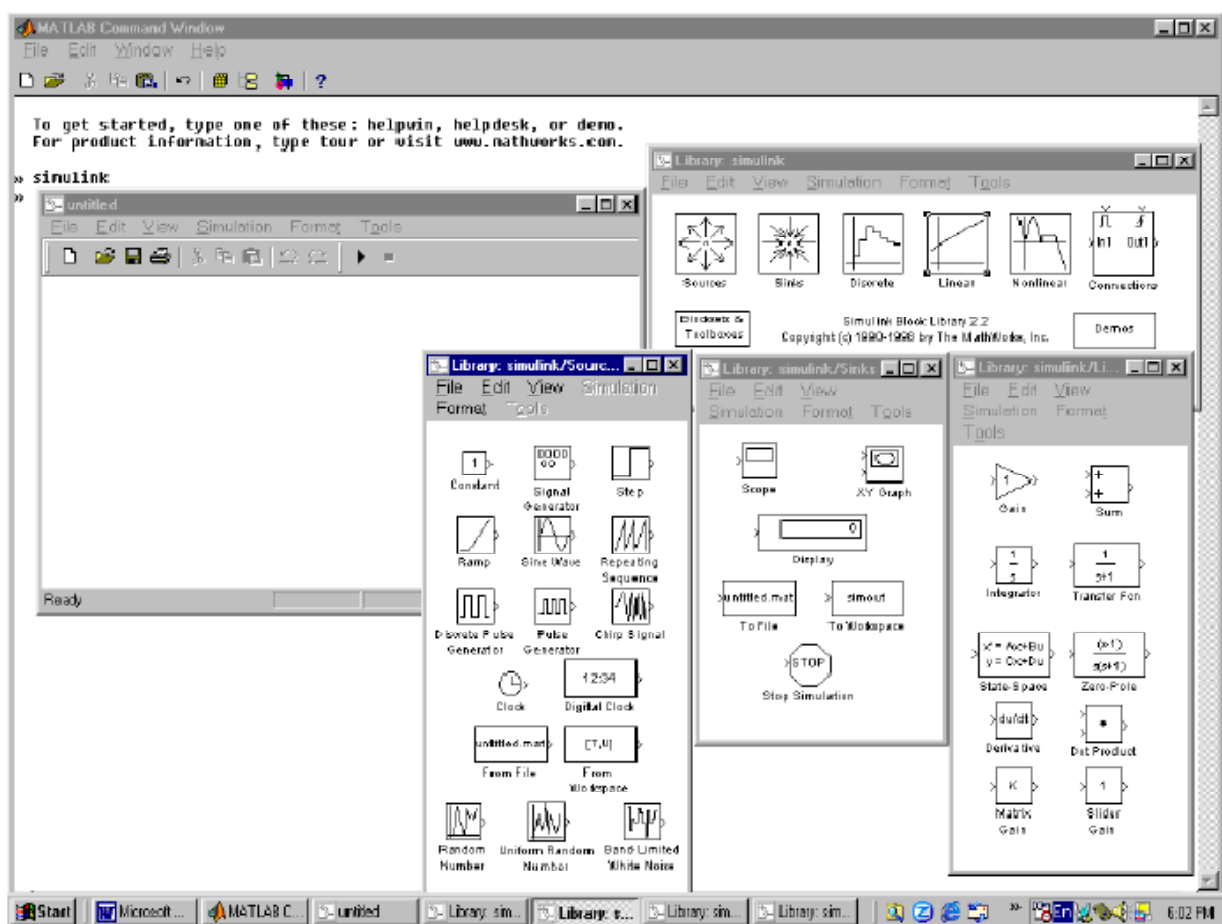
MATLAB odgovara dijagramom prikazanim na slici 91.



Slika 91. Bode-ov dijagram razmatranog sistema

14.5. Simulink grafičko programiranje u Matlab programskom paketu

SIMULINK je toolbox MATLABa koji omogućuje programiranje u grafičkom okruženju (modu). Posebno je pogodan za simulaciju rada linearnih i/ili nelinearnih, kontinualnih i/ili diskretnih sistema. SIMULINK se pokreće bilo izvršenjem naredbe (simulink) u command window MATLABa, ili pokretanjem ikonice simulink sa toolbara, na slici 86 dat sa brojem (2). Nakon toga se na ekranu pojavljuje prozor sa osnovnim menijem simulink-a. Na slici 92 su prikazani blokovi za kreiranje modela, koji se nalaze u osnovnim menijima: sources, sinks, linear. Na slici je data jedna od varijanti prikaza biblioteka simulinka. Zavisno od verzije MATLAB- sadržaji menija mogu biti nešto drugačiji.



Slika 92. Sadržaj biblioteke SIMULINK-a osnovnih blokova za kreiranje modela

Simbol na bloku i tekst ispod njega ukazuju na sadržaj koji se simulira blokom. Ukoliko u modeliranju postoji potreba za takvim blokom on se levim mišem prevlači u osnovni prozor simulink-a.

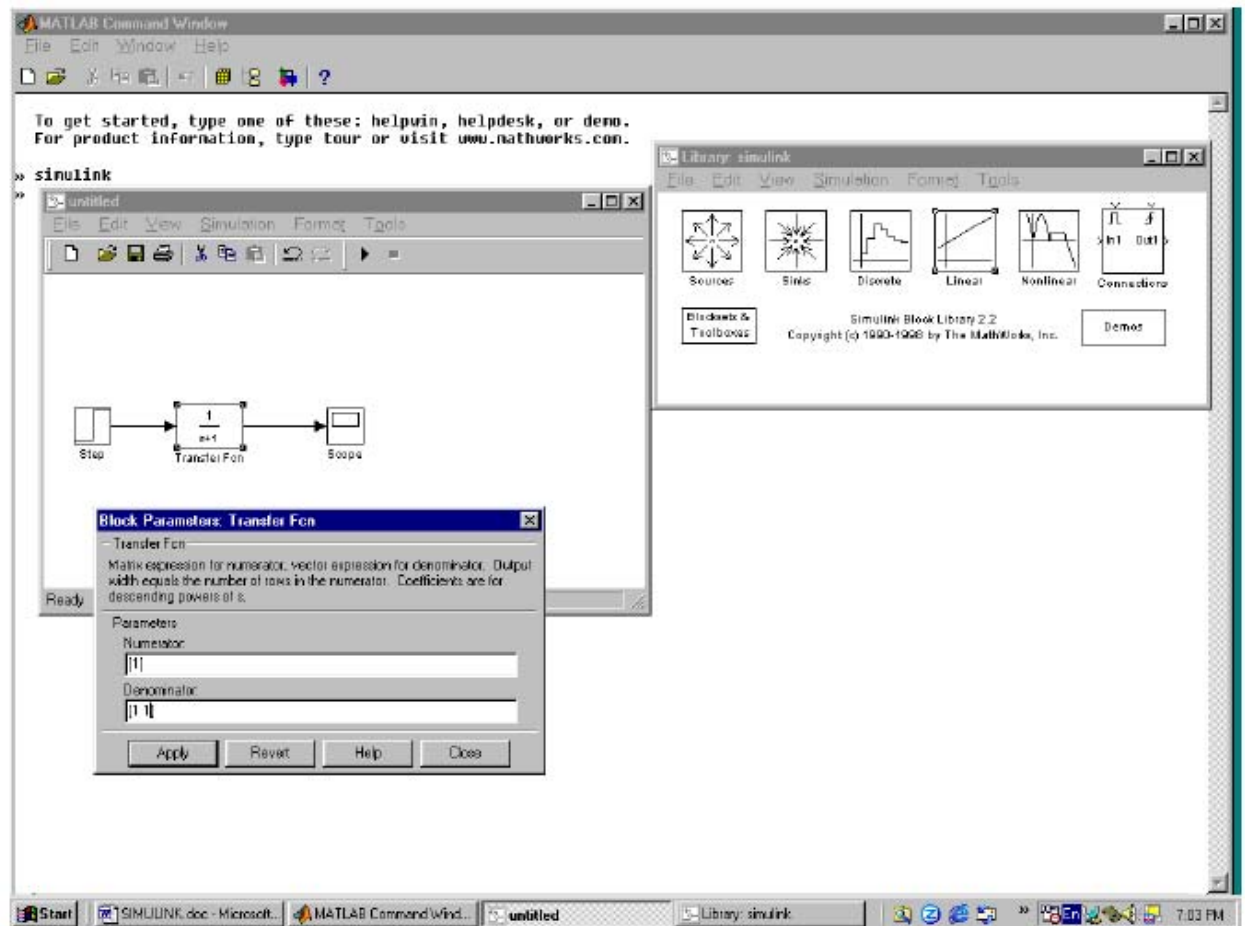
Meni Sources sadrži blokove za generisanje različitih ulaza sistema (različiti ulazni signali). Meni Sinks sadrži blokove za predstavljanje vrednosti signela od interesa.

Meni Linear (ili Continuous) sadrži blokove za simulaciju elemenata sa odgovarajućom funkcionalnom vezom ulaznih i izlaznih signala, Meni Math sadrži blokove koji opisuju opšte matematičke funkcije.

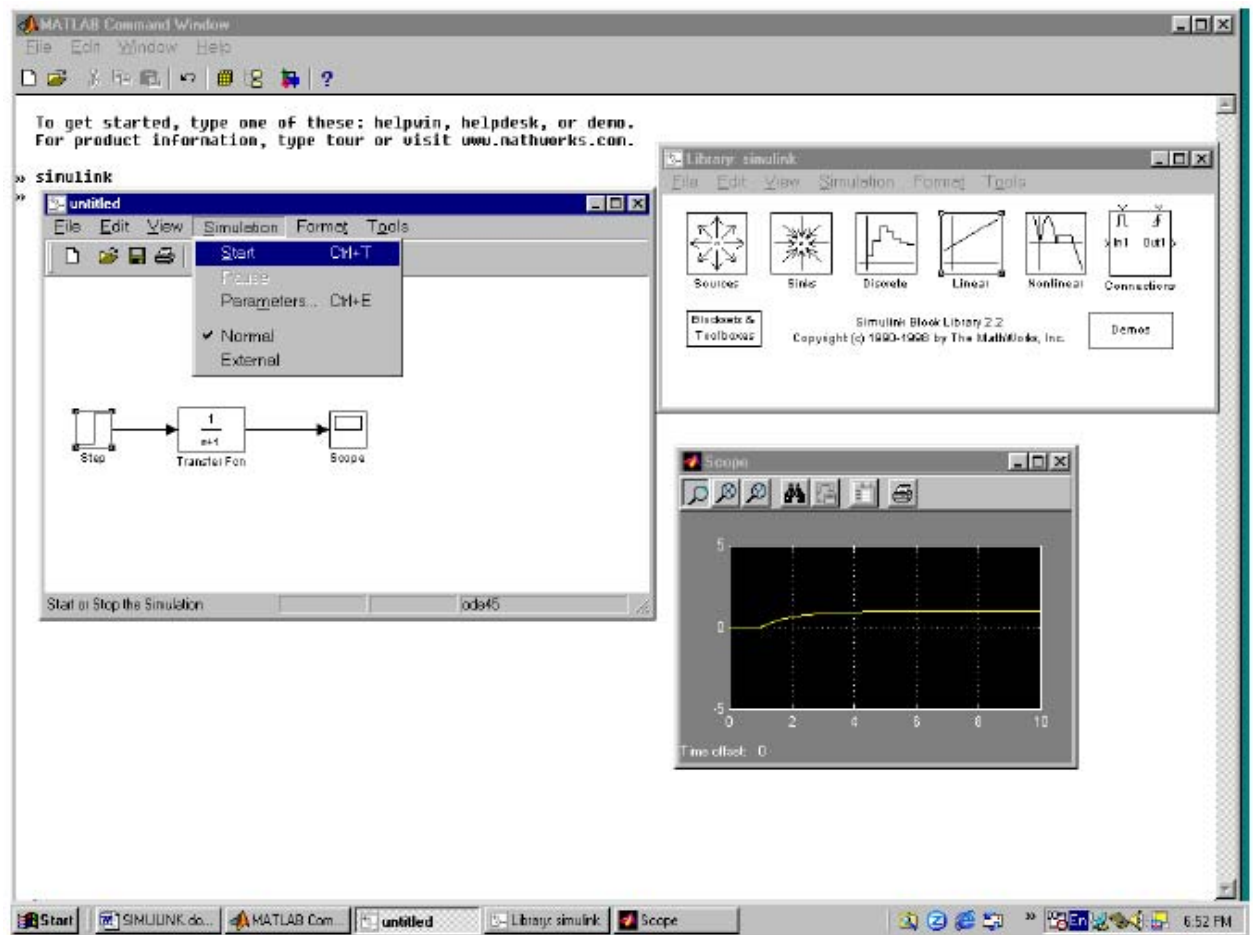
Za simulaciju ponašanja (određivanje odziva) dinamičkog elementa sa funkcijom prenosa datom u polinimijalnom obliku skiciran je raspored elemenata na slici 93. Nakon što se potrebni blokovi prevlačenjem iz odgovarajućih prozora postave na radnu površinu osnovnog prozora, oni se povezuju adekvatnim vezama. Ovo se postiže tako što se prevlači levim mišem od izvora signala do

njegovog ponora. Na taj način se dobija grafička struktura koja simulira odgovarajući proces.

Podršavanjem parametara svakog bloka se realizuje dvostrukim klikom na isti. Nakon toga se otvar odgovarajući dijalog prozor sa prikazom parametara.



Slika 93. Ilustracija grafičkog programiranja u osnovnom prozoru Simulink-a



Slika 94. Ilustracija simulacije sa rezultatom predstavljenim dijagramom odziva

Parametri se prema potrebi menjaju i potom aktiviranjem opcije Apply pridružuju bloku.

Da bi se pokrenula simulacija potrebno je u osnovnom meniju simulinka odabrati opciju Simulation, a potom Start. Klikom na start je pokrenuta simulacija. Na slici 94 je prikazan oblik odskočnog odziva simuliranog elementa.

Kako je već opisano u poglavlju 10, model rezervoara sa tečnošću ima oblik prenosne funkcije:

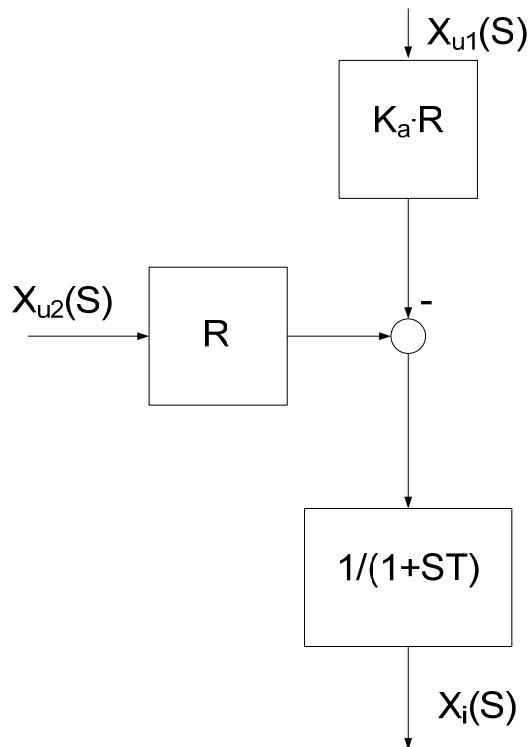
$$W_1(S) = \frac{X_i(S)}{X_{u1}(S)} = - \frac{K_A \cdot R}{1 + S \cdot T}$$

Iz ugla prve i,

$$W_2(S) = \frac{X_i(S)}{X_{u2}(S)} = \frac{R}{1 + S \cdot T}$$

Iz ugla druge ulazne veličine.

Strukturni blok dijagram ovakvog sistema je predstavljen kao na slici 95.



Slika 95. Strukturni blok dijagram rezervoara sa slobodnim isticanjem tečnosti

Za potrebe modelovanja biće usvojeno da je:

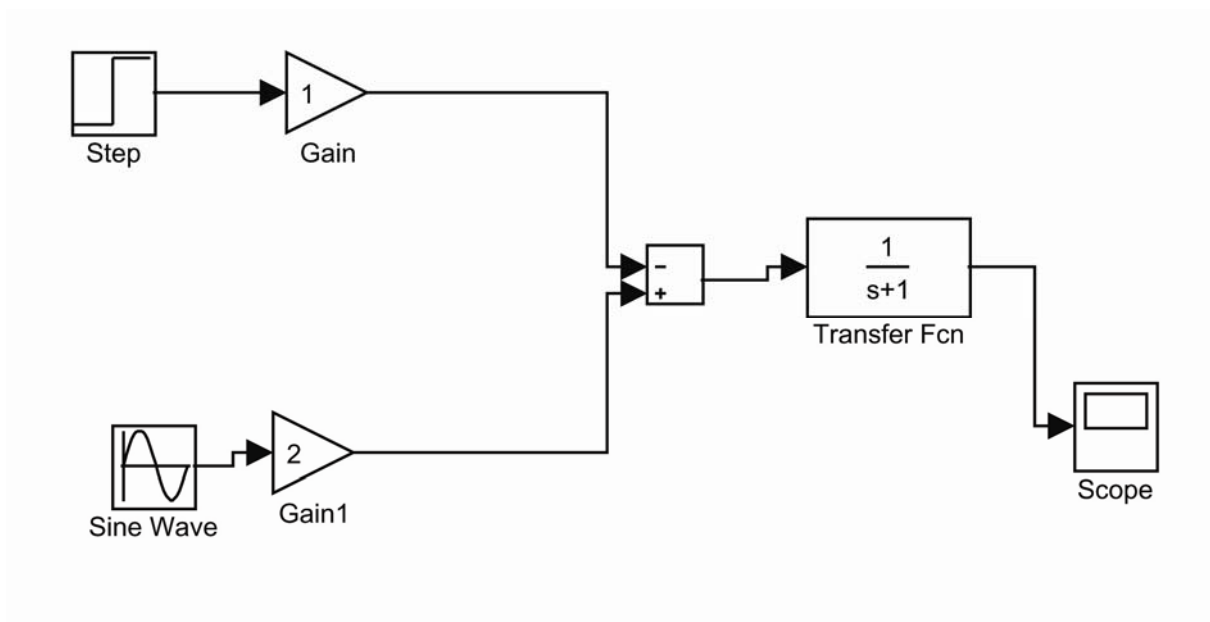
$$T = 1,$$

$$K_a = 0.5$$

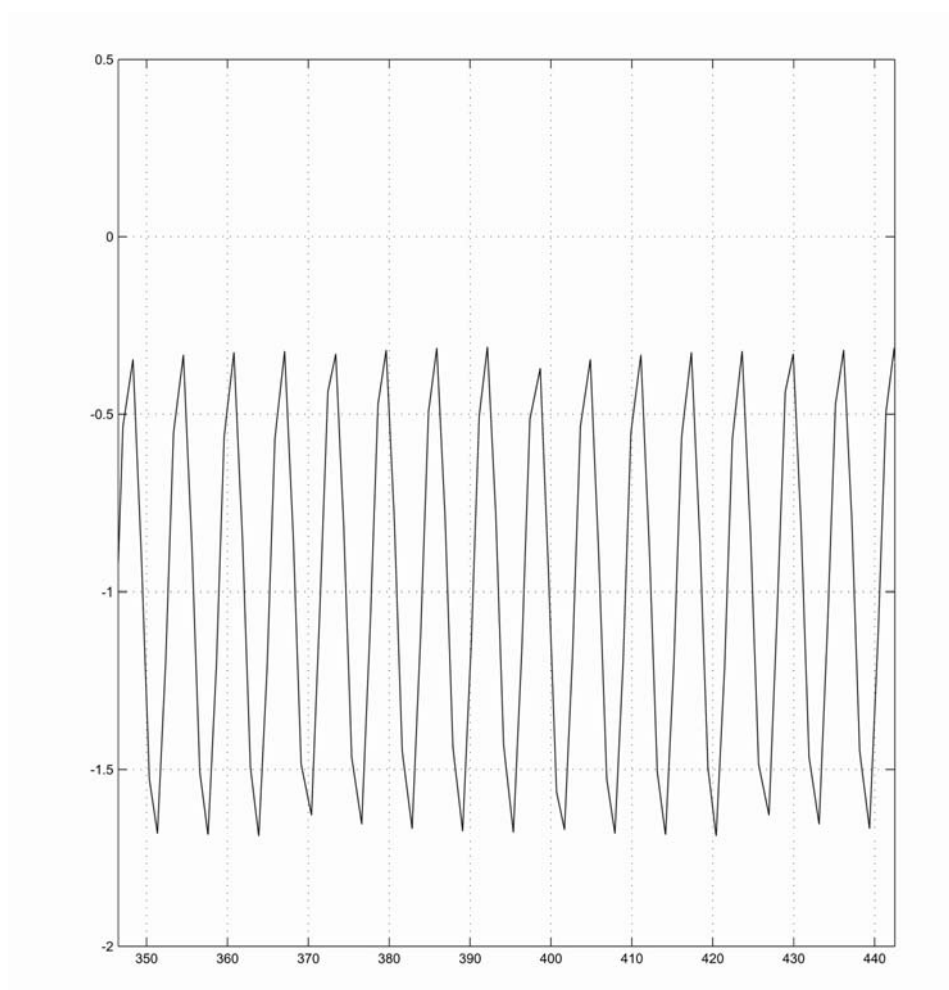
$$R = 2$$

Takođe, biće usvojeno da je ulaz X_{u1} -odskočna funkcija, dok je X_{u2} -sinusna funkcija sa amplitudom 0.5 i frekvencijom 1 s^{-1} .

Model koji simulira ovaj sistem je prikazan na slici 96. Odziv ovog sistema je prikazan na slici 97.



Slika 96. Model rezervoara sa slobodnim isticanjem tečnosti



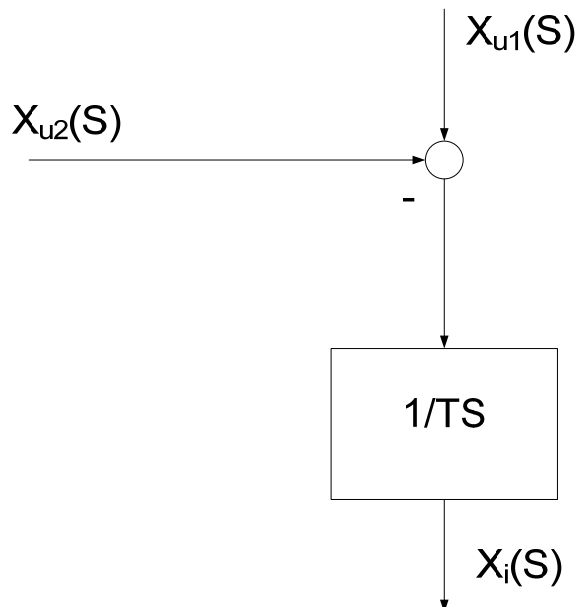
Slika 97. Odziv analiziranog sistema

Za sistem modela zaliha, koji je takođe opisan u poglavlju 10, i čije su prenosne funkcije:

$$W_1(s) = \frac{X_i(s)}{X_{u1}(s)} = \frac{1}{TS} \quad \text{za prvu i}$$

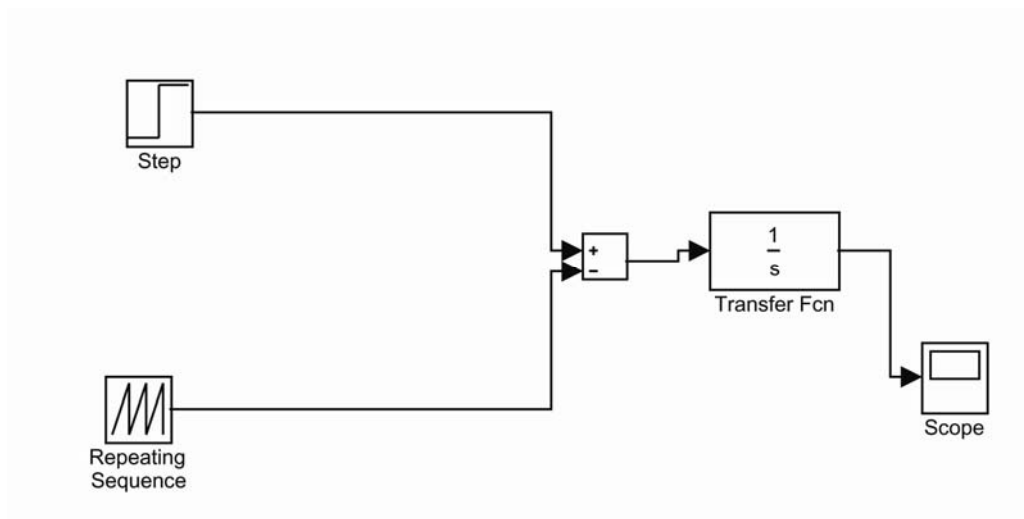
$$W_2(s) = \frac{X_i(s)}{X_{u2}(s)} = -\frac{1}{TS} \quad \text{za drugu ulaznu veličinu.}$$

Na osnovu, definisanog blok dijagrama:

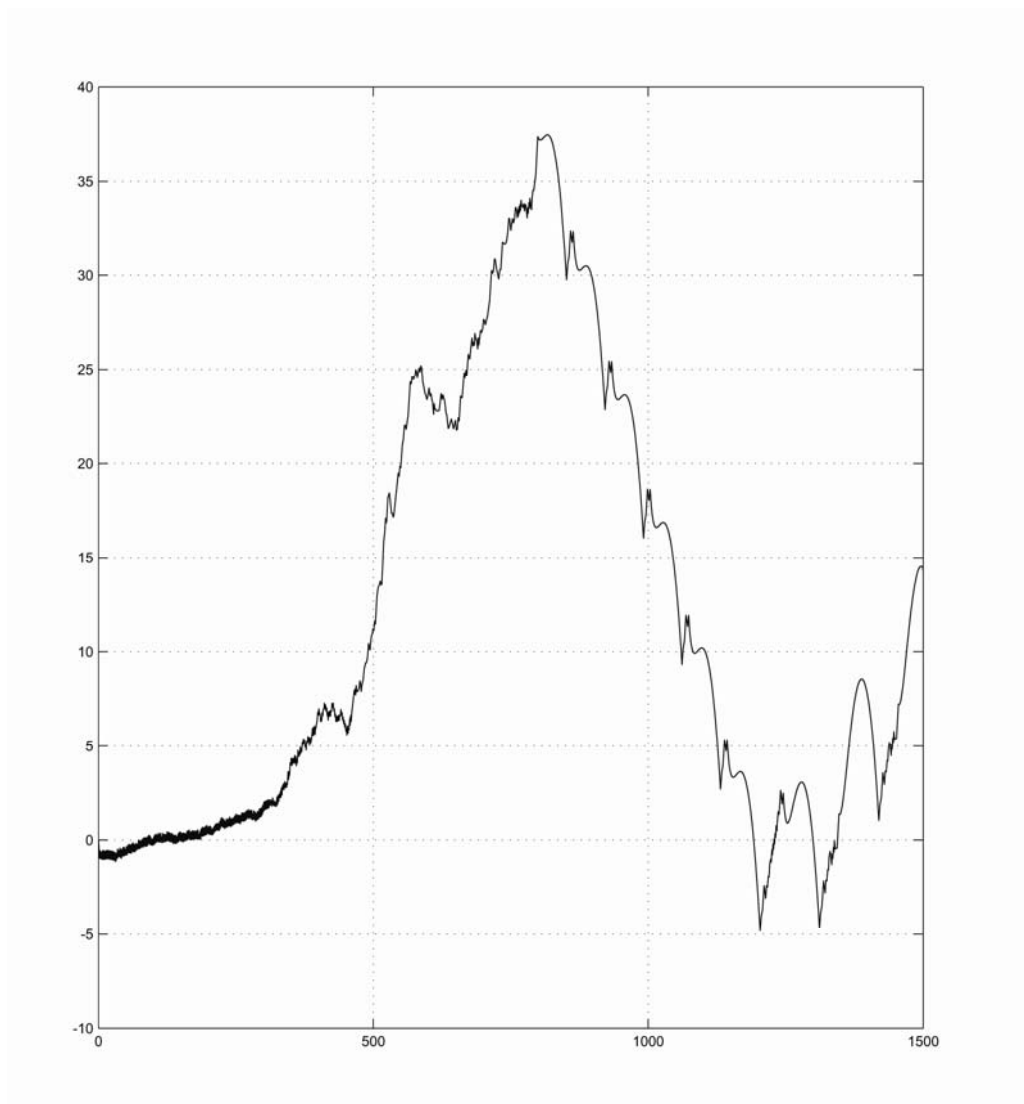


Slika 98. Strukturni blok dijagram razmatranog modela problema zaliha

Ukoliko usvojimo da je veličina $T = 1$, takođe, biće usvojeno da je ulaz X_{u1} - odskočna funkcija (iz razloga što ta veličina predstavlja ulaz materijala u skladište, te u momentu završene proizvodne serije određena količina materijala pristiže u skladište). Druga ulazna veličina X_{u2} - predstavlja količinu materijala koja se preuzme iz skladišta. Za ovu veličinu je najpovoljnije uzeti ponavljajuće sekvence (repeating sequence) jer ova veličina najbolje opisuje promenu količina zaliha u skladištu. Na taj način, dobija se model koji simulira ponašanje zaliha u skladištu. Model ovog sistema je dat na slici 99. Dok je odziv prikazan na slici 100.



Slika 99. Model zaliha



Slika 100. Odziv razmatranog sistema

15. MODELOVANJE SISTEMA NA OSNOVU EKSPERIMENTALNO ODREĐENIH POKAZATELJA PROCESA

Kako je već rečeno u poglavlju 10., prava provera vrednosti matematičkog modela može se u praktičnim uslovima sprovesti na dva načina:

Prvi način (M1) se zasniva na pretpostavci da je matematički model objekta predstavljen u vidu sistema diferencijalnih jednačina. Rešenja tog sistema jednačina se mogu dobiti njihovom simulacijom na računaru, uvođenjem standardnih ulaznih signala. Potom se sada realni sistem (objekat upravljanja) pobuđuje istim ulaznim veličinama i meri se izlaz sistema (odziv). Poređenjem odziva sistema diferencijalnih jednačina koje predstavljaju model objekta i stvarnog odziva objekta, donose se zaključci o validnosti formiranog modela. Ovaj način validacije sistema i modela je opisan u prethodnim poglavljima ove knjige.

U drugom prilazu (M2), koji u prethodnim poglavljima nije obrađen, polazeći od eksperimentalno snimljenih funkcionalnih zavisnosti ponašanja realnog objekta u nestacionarnom režimu moguće je korišćenjem različitih vidova identifikacije odrediti matematički model objekta.

Kako je već rečeno, postoji nekoliko glavnih razlika navedenih pristupa modelovanja:

- Kod predstavljanja modela sistemom diferencijalnih jednačina (M1) struktura modela proizilazi direktno na bazi poznatih zakonitosti dok se kod postupka zasnovanog na statističkoj analizi (M2) struktura modela mora pretpostaviti unapred;
- Kod M1 se reprodukuju relacije između ulaza, internih promenljivih procesa i izlaza, dok se kod M2 uglavnom dobija model tipa crne kutije, tj. pomoću M2 se samo reprodukuju relacije između ulaza i izlaza;
- Kod M1 su parametri modela povezani sa stvarnim parametrima originala, dok su kod M2 to najčešće samo neke brojne vrednosti i ne moraju biti, određeni fizički parametri realnog procesa;
- Model dobijen pomoću M1 vredi i za srodne procese i razne režime rada, dok se sa M2 model odnosi jedino na određeni proces na kojem se vrše merenja. Iz tog razloga se putem M2 ne mogu analizirati sva stanja, kao što su npr. havarijska stanja procesa;
- Ipak, programska rešenja formirana za postupak M2 se mogu primenjivati za dobijanja modela različitih procesa, dok se za M1 za svaki proces modelovanje mora vršiti iz početka.

U daljem tekstu biće opisano formiranje modela sistema na osnovu podataka dobijenim merenjem (eksperimentalnim određivanjem) odnosa ulaznih i izlaznih veličina sistema.

Kod ovog načina modelovanja, moguće je primeniti analitičke i statističke metode modelovanja. Kod statističkog modelovanja moguće je primeniti linearne i nelinearne statističke metode.

15.1. Analitičko modelovanje sistema na bazi eksperimentalnih rezultata

Pod analitičkim modelovanjem procesa na osnovu eksperimentalno dobijenih rezultata, podrazumeva se formiranje ili izbor adekvatne jednačine koja dovoljno tačno opisuje razmatrani proces u sistemu.

Kako bi se izvršilo analitičko modelovanje procesa u određenom sistemu, potrebno je izvršiti eksperimentalno snimanje rezultata (izlaznih veličina) procesa, na osnovu različitih ulaznih veličina. Ulazne veličine sistema su poznate i kontrolisane veličine. Za veliki broj ulaznih veličina (N), analitički pristup modelovanju zahteva da se u cilju procene svake od njih, ($N-1$) promenjive drže konstantnim, dok se vrši promena jedne od promenjivih i beleži njen uticaj na izlaznu promenjivu.

Na primer, ukoliko uzmemo u razmatranje za analitičko modelovanje već opisan osnovni model zaliha, koji se karakteriše jednačinom:

$$G_t = G_0 + \sum_{i=1}^t p_i - \sum_{i=1}^t q_i = f(G_0, p_i, q_i)$$

Pri čemu je rečeno da je količina zaliha u posmatranom trenutku posledica nejednakosti u prilivu (inputu) i oticanju (outputu) odgovarajućih oblika sredstava.

Gde su: (G_t) količina zaliha u određenom trenutku, G_0 količina zaliha na početku posmatranog intervala, p_i priliv određenih sredstava u i -tom razdoblju, q_i oticanje sredstava u i -tom razdoblju posmatranog intervala.

Kako bi se definisao analitički model zaliha određenog skladišnog prostora, bilo bi potrebno u eksperimentu veličinu G_0 i $\sum p_i$, držati konstantom a menjati veličine $\sum_{i=1}^t q_i$ tokom vremena, time bi se izmerio uticaj veličina q_i na G_t . U narednom setu eksperimenata bi se konstantim održavali G_0 i $\sum q_i$, dok bi se pratio

uticaj promene veličina Σp_i na G_t . I na kraju, konstante bi bile Σp_i i Σq_i a merio bi se uticaj promene veličine G_0 na G_t .

Ovim putem, eksperimentom u određenom skladištu dobila bi se tri seta rezultata promene veličine G_t u funkciji sve tri promenjive. Sledeći korak u modelovanju bi se sastojao u tome da se tako dobijeni eksperimentalni set podataka opiše adekvatnom matematičkom jednačinom modela. To je ujedno i najvažnji korak u analitičkom modelovanju jer je potrebno pronaći jednačinu modela koja najoptimalnije opisuje eksperimentalno dobijene rezultate. Ovaj se stadijum analitičkog modelovanja može izvršiti na dva načina. **Prvi**, i mnogo češće korišćeni način, je pokušati modelovanje eksperimentalno dobijenih rezultata već postojećim jednačinama modela koje su prisutne u literaturi. Često je potrebno pokušati modelovanje većim brojem jednačina modela pa potom oceniti koja od njih daje najpovoljnije rezultate modelovanja. **Drugi** način modelovanja zahteva formiranje potpuno nove jednačine modela prilagođene u potpunosti razmatranom sistemu. Prvi način modelovanja našao je mnogo širu primenu jer je relativno jednostavniji, ipak drugi način daje mnogo pouzdanije rezultate.

U sledećem koraku, nakon izbora adekvatne jednačine modela vrši se obrada eksperimentalnih rezultata ovako selektovanom jednačinom. U narednom, koraku, vrši se poređenje rezultata dobijenih primenom jednačine modela sa polaznim eksperimentalnim podacima. Ovde se najčešće vrši proračun odstupanja polaznih eksperimentalnih podataka od rezultata dobijenih modelom. U svrhe proračuna odstupanja meri se standardna greška, standardna devijacija ili korelacija između seta eksperimentalnih podataka i seta podataka dobijenih modelom. U inženjerskoj praksi se najčešće smatra zadovoljavajućom tačnošću modela odstupanje od $\pm 5\%$. Odnosno, stepen korelacije između polaznog i modelovanjem dobijenog seta podataka treba da je najmanje $r^2 = 0.95$.

Još jedan, ujedno i poslednji korak, kod modelovanja jeste validacija modela. Validacija modela podrazumeva proveru tačnosti modela na potpuno novom setu eksperimentalnih podataka. U te svrhe, potrebno je ponoviti eksperiment u razmatranom sistemu i dobiti potpuno novi set podataka, koji nije prethodno korišćen u modelu i sada primeniti selektovanu jednačinu modela na ovom novom setu podataka. Ovim se dobija novi izlaz sistema dobijen modelovanjem, koji se ponovo upoređuje sa eksperimentalno dobijenim izlaznim veličinama. Ponovo je potrebno da korelacija eksperimentalnih i modelom proračunatih podataka bude min $r^2 = 0.95$.

Analitički način modelovanja je dosta pogodan za formiranje modela procesa u sistemu sa malim brojem nezavisno promenljivih (mali broj ulaznih veličina). Kada se u razmatranje uzmu kompleksni sistemi sa velikim brojem

uklaznih veličina ovakav način modelovanja često ne daje zadovoljavajuće rezultate. Tada se, kod kompleksnih sistema, pristupa modelovanju uz korišćenje nekog od statističkih metoda modelovanja.

Kao primer analitičkog a potom i statističkog pristupa modelovanju biće data procedura modelovanja jednog segmenta ekosistema. Modelovanje ekosistema je jedna od novijih oblasti teorije sistema i predstavlja potencijalni pravac daljeg rasta oblasti primene opšte teorije sistema. Naime, biće prikazana procedura formiranja matematičkog modela u cilju rešavanja jednog problema iz oblasti ekološkog menadžmenta.

Ekološki menadžment kao disciplina razvio se iz prvobitne potrebe da se tehnološki rast i razvoj u gotovo svim granama privrede proprati iz ugla zaštite životne sredine. Naime, nagli porast, u prvom redu industrijskih kapaciteta pretio je da dovede do brzog urušavanja postojećeg ekosistema naše planete. Savremeni ekološki menadžment je mnogo više od navedenog. U modernom industrijskom okruženju, ekologija zauzima bitno mesto gotovo svakog novog poslovnog poduhvata.

Na taj način, razvojem ekološkog menadžmenta kao discipline, porastao je i broj tehnika i alata koji se koriste u okviru njega u cilju poboljšanja ekoloških parametara industrijskih procesa. U savremenom pristupu praćenja ekoloških parametara procesa u tehnološkim sistemima, sve je veća primena savremenih matematičkih metoda za predviđanje ponašanja procesa u smislu smanjenja mogućnosti pojave ekoloških hazarda.

Case Study:

Kao polazna osnova modelovanja biće razmatran jedan segment tehnološkog procesa proizvodnje bakra u peći za topljenje. Tehnološki proces koji se koristi za dobijanje bakra u razmatranoj topionici, projektovan je početkom 70^{tih} godina prošlog veka. Ovakav tehnološki proces uključuje oksidaciono prženje koncentrata u fluo solid reaktoru, potom topljenje u plamenoj peći i na kraju konvertorovanje. Kako da se svaka od navedenih faza odvija u zasebnom agregatu, otežana je kontrola emisije SO₂ gasa. Sumpordioksid emitovan iz reaktora i konvertora se koristi za proizvodnju sumporne kiseline, dok se gas iz plamene peći ispušta u atmosferu nakon prečišćavanja u elektrofilteru. U savremenoj industrijskoj praksi gotovo sve topionice bakra prestale su da koriste plamenu peć kao agregat za topljenje. Savremena proizvodnja bakra zasniva se na korišćenju Outokumpu flesh peći, Mitsubishi smelting koncepta, Noranda reaktora, Peirce –Smith konvertora, EL Teniente convertora i drugih. Gotovo svi

navedeni procesi su kontinualni i moguć je tretman celokupne količine emitovanog SO₂ gasa.

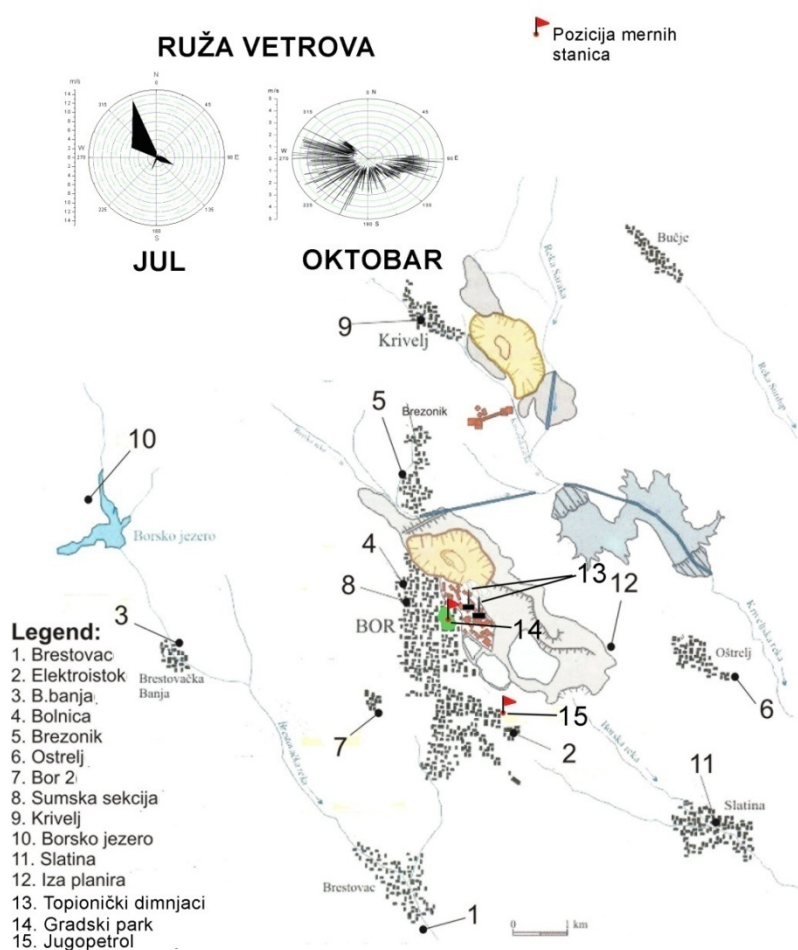
Obzirom na dotrajalost pojedinih agregata u kojima se proces ekstrakcije bakra u razmatranoj topionici i dalje odvija, kao i na ograničenja same tehnologije topljenja koncentrata u plamenoj peći, ovakav proces je gotovo nemoguće voditi bez povremenog emitovanja sumpordioksida u koncentraciji većoj od dozvoljene. Problem je tim pre veći obzirom da je topionica smeštena u samom centru grada. Obzirom da povećana koncentracija SO₂ gasa u vazduhu predstavlja opasnost po zdravlje stanovnika Svetska Zdravstvena Organizacija (WHO, 2001) propisala je dozvoljenu graničnu koncentraciju SO₂ gasa u vazduhu. Takođe, komisija EU ograničava koncentraciju ovog polutanta u vazduhu urbanih sredina (1999/30/CE, 2004/107/CE), pri čemu je ova uredba obavezujuća za kompanije EU, kao i one u zemljama koje žele da pristupe EU. Republika Srbija takođe ima definisani opseg maksimalnih dozvoljenih koncentracija štetnih primesa u vazduhu.

Imajući u vidu opasnost koju povećana emisija SO₂ predstavlja, tokom 2003, na teritoriji grada u kojem se razmatrana topionica nalazi postavljen je Continuous Operational Real-Time Monitoring System (CORTMS) za praćenje zagađenja vazduha. Ovaj sistem omogućuje kontinualno merenje koncentracije SO₂ u vazduhu. (vrednosti se očitavaju u intervalima od 15 minuta). Međutim, ovim putem se samo mogu detektovati prekoračenja u emisiji SO₂ gasa kada se ona dese. Ovi podaci još uvek nisu upotrebljeni sa ciljem da se povećana emisija SO₂ spreči ili makar umani.

Iz navedenih razloga, u daljem tekstu biće razmatran pokušaj da se formira model za matematičko predviđanje potencijalnog prekoračenja dozvoljene koncentracije SO₂ u gasu, a osnovu ulaznih tehnoloških i meteoroloških parametara korišćenjem prvo analitičkog pristupa modelovanju a potom metoda statističkog modelovanja.

Kao ulazni podaci za proces matematičkog modelovanja prikazanog u ovom poglavlju uzeti su parametri iz proizvodnje topionice bakra za mesece Jul i Oktobar 2008 godine, kao i meteorološki parametri za isti period. Parametri iz proizvodnje uključuju podatak za količinu prerađenog koncentrata sa poznatom količinom sumpora u njemu; količinu proizvedene sumporne kiseline i na osnovu razlike sadržaja sumpora u koncentratu i sadržaja sumpora u kiselini proračunate količine emitovanog SO₂ gasa. Ovaj gas se emituje kroz topioničke dimnjake prikazane na slici 101. Kao meteorološki parametri, uzeti su podaci koji se kontinualno prate na dve lokacije u gradu (lokacija Gradski park i Jugopetrol, prikazane na slici 3). U okviru svakodnevnog merenja na ovim mernim mestima se, kontinualno, prati promena: pravca vetra, brzine vetra, temperature, vlažnosti

vazduha, barometarskog pritiska i što je najvažnije, koncentracije SO_2 u vazduhu. Praćenje ovih parametara se odvija kontinualno, dok se slanje parametara u centralnu bazu podataka odvija na svakih 15 minuta tokom 24 časa. Kako bi u ovom istraživanju bio obuhvaćen i uticaj godišnjeg doba, koji se posredno odražava na sve meterološke parametre, posebno na temperaturu, pravac i brzinu vetra, modelovanje je obuhvatilo podatke za dva meseca različitih godišnjih doba. Obraden je letnji mesec Jul i jesenji mesec Oktobar.



Slika 101. Dispozicija grada sa prikazanim mestima mernih stanica

Kako je već rečeno, cilj razmatranja je formiranje modela koji će sa velikom tačnošću izvršiti predviđanje koncentracije sumpordioksida u vazduhu na osnovu polaznih tehnoloških parametara i na osnovu uticaja meteroloških parametara. U tabeli 6 su prikazani rezultati merenja koncentracije SO_2 na oba merna mesta tokom svih meseci 2008. godine. Na slici 100 su prikazana procentualna prekoračenja koncentracije SO_2 za oba razmatrana merna mesta (pri čemu je gornja dozvoljena granica $\text{GVI} = 350 \mu\text{g}/\text{m}^3$). Na osnovu rezultata Na osnovu

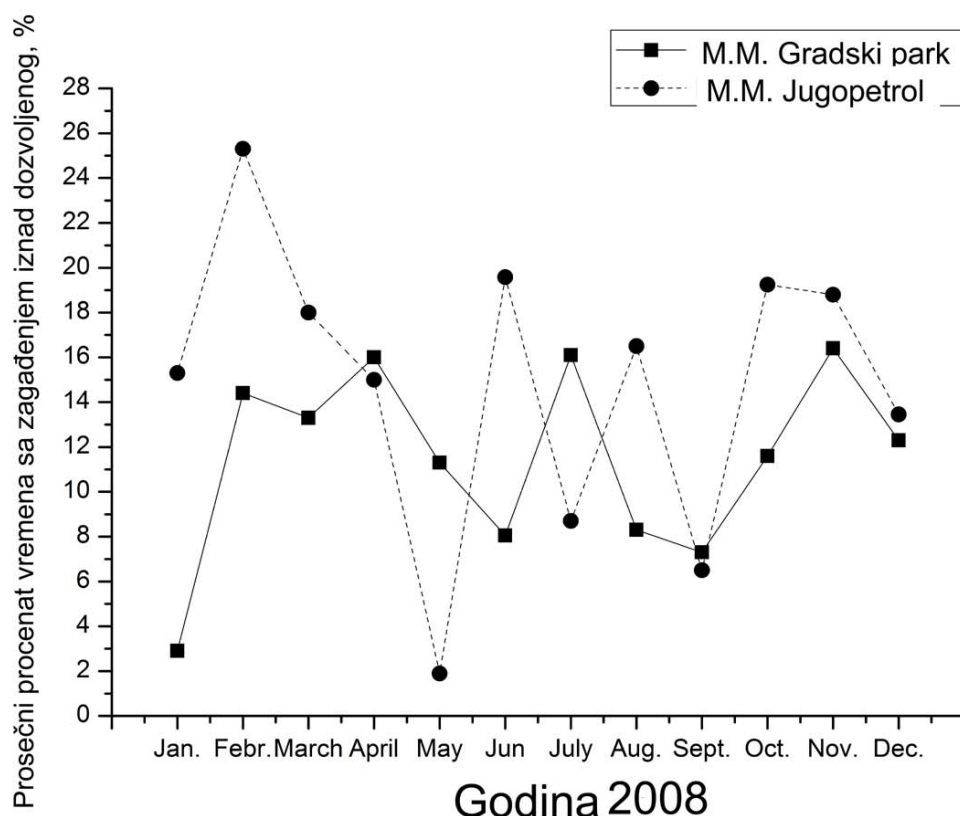
rezultata prikazanih na slici 102, očigledno je postojanje prekoračenja ove maksimalno dozvoljene koncentracije na oba merna mesta i to u dužim vremenskim periodima tokom cele razmatrane godine. Pri čemu je, recimo u julu mesecu znatno veće zagađenje bilo na mernom mestu Gradski park, dok je u npr. u oktobru znatno veći stepen zagađenja registrovan na mernom mestu Jugopetrol. Na taj način je očigledan uticaj pravca i brzine vetra na ove rezultate, kao i lokacije mernog mesta u odnosu na poziciju topioničkog dimnjaka.

Tabela 6. Prosečno prekoračenje koncentracije SO₂ zabeleženo na razmatranim mernim mestima

Mesec	Merno mesto	Minimum, $\mu\text{g}/\text{m}^3$	Maxksimum, $\mu\text{g}/\text{m}^3$	Srednja vrednost, $\mu\text{g}/\text{m}^3$	Std. Devijacija	Procenat vremena iznad MDK, %
Januarr	1	0	4 398	45.78	298.92	2.9
	2	0	2 398	34.56	345.23	15.3
Februar	1	5	4 989	56.78	234.34	14.4
	2	0	5 367	207.34	342.45	25.3
Mart	1	10	4 230	67.9	245.45	13.3
	2	0	5 193	203.45	433.34	18.0
April	1	0	3 145	165.45	354.21	16
	2	0	3 678	196.56	324.2	15
Maj	1	0	4 321	126.45	453.21	11.3
	2	0	4 567	23.45	125.67	1.9
Jun	1	0	3 453	167.23	345.34	8.05
	2	0	4 876	198.23	457.23	19.58
Jul	1	0	5 257	106.21	351.627	16.1
	2	0	4 247	194.55	472.985	8.7
Avgust	1	0	2 345	78.92	342.34	8.3
	2	0	3 465	101.23	324.56	16.5
Septembar	1	0	2 345	56.78	234.56	7.3
	2	0	2 435	52.34	256.45	6.5
Oktobar	1	10	2 394	206.98	424.851	11.6
	2	0	3 990	86.55	392.172	19.25
Novembar	1	0	3 435	201.23	435.23	16.4
	2	0	4 321	212.23	456.23	18.8
Decembar	1	0	2 879	123.45	345.67	12.3
	2	0	3 245	145.67	345.23	13.45

1-merno mesto Gradski park

2-merno mesto Jugopetrol



Slika 102. Procentno prekoračenje koncentracije SO_2 tokom godine 2008.

U cilju modelovanja vršeno je snimanje sledećih meteoroloških parametara: Brzina vetra, pravac vetra, temperatura vazduha, vlažnost vazduha i barometarski pritisak. Ovi podaci su snimani na oba razmatrana merna mesta u intervalima od 15 minuta i uvrštani u bazu podataka. Pored ovih podataka u bazu su smeštane i vrednosti koncentracije SO_2 u vazduhu zabeleženi na razmatranim mernim mestima. Baza podataka je potom dopunjena i tehnološkim parametrima procesa proizvodnje bakra koji su od uticaja na emisiju SO_2 gasa. Tehnološki parametri uključuju: količinu prerađenog koncentrata, količinu sumpora iz koncentrata upotrebljenog za proizvedenju sumporne kiseline i iz razlike, količinu emitovanog SO_2 kroz topioničke dimnjake.

U cilju selekcije najadekvatnije jednačine analitičkog matematičkog modela izvršeno je testiranje brojnih jednačina. Prema proceduri definisanoj u prethodnom tekstu. Obzirom na veliku količinu podataka koju je trebalo obraditi, korišćen je MLAB softverski paket.

Kao najpogodnija jednačina za analitičko modelovanje razmatranog problema, pokazala se jednačina:

$$\text{FUNCTION } N(T,V,B,P,C,S) = T*(K+W*B) + V*(A+M*B) + P*(L+D*B) + C*(E+H*B) + S*(G+J*B) \quad (15.1)$$

Gde su: t – temperatura vazduha, v-vlaznost, b-brzina vetra, p-pravac vetra, c-kolicina koncentrata, s-kolicina sumporne kiseline i n-prekoracenje SO₂. (K, W, A, M, L, D, E, H, G i J) su numeričke konstante.

Kroz dve iteracije navedene funkcije nad polaznim podacima dobijenim eksperimentom i smeštenim u bazu podataka, dobijene su vrednosti parametara funkcije, prikazane u tabeli 7.

Tabela 7. Rezultati dobijeni analitičkim modelovanjem razmatranog problema

value	error	dependency	parameter
-0.6933814181	0.1251193963	0.9613347355	K
0.8332531835	0.3006009504	0.9644244562	W
0.03439112546	0.03309867079	0.9839940172	A
0.3434028304	0.09246096359	0.9913939762	M
5.017452591	4.973614243	0.9879712346	L
-13.4780733	6.893814208	0.9853030544	D
0.1989847517	0.01595084769	0.998804087	E
-0.2478557779	0.02284447766	0.9976778137	H
-0.394839935	0.03579604851	0.9988478964	G
0.4788829713	0.0535474511	0.998081368	J

best weighted sum of squares = 2.403475e+00;
 weighted root mean square error = 1.096238e+00;
 weighted deviation fraction = 2.581425e-02;
 R squared = 0.7770

Očigledno je da je analitički pristup doveo do formiranja jednačine modela kojom se može vršiti predviđanje emisije SO₂ gasa na osnovu poznatih tehnoloških i meteoroloških pramaetara sa tačnošću od 78% ($R^2 \cong 0.78$). Iako je ova korelacija relativno visoka, ipak nije u okviru zadovoljavajućih granica > 0.95. Na taj način, očigledno je potrebno da se ovom problemu pristupi i drugim metodama modelovanja. U tom cilju dalje će biti razmotrene statističke metode modelovanja sistema.

15.2. Statističko modelovanje sistema

Pod statističkim metodama modelovanja sistema, podrazumevaju se metode koje eksperimentalno dobijene podatke obrađuju korišćenjem alata statističke analize. Prvobitne metode statističke analize su metode linearne statistike tipa Višestruke Linearne Regresije (Multiple Linear Regression = MLR). Potom su razvijene metode nelinearne statističke analize, koje su po prirodi stohastičke, tipa Veštačkih Neuronskih Mreža (Artificial Neural Networks ANNs). U daljem tekstu biće razmotren i jedan i drugi pristup kao i njihova primena na napred navedenom problemu modelovanja u okviru razmatranog eko sistema.

15.2.1. Modelovanje sistema metodama linearne statistike

Kao jedna od metoda linearne statističke analize, koja je našla široku primenu u modelovanju parametara sistema na osnovu eksperimentalnih podataka je Multiple Linear Regression (MLR) analiza. MLRA metoda definiše izlaz linearne korelacije zavisno promenljive (izlazna veličina sistema) u funkciji nezavisno promenljivih (ulaznih veličina sistema). Na taj način se dobija zavisnost tipa:

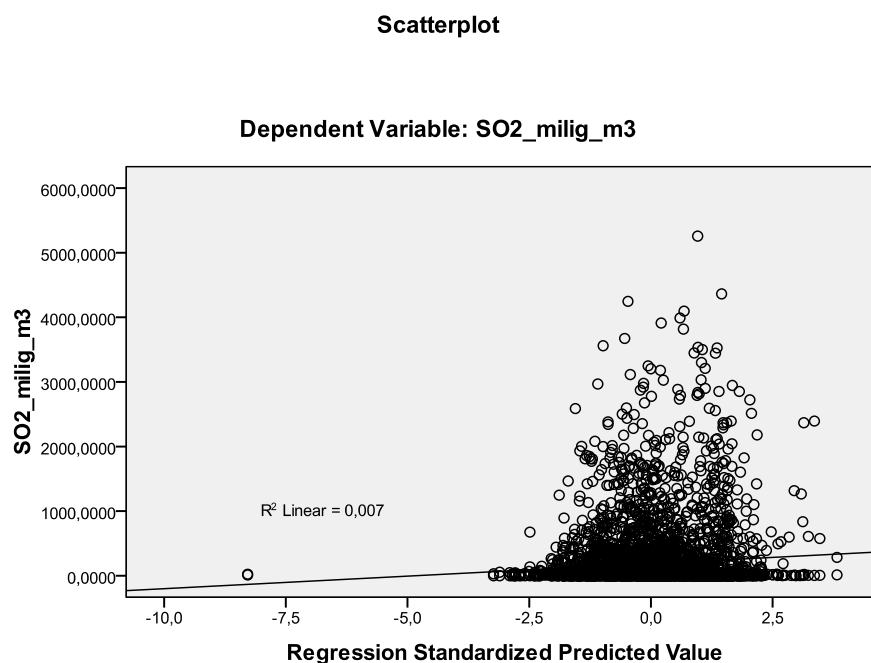
$$X_i = a + bX_{u1} + cX_{u2} + dX_{u3} + \dots + nX_{un} \quad (15.2)$$

Gde su a,b,c, ..., n koeficijenti jednačine linearne regresije.

U primeru koji je prethodno razmatran, X_i bi zapravo predstavljalo vrednost koncentracije SO_2 gasa u vazduhu na mernom mestu, dok bi $X_{u1} \div X_{un}$, zapravo predstavljale ulazne veličine meteoroloških i tehnoloških parametara razmatranog sistema.

Sama metoda Višestruke Linearne Regresije (MLRA) sprovedena je upotrebom SPSS statističkog softvera. U okviru ovog softverskog paketa nalazi se integrisan modul za MLRA analizu.

Rezultati modelovanja su dati na slici 103.



Slika 103. Rezultati MLRA analize razmatranog problema

Na osnovu rezultata prikazanih na slici 103, očigledno je da ova metoda linerane statistike daje apsolutno loše rezultate modelovanja razmatranog sistema. Koeficijent korelacije je izuzetno nizak ($r^2 = 0.007$). Ukoliko se pogledaju pojedinačne korelacije za koeficijente jednačine 15.2, date u tabeli 8., očigledno je da ova metoda nije primenjiva na razmatrani problem.

Tabela 8. Vrednost korelacionih koeficijenata između koncentracije SO₂ u vazduhu i ulaznih parametara modela.

		Detektovana koncentracija SO ₂ (µg/m ³)
Brzina vetra (m/s)	Pearson Correlation	.012
	Sig. (p - 2-tailed)	.411
	N	5048
Pravac vetra(degree)	Pearson Correlation	-.039**
	Sig. (p - 2-tailed)	.006
	N	5048
Temperatura vazduha. (°C)	Pearson Correlation	-.036*
	Sig. (p - 2-tailed)	.010
	N	5048
Vlažnost (%)	Pearson Correlation	.040**
	Sig. (p - 2-tailed)	.004
	N	5048
Barom. Pritisak. (hPa)	Pearson Correlation	.016
	Sig. (p - 2-tailed)	.255
	N	5048
Količina koncentrata (t)	Pearson Correlation	.017
	Sig. (p - 2-tailed)	.236
	N	5048
Proizvedena sumporna kiselina (t)	Pearson Correlation	.028*
	Sig. (p - 2-tailed)	.043
	N	5048
Emitovana količina sumpora (t)	Pearson Correlation	.002
	Sig. (p - 2-tailed)	.861
	N	5048

** . Korelacija je značajna na nivou 0.01.

* . Korelacija je značajna na nivou 0.05.

Da bi statistička analiza imala značaja, potrebno je da prag značajnosti bude ($p < 0.01$ ili $p < 0.05$). Na osnovu gornje tabele, ovaj je uslov ispunjen u svega par slučajeva međusobne veze između izlazne i ulazne veličine sistema. Npr, ovaj je uslov ispunjen za vezu između detektovane količine SO₂ u vazduhu i ulaznih parametara: temperatura vazduha, vlažnost vazduha i količina proizvedene sumporne kiseline. Ipak, ni u jednom slučaju nije ispunjen uslov da vrednost korelacionih koeficijenata (Pearson correlation) bude iznad vrednosti $r^2 = 0.95$. Takođe, u tabeli je dat i broj razmatranih podataka iz baze podataka (N=5048), što odgovara vremenskom intervalu od dva meseca sa akvizicijom podataka na svaka 15 minuta, na razmatranim mernim mestima.

Kako je već rečeno, metode linearne statistike očigledno nisu adekvatne za modelovanje problema razmatranog sistema (eko sistema industrijskog

postrojenja). Čak šta više, ovim putem su dobijeni lošiji rezultati u poređenju sa analitičkim pristupom. Analitičkim pristup je dao koeficijent korelacije između eksperimentalno izmerene emisije SO₂ u vazduhu i rezultata dobijenih proračunom modelom $r^2 = 0.78$, dok je MLRA metoda dala svega $r^2 = 0.007$. Ipak, ni jedna ni druga tehnika nisu prešle zahtevani prag tačnosti modela od $r^2 = 0.95$. Iz navedenog razloga, u daljem tekstu će biti opisano modelovanje sistema primenom nelinearne statističke analize.

15.2.2. Modelovanje sistema metodama nelinearne statistike

Kao najsavremeniji pristup modelovanju sistema na osnovu eksperimentalno dobijenih podataka, smatraju se metode nelinearne statistike. Jedna od najčešće upotrebljavanih metoda nelinearne statistike je metoda Veštačkih Neuronskih Mreža (Artificial Neural Network = ANN).

Neuronske mreže predstavljaju oblast veštačke inteligencije koji je u zadnje vreme imao brz razvoj i napredak u modelovanju realnih kompleksnih sistema. Tokom poslednjih 10 godina, ANN i posebno feed forward ANN (FANN), su ekstenzivno proučavane u cilju predstavljanja procesnih modela, i time je njihova upotreba u industriji značajno porasla. Međutim, upotreba ovakvih mreža može se u novije vreme sve više uočiti i u oblasti ekološkog menadžmenta, te će u daljem tekstu biti opisana njihova primena na već iznetom ekološkom problemu. Neki od primera primene ANN u modelovanju kompleksnih ekoloških sistema su: modelovanje efekta staklene bašte, modelovanje nelinearnih odnosa u ekologiji, simulacija emisije N₂O u okviru zatvorenog livadskog ekosistema, itd. Takođe, svakodnevno raste i broj istraživanja o primeni neuronskih mreža u različitim oblastima industrijske prakse.

Veštačke neuronske mreže (ANN) su empirijski alat za modelovanje, koji je analogan ponašanju bioloških neuronskih struktura u ljudskom mozgu.

Veštačka neuronska mreža se sastoji od neurona (ili čvorova koji predstavljaju telo neurona). Neuroni su međusobno povezani, i ove su veze kvantifikovane težinskim koeficijentima. Na ovaj način, neuronske mreže se sastoje od međuveza čvorova koji su obično podeljeni u razdvojenim podskupovima u vidu slojeva, u kojima svaki čvor ima slične proračunske karakteristike. Obično se razlikuju ulazni, skriveni i izlazni sloj, zavisno od njihove lokacije u odnosu na informaciono okruženje neuronske mreže. Čvorovi u određenom sloju su vezani za čvorove u susednim slojevima preko veza sa težinskim koeficijentima.

Osnovna prednost ANNa je mogućnost modelovanja konkretnog problema upotrebom primera (t.j. modelovanje prema podacima), bez potrebe analitičkog opisivanja problema. Na ovaj način je moguće vršiti aproksimaciju istim modelom seta podataka koji naizgled nemaju nikakvu međusobnu korelaciju. Po tome se ANN razlikuju od drugih matematičkih modela koji se mahom oslanjaju na linearno statističku obradu podataka. Time su ANN veoma moćan alat za efektivno opisivanje kompleksnih nelinearnih sistema. Iz tog razloga mnogi istraživači ANN smatraju nelinearnim tehnikama statističke identifikacije.

Za razvoj nelinearnog ANN modela bilo kog sistema, najčešće se koristi arhitektura feed-forward tipa (MLP arhitektura). Ovakva se mreža sastoji od ulaznog, skrivenog i izlaznog sloja. Skrivenih slojeva u ovoj arhitekturi može biti više od jednog. Svaki od navedenih slojeva sadrži određen broj neurona. Svaki neuron u npr. ulaznom sloju je povezan sa svim neuronima skrivenog sloja sa težinskim koeficijentima (w_{ij}). Slične veze postoje i između neurona u skrivenom i izlaznom sloju. Prvi sloj (ulazni) ima koeficijente koji dolaze od samih ulaznih parametara (nezavisnih promenljivih) čiji se uticaj želi obraditi modelom. Svaki sledeći sloj ima koeficijente koji se dobijaju proračunom na osnovu koeficijenata prethodnog sloja. Takođe, svi slojevi imaju korekcionu veličinu (tzv. bias). Poslednji sloj predstavlja izlaz mreže. Izlaz mreže je zapravo veličina čija je vrednost objekt modelovanja uticaja ulaznih promenljivih.

Svaki neuron u sloju sastoji se od dva elementarna dela: Prvi deo sumira ulazne težinske koeficijente dajući vrednost I ; dok je drugi deo filter i obično se naziva aktivacionom funkcijom $\Phi(I)$. Najčešće korišćena aktivaciona funkcija je tzv. logistička funkcija, koja spada u klasu sigmoidalnih aktivacionih funkcija.

Na taj način, ukoliko su dva neurona mreže povezana, aktivaciona vrednost emitujućeg neurona je pomnožena težinskim koeficijentom veze pre dostizanja do prijemnog neurona. Arhitektura višeslojne feed forward neuronske mreže je prikazana na slici 104. Ova mreža ima ulazni sloj sa šest neurona, skriveni sloj sa tri neurona i izlazni sloj sa jednim neuronom. Ulaz svakog od neurona u ulaznom sloju su eksperimentalno određene nezavisne vrednosti sistema v_i čiji se uticaj na ciljnu (zavisnu) promenjivu sistema želi modelovati. Kako bi se mogle, po prirodi različite veličine, uvoditi u mrežu, prvo se vrši njihova standardizacija. Izlaz neurona iz ulaznog sloja je takođe ulaz za neurone u skrivenom sloju. Na taj način, ukupni ulaz neurona j u skrivenom sloju, može se predstaviti kao:

$$I_j = \sum_{i=1}^n w_{ij} \cdot v_i + \theta_j \quad (15.3)$$

Gde su w_{ij} težinski koeficijenti veza između ulaznog i skrivenog sloja, v_i je standardizovani ulazni signal i -tog neurona ulaznog sloja, a θ_j je bias vrednost. Izlaz iz skrivenog sloja, za mrežu prikazanu na slici 104, dobija se proračunom preko aktivacione funkcije. Poželjno je da aktivaciona funkcija ima oblik odskočne funkcije-npr. Hevisajdova funkcija. Kako je ranije već rečeno, tipična kontinualna aktivaciona funkcija je npr. eksponencijalna sigmoidalna funkcija. Prema tome, za slučaj izlaza neurona skrivenog sloja, može se napisati:

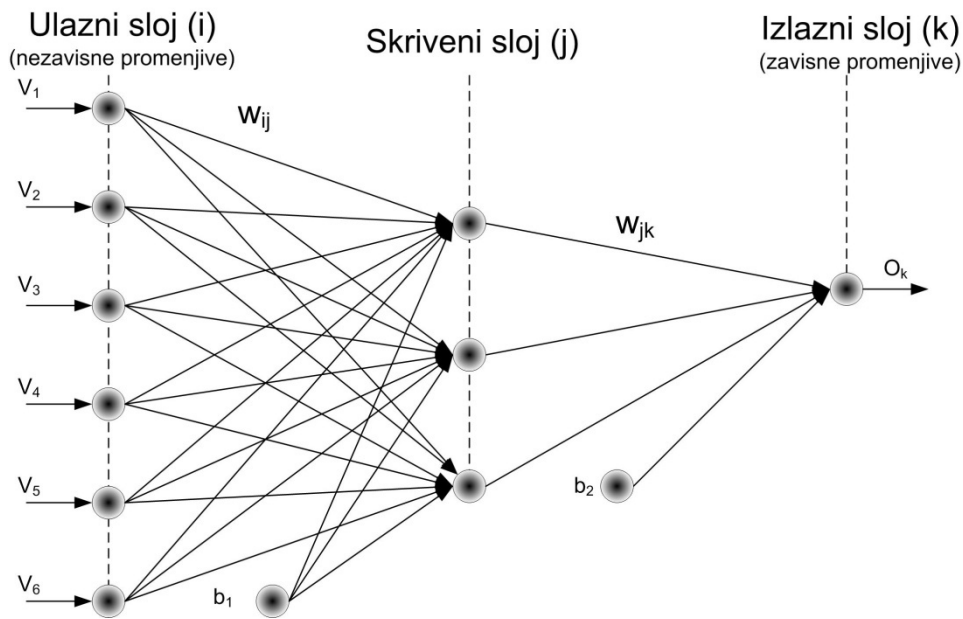
$$\Phi(I_j) = \frac{1}{1 + \exp(-\alpha \cdot I_j)} \quad (15.4)$$

Gde je α konstanta. Upotreba koeficijenta α omogućuje modifikaciju širine transportnog regiona sigmoida, ta je osobina korisna kod prilagođavanja mogućnosti učenja mreže.

Na isti način, izlaz neurona izlaznog sloja, koji je istovremeno i ukupni izlaz mreže – sistema - $\Phi(I_k)$ može se predstaviti na sledeći način:

$$\Phi(I_k) = \frac{1}{1 + \exp(-\alpha \cdot \sum_{j=1}^n \phi(I_j) \cdot w_{jk})} \quad (15.5)$$

Gde su w_{jk} težinski koeficijenti između skrivenog i izlaznog sloja.



Slika 104. Arhitektura troslojne, feed-forward neuronske mreže (b_1 i b_2 su bias jedinice). Strelice prikazuju protok informacije kroz sistem tokom predviđanja

Kod feed-forward neuronske mreže, informacija se prenosi i unazad kroz mrežu tokom procesa učenja u okviru faze treninga mreže, kako bi se modifikovala vrednost težinskih koeficijenata. Neuronske mreže imaju mogućnost učenja jer mogu menjati težinske koeficijente veza između neurona. Nakon učenja, znanje je smešteno u vrednosti samih neurona. Trening neuronske mreže je završen kada je mreža naučila da generalizuje osnovne trendove veza diktiranih ulaznim podacima. To se ispoljava time da je korelacija između predviđanja na izlazu mreže i stvarnog izlaza zavisne promenljive, dobijenog merenjem, visoka. Međutim, to nije dovoljno, generalizacija znači da neuronska mreža može vršiti interpolaciju modela na novi set podataka koji nije bio uključen u fazi treninga, što je već ranije opisano kao validacija dobijenog modela sistema.

Sama generalizacija mreže se odvija u tzv. testing fazi. Prilikom definisanja polaznih parametara mreže, najčešće se usvaja da se 70% ulaznih podataka koristi u trening fazi a da se preostalih 30% ostavlja za testing fazu. Time se za testiranje modela mreže koriste podaci istog ranga ali koji nisu učestvovali u treningu (učenju mreže).

Finalna validacija mreže se vrši njenom primenom na potpuno novom setu podataka, dobijenim novim eksperimentalnim merenjima, na kojem se primenjuje model dobijen u testing fazi.

Funkcija neuronskih mreža ne zavisi samo od načina procesuiranja informacije svakog pojedinačnog neurona, već i od ukupne topologije mreže. U slučaju obrađenom u već navedenom primeru ekološkog problema, biće korišćena troslojna, feed-forward neuronska mreža. Ulazni sloj će preuzimati ulazni vektor podataka, izlazni sloj će se koristiti za prezentaciju izlaza mreže, dok će jedan skriveni sloj biti upotrebljen za uvećanje memorije neuronske mreže, dajući joj izvesnu fleksibilnost.

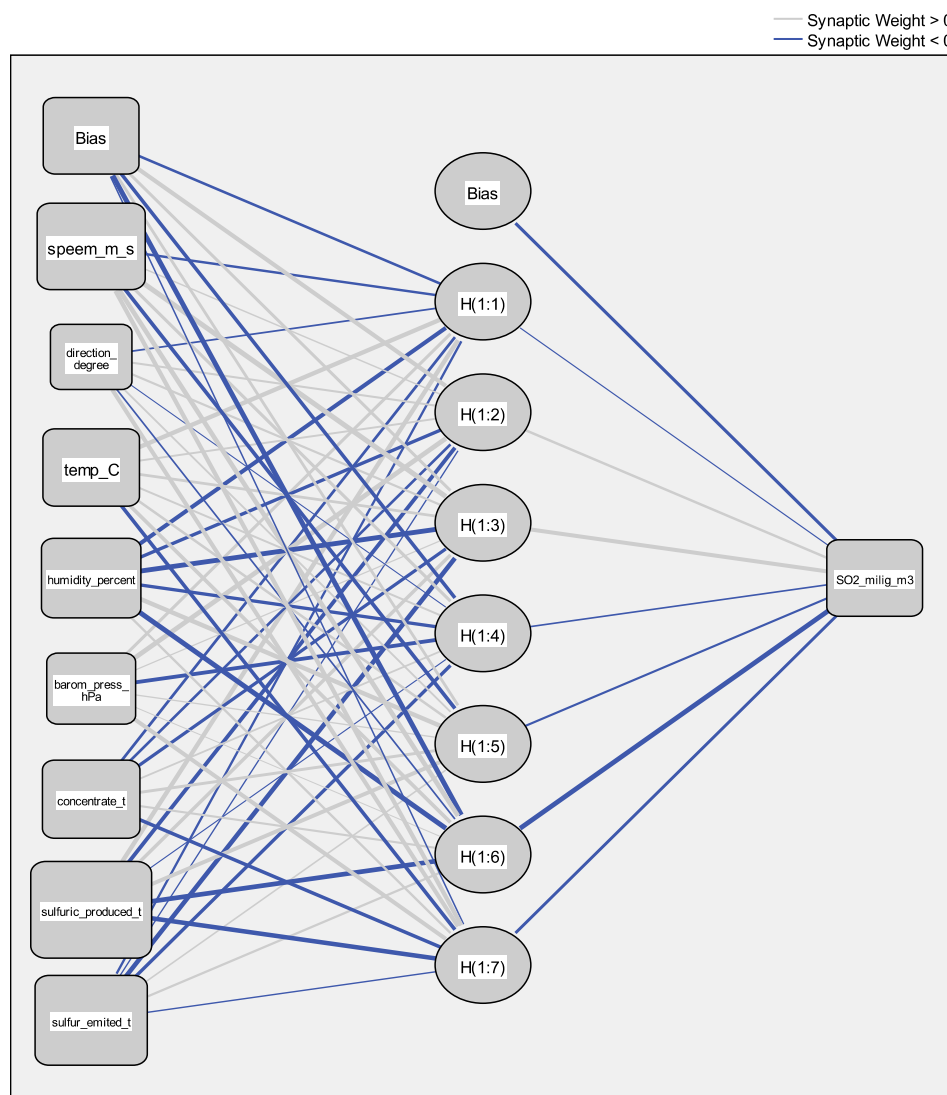
Broj jedinica u ulazu je određen brojem varijabila koje imaju uticaj na zavisnu promenjivu koja je cilj modeliranja. U slučaju opisanom u ovom primeru, ulazne promenjive su: količina prerađenog koncentrata, količina proizvedene sumporne kiseline, količina sumpordioksida koji nije obrađen u fabrici sumporne kiseline (kao parametri tehnoloskog procesa); pravac vetra, brzina vetra, temperatura, barometarski pritisak, godišnje doba (kao meteorološki parametri). Zavisna promenjiva (objekt modelovanja) je količina SO₂ gasa (u µg/m³) detektovana na dva različita merna mesta u gradu. Pozicija mernih mesta u odnosu na izvor emitovanja (topionički dimnjak) je prikazana na slici 101.

Na taj način je broj ulaznih neurona u ulaznom sloju osam. U izlaznom sloju je samo jedan neuron, koji predstavlja izlaz modela po pitanju emitovanog SO₂ gasa na razmatranim mernim mestima. Broj neurona u skrivenom sloju je određen tokom procesa učenja kao kompromis između greške predviđanja i broja iteracija.

Kako je već u prethodnom tekstu napomenuto, da bi se trening neuronskih mreža učinio efikasnijim, pre faze treninga mreže, potrebno je izvršiti određenu pripremu ulaznih podataka sistema. U ovom primeru, pre uvođenja u mrežu, svi ulazni parametri su standardizovani kako bi se sveli na isti opseg ulaza. Kao najčešći način standardizacije od vrednosti same promenjive oduzima se vrednost njene aritmetičke sredine i potom se ta razlika podeli standardnom devijacijom, prema obrascu:

$$X_{\text{standard}} = (x - \text{mean}) / s.d. \quad (15.6)$$

Ulazni sloj ANN mreže sadrži osam neurona (uključujući, tehnološke i meteorološke ulazne parametre), skriveni sloj je formiran sa sedam neurona, dok izlazni sloj sadrži samo jedan neuron a to je objekt modelovanja – koncentracija SO₂ u vazduhu. Na slici 105 je prikazana arhitektura korišćene neuronske mreže. Obzirom da su ulazni podaci preuzeti sa mernih mesta, na svakih 15 minuta tokom dva meseca, bilo je ukupno 5048 setova podataka.

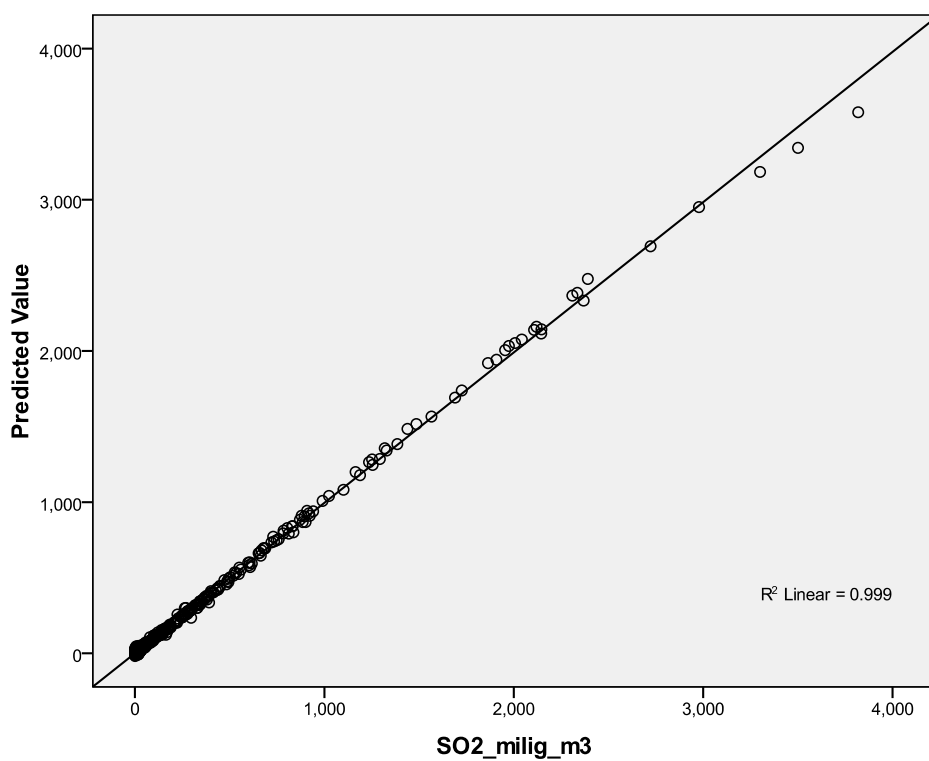


Hidden layer activation function: Hyperbolic tangent

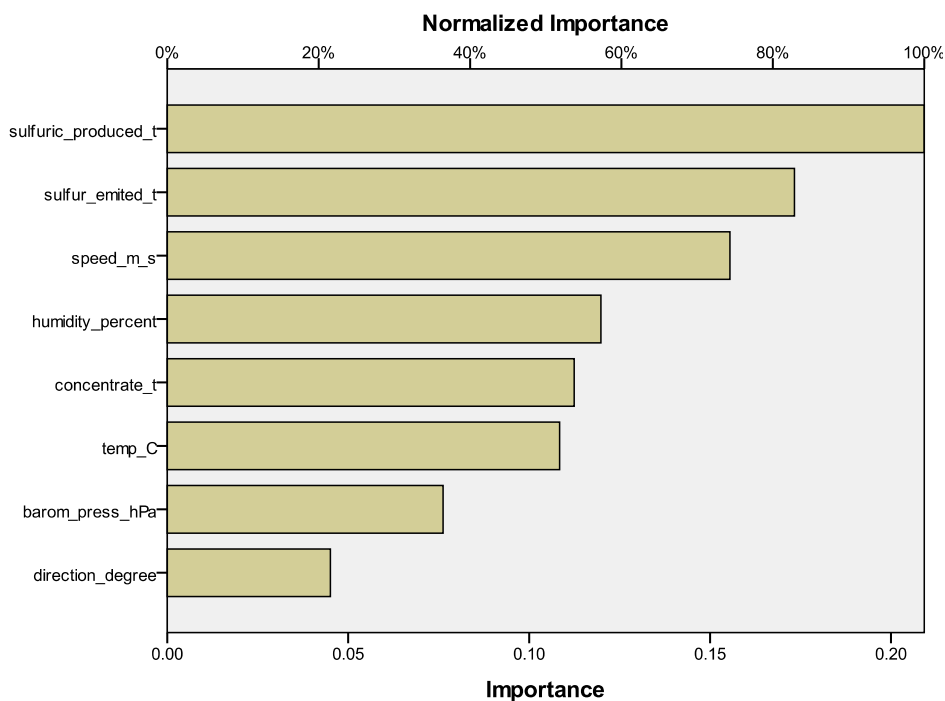
Output layer activation function: Identity

Slika 105. prikaz arhitekture korišćene neuronske mreže

Za trening fazu ANN modelovanja upotrebljeno je 70 % a to je 3534 podataka, dok je za testing fazu upotrebljeno preostalih 1514 podataka. Na slici 106 su prikazani rezultati modelovanja ANN metodom, kao upoređenje vrednosti emisije sumpordioksida dobijenih predviđanjem mreže, u testing fazi, sa stvarnim izmerenim vrednostima sumpordioksida na razmatranim mernim mestima u gradu. Očigledno je odlično slaganje rezultata predviđanja primenom ANN mreža sa rezultatioma određenim merenjem ($R^2 = 0.999$). Slika 107, prikazuje značajnost uticaja pojedinih ulaznih parametara na predloženi matematički model i vrednost izlaznog parametra modela. Očigledno je da za dobijeni model, najveći značaj ima količina proizvedene sumporne kiseline kao i količina emitovanog SO_2 , što je i logično očekivano.



Slika 106. Poređenje rezultata emisije SO₂ u vazduhu na osnovu predviđanja i rezultata dobijenih merenjem.



Slika 107. Prikaz značajnosti uticaja ulaznih parametara na matematički model i vrednost izlazne promenljive.

Prema tome, kao zaključak razmatranja datog u ovom poglavlju može se reći da se metode nelinearne statističke analize tipa veštačkih neuronskih mreža (ANN) mogu da primene na rešavanje opisanog ekološkog problema, odnosno u modelovanju parametara koji su od uticaja na detektovano prekoračenje koncentracije sumpordioksida u vazduhu u gradu.

Ovakav model razmatranog sistema, naravno ne može da poboljša ekološke pokazatelje procesa dobijanja bakra u razmatranoj topionici, ali može da se upotrebi da na drugačiji način smanji izloženost stanovnika opštine štetnom dejstvu SO₂ gasa. Suština koristi ovog modela može se sagledati na sledeći način. Meteorološki parametri kao što su pravac i brzina vetra, temperatura, vlažnost vazduha i barometarski pritisak, mogu se sa visokom preciznošću prognozirati; na osnovu podataka iz prethodnog vremenskog perioda; za duži vremenski period u budućnosti. Samim time, matematičkim modelom koji je opisan u ovom radu, a na osnovu predviđenih meteoroloških parametara i planom proizvodnje predviđene količine koncentrata za taj vremenski period, moguće je izvršiti predviđanje potencionalnog prekoračenja dozvoljene koncentracije SO₂ u vazduhu. Potom, za dane u godini za koje je model predvideo prekoračenja u količini emitovanog SO₂, moguće je izvršiti smanjenje količine koncentrata koja će se prerađivati sve do postizanja emisije SO₂ niže od maksimalno dozvoljene. Na taj način bi, pravilnim menadžmentom količine sumpora koji se sa šaržom unosi u plamenu peć, bilo moguće vršiti kontrolu emisije SO₂ u vazduhu koji udišu stanovnici ovog grada.

Pri tome, model razmatranog sistema se ne zasniva na poznavanju tehnologije rada u razmatranom tehnološkom postrojenju. Naprotiv, ovaj model je dobijen samo na osnovu merenja ulaznih i izlaznih parametara procesa. Tu se može sagledati značajnost ovakvog modelovanja sistema iz ugla menadžment disciplina. Naime, menadžment kao naučna disciplina se bavi opštom optimizacijom tehnoloških i društvenih sistema. To ne podrazumeva da je menadžer pojedinac koji poznaje sve pojavne oblike različitih procesa čijoj optimizaciji pristupa. Korišćenjem adekvatnih alata, kao što su ovde opisane metode modelovanja, menadžer je u mogućnosti da formira matematički model procesa sa zadovoljavajućom tačnošću a da pri tome ne ulazi u suštinu samog procesa.

Ipak, određeno tehničko znanje i upoznavanje sa procesom koji se želi modelovati, mogu biti samo od koristi menadžeru. Sam alat za modelovanje koji je korišćen u ovom primeru (ANN) se nalazi u većem broju softverskih paketa. MATLAB softver o kojem je bilo više reči u prethodnom poglavlju ove knjige

sadrži i ANN toolbox. Pored MATLABa, ANN se može naći i u DataLab softveru ali i u već pomenutom SPSS softveru. Primer koji je opisan u ovom poglavlju, modelovan je korišćenjem SPSS, V17. Softvera.

16. UVOD U MODELOVANJE SLOŽENIH SISTEMA

Kompleksnost modelovanja složenih sistema već je delimično mogla da se sagleda u primeru razmatranom u prethodnom poglavlju. Ipak, u ovom poglavlju će nešto više biti rečeno o ovoj oblasti teorije sistema.

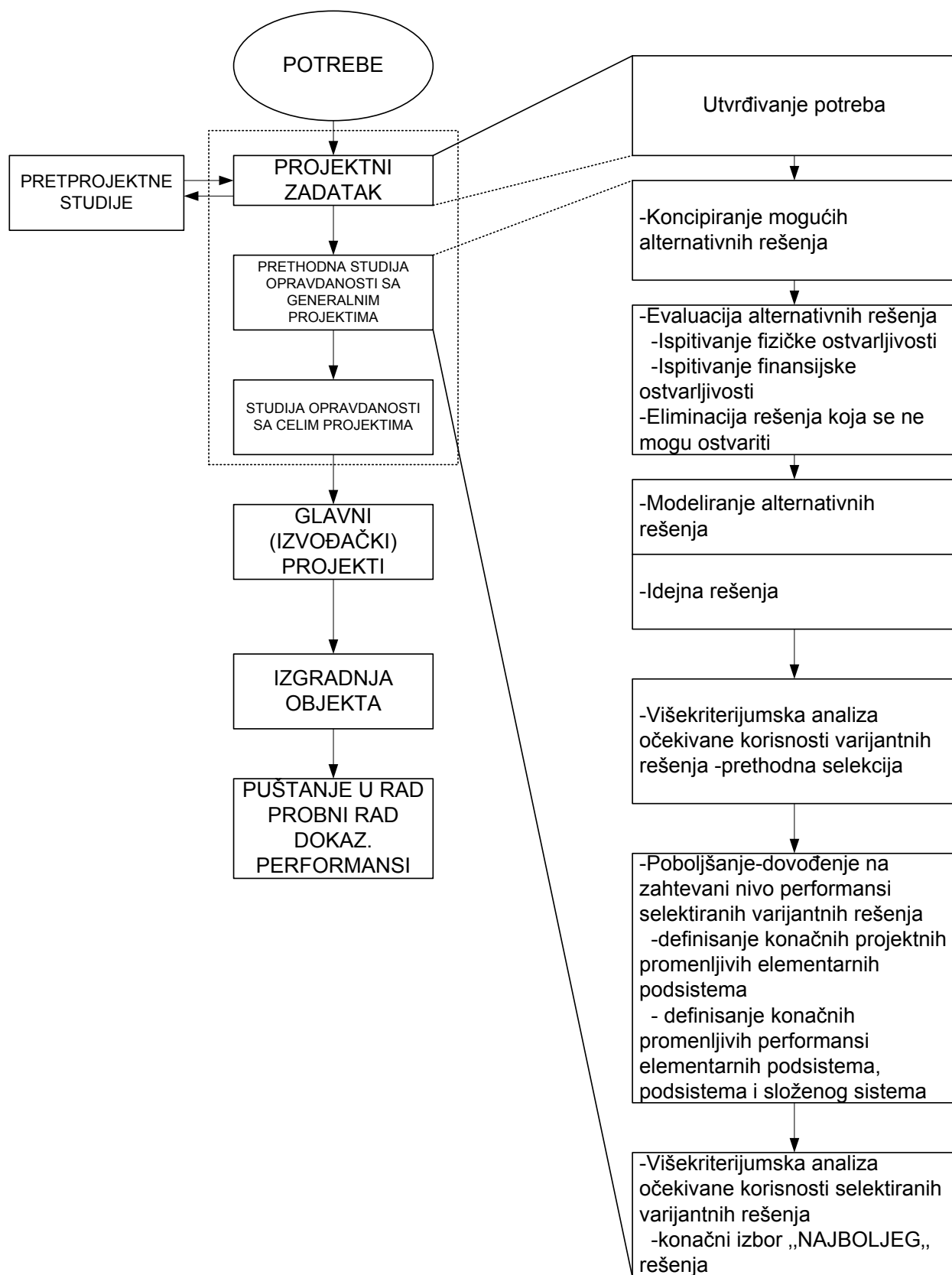
Modelovanje složenih sistema je neophodno kao preduslov za njihovo uspešno projektovanje, ili projektovanje delova kompleksnih sistema. Projektovanje složenih sistema predstavlja izazov za projektanta, pri čemu uspeh zavisi od previlnog korišćenja specijalizovanih znanja, veština i iskustva. Kvalitet i brze promene u sveri nauke i tehnologije su bitno promenile prilaz, filozofiju, metode i tehnike, pa i samu naučnu osnovu teorije projektovanja, te su sada zadaci projektovanja složenih sistema od ranije rutinskih aktivnosti sada prerasli u složeni razvojni zadatak.

Glavni rezultat savremenih metoda projektovanja je objektivizacija procesa mišljenja, koje je kod tradicionalnog načina projektovanja najviše zavisilo od projektanta i njegove sposobnosti za: intuitivno, logičko i proceduralno mišljenje. Objektivizacija procesa projektovanja se ogleda kroz sistemski prilaz, koji karakterišu sledeća svojstva:

- korišćenje teorije sistema i sistemskog inženjerstva;
- definisanje problema i funkcije cilja je na nivou sistema;
- predstavljanje i uvažavanje kompleksnih interakcija između komponenti sistema na različitim hijerarhijskim nivoima;
- primena višekriterijumske optimizacije;
- modeliranje sistema sa ciljem dobijanja zadovoljavajućih ukupnih performansi sistema (TPD – **T**otal **P**erformance **D**esign);
- predviđanje ponašanja, odnosno performansi budućeg sistema.

Cilj objektivizacije i rasčlanjivanja projekta treba da obogati razmišljanja projektanta velikom količinom novih informacija i ideja koje su značajne za projektovanje na nivou sistema, pri čemu metodologija treba da omogući upravljanje projektom na visokom nivou sinteze.

Globalni pristup realizaciji složenih sistema sa težištem na maksimiziranju ukupnih performansi dat je na slici 108.



Slika 108. Globalni pristup realizaciji složenih sistema

Ovde je posebna pažnja posvećena fazi preprojektne studije, čiji je rezultat određen broj pozitivno ocenjenih i gradiranih alternativnih rešenja. Po izvršenoj prethodnoj selekciji (na primer na osnovu očekivane korisnosti) i formiranja seta varijantnih rešenja sa najvećim vrednostima očekivane korisnosti, vrši se provera performansi i po potrebi poboljšanje projektnih promenljivih čvornih tačaka do dobijanja performansi sistema koje su postavljene projektnim zadatkom. Rezultat ove faze je set varijantnih rešenja sa konačnim projektnim promenljivim svim elementima sistema, uključujući i čvorne tačke i konačnim promenljivim performansi sistema. Izbor "najboljeg" rešenja iz ovog seta vrši se ponovljenim postupkom višekriterijumske analize očekivane korisnosti, a prema najvećoj vrednosti.

Pri projektovanju složenih sistema moraju se detaljno poznavati kvantitativne i kvalitativne zakonitosti funkcionisanja, do kojih se dolazi teorijskim –matematičkim i eksperimentalnim putem. U klasičnom projektovanju od matematičkih metoda modeliranja nije se zahtevala neka visoka tačnost. Poznata je krilatica: Inženjerski proračuni – 10 % tačnosti. Netačnosti proračuna su se kompenzirale uvećanjem obima eksperimenta i izvođenjem naknadnih intervencija u projektu ili na samom objektu.

Pojavom složenih sistema velikih dimenzija ovaj pristup se menja. Izvođenje eksperimenta na modelu, a naročito na samom sistemu u cilju definisanja projektnih promenljivih i promenljivih performansi postaje praktično nemoguće. Ubrzano su se razvijale nove metode, čiji je zadatak da predvide ponašanje budućeg sistema u radu, naravno bez izvođenja eksperimenta na samom sistemu. Ove metode su se zasnivale na teoriji slučajnih procesa (teorija redova čekanja, istraživanje diskretnih procesa, simulacione metode), pri čemu su korišćeni računari velikih brzina. Da bi ove metode bile efikasne nužna je dekompozicija složenog sistema na podsisteme.

Klasu složenih sistema čine veliki tehnološko-proizvodni, energetski, komunikacioni, transportni sistemi, vodosnabdevanje. Posebno se razmatraju hijerarhijski sistemi upravljanja i planiranja u složenim sistemima velikih dimenzija (Hierarchical Systems in Large Scale Industrial), kao što su: proizvodnja čelika, petrohemijska industrija, elektroenergetski sistemi.

Posmatrano sa nivoa sistema, mogu se uočiti tri glavne funkcije sistema upravljanja, i to:

- planiranje proizvodnje;
- terminiranje i koordiniranje, i
- upravljanje i kontrola procesa.

Na najvišem nivou upravljanja primaju se zahtevi kupaca, vrši se poboljšanje produktivnosti i profitabilnosti. Izlazi sa ovog nivoa su nedeljni nalozi za rad, koji se planiraju nekoliko nedelja unapred.

Srednji nivo prihvata naloge i sprovodi ih dalje uz detaljne instrukcije za pojedine tehnološke procese. Glavni zadatak ovog nivoa je koordinacija, uz sprečavanje pojave uskih grla.

Najniži nivo upravljanja je kontrola samog procesa, uz uključanje optimizacije procesa i podprocesa. Ulazi i izlazi iz pojedinih uređaja, merenja, kontrola i indikacija su uključeni u ovaj nivo.

Osnovne karakteristike i promenljive složenih sistema su:

- Sistem skup podsistema i elemenata sistema, njihovih veza i medjusobnih uticaja, a koji dejstvuju funkcionalno zajednički, radi ostvarenja zadate funkcije cilja. Sistem se može razložiti na podsysteme, do elementarnih podsistema – elemenata sistema. Takodje, složeni sistem transporta i izvoza rude je deo još složenijeg sistema;
- Elementarni podsystem (ESS - Elementary SubSystem) je kritični element pogodan za optimizaciju, a to je takodje i najmanji deo sistema koji se razmatra u analizi na nivou sistema;
- Element sistema je najsitniji deo sistema, koji se ne može dalje razlagati bez narušavanja njegove funkcije. Svaki element sistema deluje bar na jedan element sistema, i na svaki razmatrani element deluje bar jedan element iz sistema ;
- Granica sistema deli fizički i funkcionalno sistem od njegovog okruženja. Sistem deluje na okruženje i okruženje deluje na sistem kroz promenljive okruženja;
- Projektne promenljive predstavljaju ulazne promenljive, na koje se može delovati u fazi modeliranja sistema. Projektne promenljive se definišu na nivou sistema, podsistema i elementarnih podsistema;
- Promenljive performansi sistema predstavljaju rezultat rada sistema i stepen ispunjenja postavljenog cilja. Skup promenljivih performansi daje performansu sistema;
- Promenljive okruženja se odnose na karakteristike okruženja sistema, odnosno iskazuju stepen i način na koji okruženje sistema deluje na sistem i na njegove performanse.

16.1. Dekompozicija složenih sistema

Mogućnost dekompozicije je izuzetno važna pri razmatranju složenog sistema. Suština je u sposobnosti deljenja složenog sistema na eksplicitno prepoznatljive i povezane podsisteme. Neki od najvažnijih razloga za vršenje dekompozicije su:

- ***Kompleksnost problema***

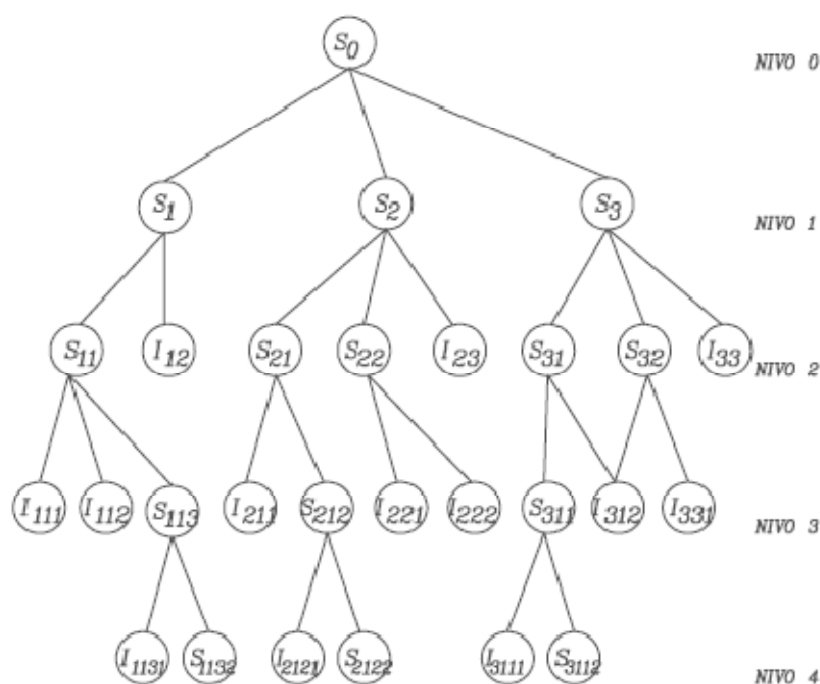
Istraživanja i praksa pokazuju, da postoji granica praćenja i poimanja, odnosno, kada se predje odredjeni broj elemenata sa svojim atributima i promenljivim, raste verovatnoća da se neki izostave.

- ***Doslednost donošenja odluka***

Problem se lakše i kvalitetnije sagledava na nivou podsistema. Podsystem ima manje elemenata, jednu funkciju, jednostavnije veze i uticaje. Kvalitetna rešenja podsistema se mogu hijerarhijski kombinovati, po potrebi korigovati, do dobijanja zadovoljavajućeg rešenja na nivou sistema, odnosno do kvalitetnog donošenja odluka na nivou sistema.

- ***Raspoloživost ljudskih i vremenskih resursa***

Svaki složeni problem je istovremeno i multidisciplinarni. Kada se da osnovni koncept na nivou sistema, u rešavanje problema na nižim hijerarhijskim nivoima uključuju se simultano timovi raznih specijalnosti. Dekompozicija sistema može se vršiti na više načina u zavisnosti od kriterijuma od kojih se polazi. Dok se ne definišu kriterijumi dekomponovanja, nemoguće je utvrditi strukturu sistema. Posmatrani sistem S_0 se dekomponuje (primenom dekompozicija $D_0 \neq I$), po nivoima do identičnog dekomponovanja I , odnosno do elementarnog podsistema, čime se dobija drvo sistema, kao što je prikazano na slici 109.



Slika 109. Hijerarhijsko dekomponovanje sistema – drvo sistema

Kriterijumi dekompozicije (ili komponovanja) složenog sistema mogu biti:

- prostorni;
- funkcionalni, i
- organizacioni.

Za primenu u oblasti modeliranja produkcionih sistema interesantna je funkcionalna dekompozicija. Zbog prirode rada ovakvih sistema, funkcionalna dekompozicija se često poklapa sa prostornom. Funkcionalna dekompozicija se može izvesti na dva načina, i to:

- strukturna dekompozicija, sa uzimanjem u obzir medjusobnih veza i uticaja elemenata i podsistema, pri čemu se medjusobne veze mogu posmatrati kao binarne, ili kao veze sa različitim intenzitetom, i
- analitička dekompozicija funkcije sistema primenom operatora veza.

16.1.1 Strukturno modeliranje - dekompozicija

Strukturna dekompozicija sa binarnim medjusobnim vezama

Osnovni matematički koncept funkcionalnog strukturnog modeliranja dao je u svom radu, koji uvodi pojam binarnih matrica, kojima se predstavlja prisustvo ili odsustvo medjusobnih veza ili uticaja elemenata složenog sistema.

$S_i R S_j$ – Elementi _sistema _imaju _medjusobne _veze

$S_i \bar{R} S_j$ – Elementi _sistema _nemaju _medjusobnih _veza

Složeni sistem se može sastojati is s elemenata:

$$S = \{S_1, S_2, \dots, S_{s-1}, S_s\}$$

Takodje, složeni sistem može imati više skupova, odnosno podsistema, koji se sa svoje strane sastoje od više elementa:

$$S = \{ S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_{s-1} \cup S_s \}$$

Mogući izgled binarne matrice dat je na slici 110. Elementi sistema su označeni brojevima, a medjusobne veze, odnosno uticaji su izraženi binarno $\{R, \bar{R}\}$, odnosno relacijama $\{1, 0\}$.

Sa slike se vidi da neki elementi imaju medjusobnih veza, neki imaju i povratne veze, neki imaju i veze u obliku petlji, dok neki uopšte nemaju medjusobnih veza i uticaja. Naravno, iz ove originalne binarne matrice je to teško sagledati.

$A_1 =$

	1	2	3	4	5	6	7
1	1	0	1	0	0	0	1
2	0	1	0	0	1	1	0
3	0	0	1	0	0	0	1
4	1	0	0	1	0	0	0
5	0	0	0	0	1	0	0
6	0	1	1	0	0	1	0
7	1	0	0	0	0	0	1

Slika 110. Izgled originalne binarne matrice

U originalnoj binarnoj matrici mogu se izvršiti permutacije redova i kolona, tako da se elementi koji imaju medjusobnih veza grupišu, kao što je dato na slici 111.

$$A_2 =$$

	1	3	7	5	4	2	6
1	1	1	1	0	0	0	0
3	0	1	1	0	0	0	0
7	1	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	0	0
4	1	0	0	0	1	0	0
2	0	0	0	1	0	1	1
6	0	1	0	0	0	1	1

Slika 111. Izgled preuređene matrice

Pažljivom analizom ove matrice mogu se uočiti pravilnosti, i to:

- matrica se može razložiti na podmatrice (submatrice), što praktično znači da se sistem koji je predstavljen binarnom matricom može razložiti na podsisteme; i
- preuređena matrica spada u grupu trouglastih matrica. Preuređena binarna matrica sa istaknutim podmatricama je prikazana na slici 112.

$$A_2 =$$

	1	3	7	5	4	2	6
1	1	1	1	0	0	0	0
3	0	1	1	0	0	0	0
7	1	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	0	0
4	1	0	0	0	1	0	0
2	0	0	0	1	0	1	1
6	0	1	0	0	0	1	1

Slika 112. Izgled preuređene matrice

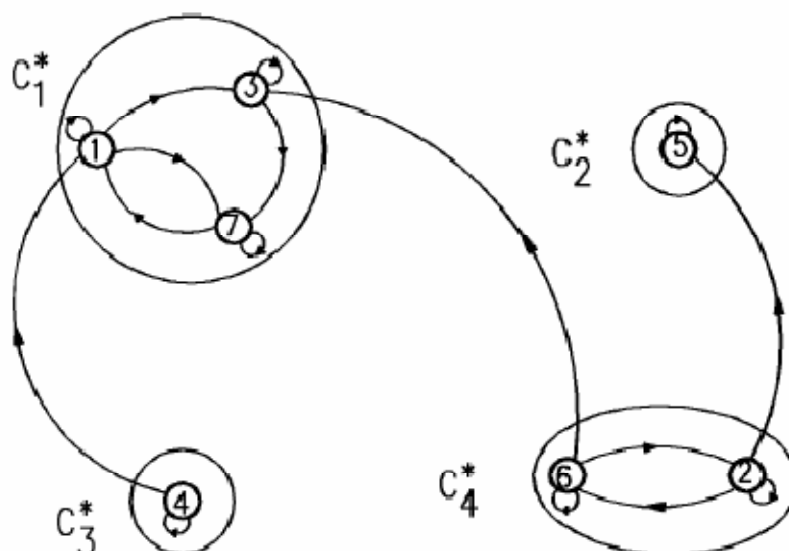
Podmatrice, koje u sebi sadrže veze između elemenata su prikazane na slici 113.

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad C_2 = [1]$$

$$C_3 = [1] \quad C_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Slika 113. Podmatrice preuređene binarne matrice

Grafička predstava složenog sistema u obliku digrafa (graf sa orijentisanim uticajima) data je na slici 114.



Slika 114. Graf razmatranog složenog sistema

Kao članovi binarne matrice sada se mogu posmatrati i podmatrice, odnosno podsistemi. Matrica podsistema data je na slici 115.

	C_1^*	C_2^*	C_3^*	C_4^*
C_1^*	0	0	0	0
C_2^*	0	0	0	0
C_3^*	1	0	0	0
C_4^*	1	1	0	0

Slika 115. Binarna matrica podsistema

Članovi matrice na glavnoj dijagonali su 0 (nula), matrica je trouglastog oblika, odnosno podmatrice levo od glavne dijagonale nisu popunjene nulama. Složeni sistemi koji se mogu prikazati ovakvim matricama su **hijerarhijski**.

Hijerarhijska funkcionalna dekompozicija, koja će biti prezentirana u ovom odeljku, može se primeniti na bilo koju kvadratnu, tranzitivnu binarnu matricu, čiji pojedini elementi mogu imati i povratne veze, odnosno, uprkos postojanju ovih veza moguće je definisati hijerarhijski nivo.

Svakom elementu s odgovara klasa $R(s)$ koja se sastoji od svih elemenata koji leže u odgovarajućem redu matrice, uključuje s , i klase $A(s)$ koja se sastoji od svih elemenata koji se nalaze u odgovarajućoj koloni i uključuje s .

Po prethodnoj definiciji oba seta uključuju element s . Element r pripadaće setu $R(s)$ ako i samo ako važi relacija sRr , odnosno element r će pripadati setu $A(s)$ ako i samo ako važi relacija rRs , što se može iskazati matematičkim izrazom :

$$R(s) = \{s \mid sRr\}$$

$$A(s) = \{s \mid rRs\}$$

Bilo koji element s pripada setu elemenata najvišeg hijerarhijskog nivoa, odnosno nalazi se na najvišem nivou digrafa, ako je ispunjena jednačina:

$$R(s) \cap A(s) = R(s)$$

Identifikovani set elemenata najvišeg hijerarhijskog nivoa se uklanja iz originalne binarne matrice, traži se po istom pravilu set elemenata najvišeg hijerarhijskog nivoa preostale podmatrice, koji ujedno predstavlja set elemenata drugog hijerarhijskog nivoa originalne matrice. Procedura se nastavlja, sve dok svi hijerarhijski nivoi digrafa ne budu identifikovani.

Ilustracija metode je data kroz primer hijerarhijske funkcionalne dekompozicije sistema predstavljenog binarnom matricom na slici 116.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
4	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
8	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
9	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
10	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
11	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0
12	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
14	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0
15	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1

Slika 116. Početna binarna matrica

U literaturi ovaj je metod detaljno prikazan kroz šest koraka hijerarhijske dekompozicije, dok će u ovom radu biti dat prvi i šesti korak. Sa slike 116 i tabele 9 se vidi da je u ovom slučaju $R(1)=1$, a $A(1)=(1, 3, 4, 7, 8, 9, 11, 12, 13)$. Zahtevanu jednačinu $R(s) \cap A(s) = R(s)$ zadovoljavaju elementi 1 i 2, što znači da su oni na najvišem hijerarhijskom nivou.

Tabela 9. Identifikacija elemenata prvog hijerarhijskog nivoa

Element s	Set R(s)	Set A(s)	Proizvod $R(s) \cap A(s)$
1	1	1, 3, 4, 7, 8, 9, 11, 12, 13	1
2	2	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15	2
3	1, 2, 3, 4, 5, 8, 9	3, 7, 8, 11, 12	3, 8
4	1, 2, 4, 5, 9	3, 4, 7, 8, 9, 11, 12, 13	4, 9
5	2, 5	3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15	5
6	2, 6	6, 10, 14, 15	6
7	1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9	7, 11, 12	7
8	1, 2, 3, 4, 5, 8, 9	3, 7, 8, 11, 12	3, 8
9	1, 2, 3, 4, 5, 9	3, 4, 7, 8, 9, 10, 12, 13	4, 9
10	2, 5, 6, 10	10, 14, 15	10
11	1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 11	11	11
12	1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 12	12	12
13	1, 2, 4, 5, 9, 13	13	13
14	2, 5, 6, 10, 14	14	14
15	2, 5, 6, 10, 15	15	15

Sledeći metodu, elementi 1 i 2 se uklanjaju iz binarne matrice, formira se submatrica i postupak se ponavlja, do zadnjeg hijerarhijskog nivoa. Šesti korak hijerarhijske dekompozicije je dat u tabeli 10.

Tabela 10. Identifikacija elemenata šestog hijerarhijskog nivoa

Element s	Set R(s)	Set A(s)	Proizvod $R(s) \cap A(s)$
11	11	11	11
12	12	12	12

Rezultat primene metode je identifikacija 6 blokova, od kojih svaki predstavlja po jedan hijerarhijski nivo, što se može prikazati kao:

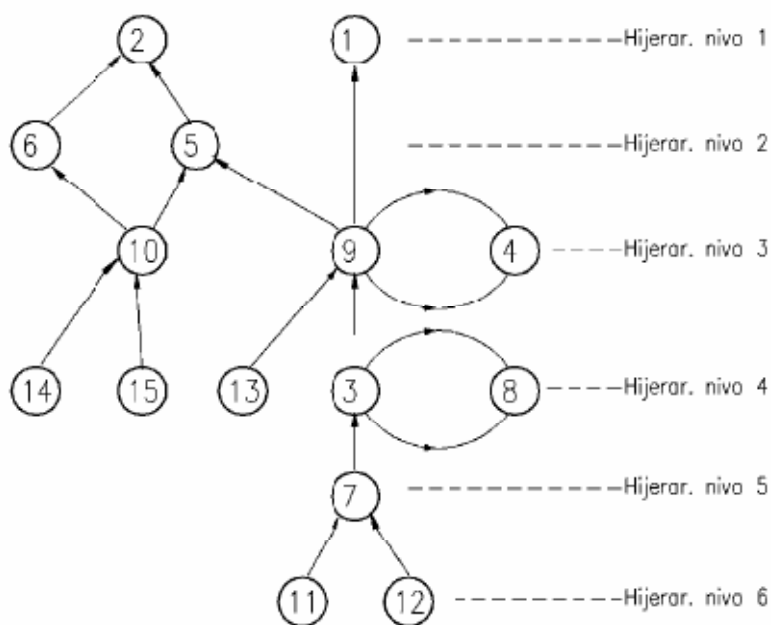
$$S = \{B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6\} = \{\overline{1,2}; \overline{5,6}; \overline{4,9,10}; \overline{3,8,13,14,15}; \overline{7}; \overline{11,12}\}$$

Preuredjena početna binarna matrica je data na slici 117, a digraf razmatranog

hijerarhijskog sistema na slici 118.

	2	1	5	6	10	9	4	14	15	13	3	8	7	11	12
2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
4	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
14	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
15	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
3	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0
8	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0
7	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0
11	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0
12	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1

Slika 117. Preuredjena početna matrica

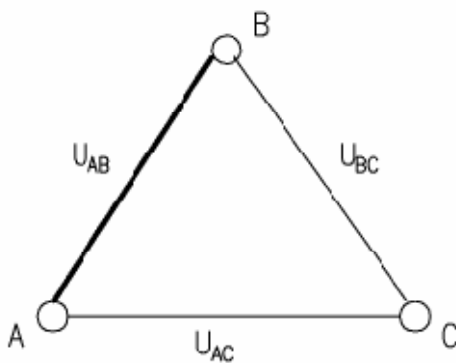


Slika 118. Digraf razmatranog hijerarhijskog sistema

16.1.2. Strukturna dekompozicija sa različitim intenzitetom međusobnih veza

Ovaj metod uzima u obzir intenzitet medjudejstva elemenata sistema, a ima za cilj maksimiziranje intenziteta veza izmedju elemenata u okviru jednog podsistema i minimiziranje intenziteta veza izmedju elemenata koji pripadaju različitim podsistemima složenog sistema. Podrazumeva se da projektant što tačnije odredi stepen (intenzitet) funkcionalne medjuzavisnosti izmedju elemenata sistema.

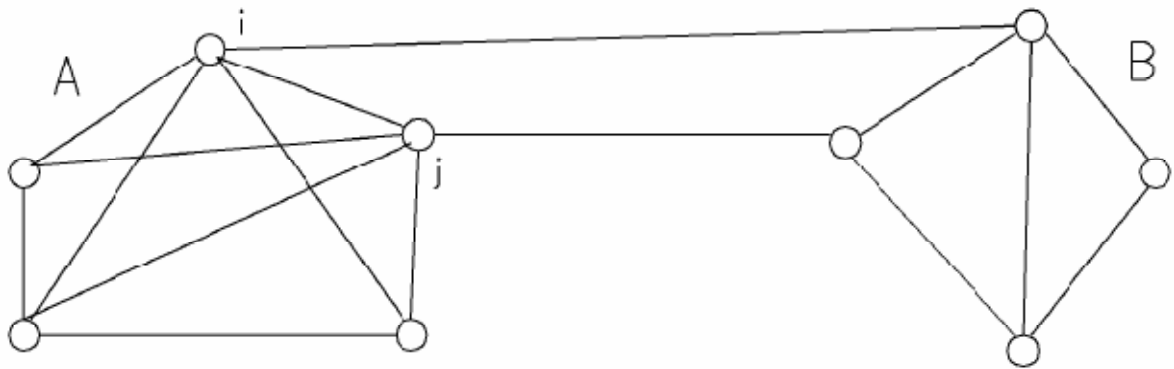
Intenzitet medjuzavisnosti može se predstaviti debljinom linije izmedju elemenata, kao što je dato na slici 119.



Slika 119. Intenzitet funkcionalne medjuzavisnosti u okviru podsistema

Osim direktnih veza (medjuzavisnosti) u okviru podsistema postoje i indirektne, što bi u ovom slučaju bila veza UACB.

Drugi način indirektnog povezivanja je izmedju elemenata koji pripadaju različitim podsistemima (slika 120).



Slika 120. Efekat indirektnog povezivanja elemenata različitih podsistema

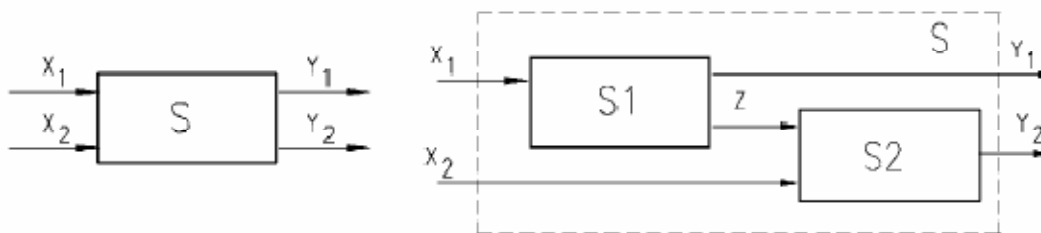
16.1.3 Analitička dekompozicija funkcije sistema

Za razliku od prethodnih metoda, koje su razmatrale medjusobno dejstvo i uticaje elemenata, analitička dekompozicija posmatra funkciju elemenata, odnosno određeno povezivanje ulaza - izlaza elemenata. Dekomponovanje se može ostvariti na relaciji sistem – podsistem, ili podsistem – element sistema. Razlikuju se tri osnovna načina dekompozicije:

- kaskadno dekomponovanje, iskazano kaskadnim operatorom ("and", $\wedge$ ili $\circ$);
- paralelno dekomponovanje, iskazano paralelnim operatorom ("or", $\vee$ ili $+$), i
- dekomponovanje sa povratnom spregom, iskazano operatorom povratne sprege (τ).

Kaskadno dekomponovanje složenog sistema na dva podsistema, odnosno podsistema na komponente može se ostvariti uz uslov postojanja veze izmedju podsistema S_1 i S_2 koju predstavlja novouvedena pomoćna funkcija Z , a koja je Kartezijev proizvod ulaza i izlaza prvog podsistema koji je kaskadno vezan za drugi.

Princip kaskadnog dekomponovanja je prikazan na slici 121.



Slika 121. Kaskadno dekomponovanje složenog sistema (podsystema)

Kaskadno dekomponovanje može se matematički iskazati na sledeći način:

$$S \subset (X_1 \times X_2) \times (Y_1 \times Y_2)$$

Pretpostavka da se ovaj sistem (podsystem) sastoji od dva podsystema (dva elementa), koji su vezani kaskadnim operatorom:

$$S = (S_1 \circ S_2),$$

Uvedena pomoćna funkcija je:

$$Z = X_1 \times Y_1$$

tako da su dobijeni podsystemi (čvorne tačke):

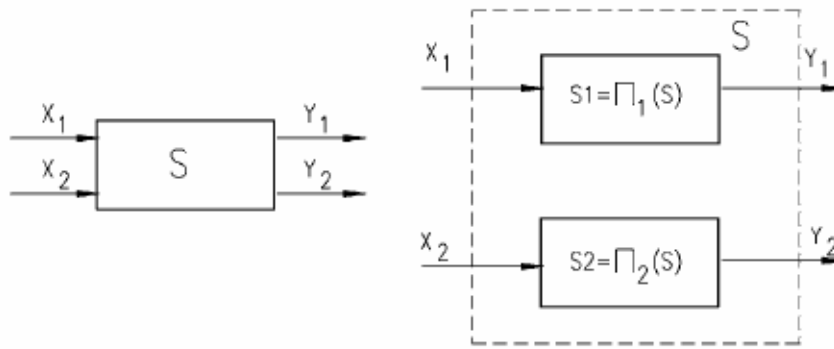
$$S_1 \subset X_1 \times (Y_1 \times Z)$$

$$S_2 \subset (X_2 \times Z) \times Y_2$$

Paralelno dekomponovanje može se razmatrati u dva slučaja:

- potpuno paralelno dekomponovanje;
- delimično paralelno dekomponovanje.

Potpuno paralelno dekomponovanje je jednostavniji slučaj i može se primeniti na sistem između čijih komponenta ne postoji međuzavisnost. Princip potpunog paralelnog dekomponovanja dat je na slici 122.



Slika 122. Potpuno paralelno dekomponovanje sistema

Potpuno paralelno dekomponovanje matematički se može iskazati na sledeći način. Dati sistem je:

$$S \subset (X_1 \times X_2) \times (Y_1 \times Y_2)$$

Pošto nema medjuzavisnosti komponentata, važi sledeća relacija:

$$S = S_1 + S_2,$$

Podsistemi su prikazani preko operatora projekcija:

$$S_1 = \Pi_1(S)$$

$$S_2 = \Pi_2(S)$$

Operatori projekcija određuju komponente učešća ulaza i izlaza posmatranog

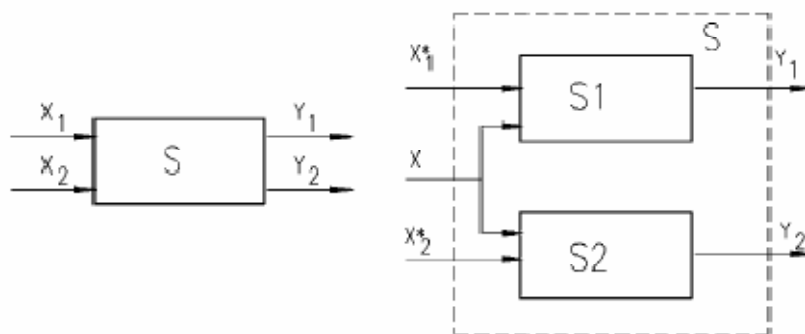
podсистема:

$$\Pi_1: (X_1 \times X_2) \times (Y_1 \times Y_2) \rightarrow (X_1 \times Y_1)$$

$$\Pi_2: (X_1 \times X_2) \times (Y_1 \times Y_2) \rightarrow (X_2 \times Y_2)$$

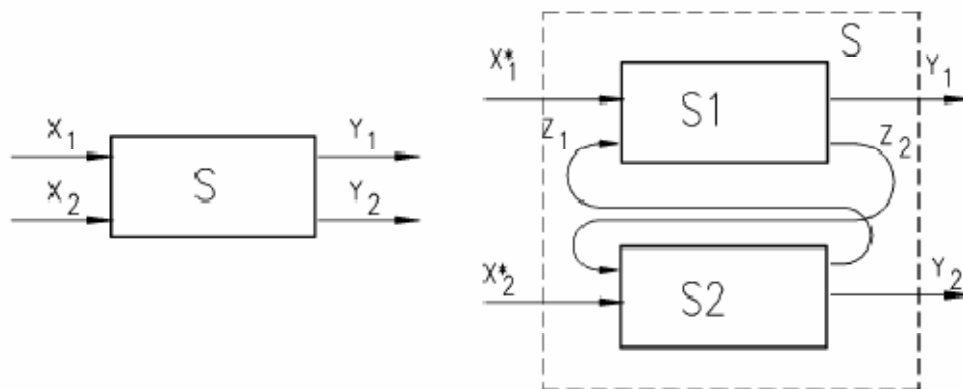
Delimično paralelno dekomponovanje primenjuje se na sisteme koji imaju zajednički ulaz, ili delimičnu vezu preko ulaza, dok su im izlazi nezavisni.

Princip delimičnog paralelnog dekomponovanja dat je na slici 123.



Slika 123. Delimično paralelno dekomponovanje sistema

Dekomponovanje sistema sa povratnom spregom je principijelno prikazano na slici 124.



Slika 124. Dekomponovanje sistema sa povratnom vezom

Dekomponovanje sistema je izvršeno primenom kaskadnog operatora i operatora povratne sprege:

$$S = \tau(S_1 \circ S_2)$$

Polazni sistem je:

$$S \in (X_1 \times X_2) \times (Y_1 \times Y_2),$$

koji se dekomponuje na dva podsistema:

$$S_1 \in (X_1 \times Z_1) \times (Y_1 \times Z_2)$$

$$S_2 \in (X_2 \times Z_2) \times (Y_2 \times Z_1)$$

16.1.4 Pregled metoda funkcionalne dekompozicije i mogućnost njihovog korišćenja

Pregled razmatranih metoda funkcionalne dekompozicije složenih sistema sa mogućim oblastima primene dat je u tabeli 11.

Tabela 11. Pregled metoda dekompozicije

R.br.	Metod	Vrsta veza (uticaja) koje se razmatraju	Moguća primena
I	Strukturna funkcionalna dekompozicija	Medjusobni uticaji i zavisnosti elemenata	
I.1	Strukturna funkcionalna dekompozicija sistema sa binarnim medjusobnim vezama	- sa binarnim vezama (ima uticaja – nema uticaja).	Složeni proizvodni, transportni, sistemi opsluživanja sa istim intenzitetom veza.
I.2	Strukturna funkcionalna dekompozicija sistema sa vezama različitog intenziteta	- sa medjusobnim vezama različitog intenziteta.	Složeni sistemi prenosa električne energije, složeni mašinski ili elektronski uređaji (mašine, reduktori, TV prijemnici i slično)
II	Analitička dekompozicija funkcije sistema	Funkcija elemenata, odnosno određeno povezivanje ulaza - izlaza elemenata i podsistema.	Složeni hijerarhijski sistemi upravljanja i kontrole, složeni sistemi u procesnoj industriji.

16.2. Identifikacija elementarnih podsistema, čvornih tačaka i mogućih varijantnih rešenja

Osnovni usvojeni kriterijumi za definisanje elementarnog podsistema i elementa sistema su:

- ***elementarni podsystem (ESS- Elementary SubSystem) je najmanji element složenog sistema koji je pogodan za optimizaciju, odnosno najsitniji element koji se razmatra u sistemskoj analizi,***
- ***element sistema je funkcionalno posmatrano svaki elementarni podsystem koji se ne može dalje dekomponovati bez narušavanja zadate funkcije, stim što po svojoj strukturi ne mora biti pogodan za optimizaciju.***

Čvorne tačke su elementarni podsystemi koji svojim performansama ozbiljno ograničavaju performanse sistema, odnosno predstavljaju „uska grla“ sistema .

Uska grla se pojavljuju kod sistema sa stohastičkom prirodom rada, kada se opterećenje sistema približi nominalnom kapacitetu elementa sistema, odnosno kada nastane zasićenje posmatranog resursa. Kada se pojavi usko grlo u sistemu, redovi čekanja ispred elementa koji je postao usko grlo, odnosno čvorna tačka, se povećavaju, odnosno nastaju smetnje u radu sistema. Ostali elementi sistema koji prethode čvornoj tački su neopterećeni, tako da se gubi njihova potencijalna produktivnost.

Potencijalne čvorne tačke, odnosno uska grla je potrebno identifikovati još u fazi modeliranja i projektovanja. Korišćenje klasičnog determinističkog modeliranja je u slučaju složenih sistema sa stohastičkom prirodom rada elemenata praktično nemoguće.

Potrebno je primeniti neku od metoda koje uzimaju u obzir stohastičko ponašanječvornih tačaka, kao što je teorija redova čekanja ili simulacija. Kada se identifikuje čvorna tačka u sistemu, njene performanse se poboljšavaju optimizacijom projektnih promenljivih, pri čemu treba očekivati poboljšanje performansi celog sistema. Medjutim, ako postoji latentni nivo zagušenja u sistemu, zbog same projektovane strukture, usko grlo će se pojaviti na nekom od sledećih elemenata, tako da se optimizacija performansi na nivou celog sistema, preko optimizacije performansi čvornih tačaka mora odvijati po određenom algoritmu, korak po korak.

Teorijski posmatrano, skup mogućih varijantnih rešenja nekog složenog sistema je potencijalno beskonačan. Medjutim, pri rešavanju praktičnih tehničkih problema, skup tehnički izvodljivih rešenja je ograničen. Kada se uvedu i druga ograničenja (ekonomski kriterijumi, dokazanost u praksi, iskustva drugih, i dr.), skup selektiranih rešenja može postati prihvatljiv.

16.3. Modeliranje složenih produkcionih sistema

Ponašanje elemenata složenih produkcionih sistema je stohastičko, što može dovesti do velikih oscilacija parametra transporta i proizvodnje. Da bi ovakvi sistemi mogli da rade bez zastoja oni moraju da imaju odgovarajući kapacitet. Svako odstupanje od optimalnog kapaciteta dovodi do neefikasnog iskorišćenja, ili do stvaranja velikih redova čekanja ispred pojedinih čvornih tačaka sistema.

Da bi se pristupilo analitičkom proučavanju, realni složeni sistem se mora transformisati u model. Sam model je imitacija stvarnog sistema, koji verno opisuje ponašanje samog sistema u zadatim okolnostima i zadatom vremenu i pri čemu mora da ispuni sledeće zahteve:

- da predvidi ponašanje sistema u datoj situaciji;

- da se njima eksperimentiše znatno lakše nego sa sistemom.

Model produkcionog sistema se predstavlja kao apstraktna mreža medjusobno povezanih transportnih puteva koji definišu prostornu strukturu sistema. Materijal ili energije ili informacija se kreće duž mreže sistema, stim što se u čvornim tačkama manje ili više usporava, odnosno stvaraju se redovi čekanja.

Složeni sistem se može se dekomponovati na podsisteme po funkcionalnom principu. Veza izmedju podsistema se najčešće ostvaruje preko privremenih medjusklađišta, tako da posmatrani podsistemi izvesno vreme mogu raditi nezavisno od rada drugih podsistema.

Iz ovoga proizilazi da se modeliranje, a kasnije i optimizacija performansi složenog sistema može vršiti na nivou podsistema, naravno imajući u vidu konačni cilj, odnosno, ostvarivanje performanse celog sistema.

16.3.1 Modeliranje složenih sistema metodom simulacije

Simulacija rada složenih sistema sa stohastičkom prirodom rada njihovih elemenata predstavlja moćni alat projektanata. Modeliranje složenih sistema metodama simulacije primenjuje se u sledećim slučajevima:

- kada analitičke determinističke metode i teorija redova čekanja ne daju zadovoljavajuće rezultate, ili je zbog prirode i složenosti problema njihova primena nemoguća;
- uvek u završnoj fazi modeliranja i optimizacije strukture i performansi složenih sistema,

Osnovna ideja je da se potpuno oponaša rad stvarnog sistema. Transakcija, pojam koji je ranije definisan u ovoj knjizi, kreće se kroz sistem, medjudejstvuje sa drugim transakcijama i okruženjem i konkuriše za raspoložive resurse sistema. Operacije u modelu su analogne operacijama u stvarnom sistemu. Transakcije se opslužuju, a ukoliko su uređaji zauzeti, pridružuju se redovima čekanja, konkurišu za resurse sistema, a sve odluke se donose na osnovu stanja sistema.

Prednosti korišćenja metoda simulacije su:

- ponašanje složenog sistema može se proučavati u toku projektovanja, i to u normalnim radnim uslovima, kao i u hipotetičkim ekstremnim uslovima, bez opasnosti po sam sistem;
- unapred se mogu otkloniti uska grla u sistemu, varijacijom radnih uslova, model može ukazati na buduća mesta smetnji , koja se izmenama u toku projektovanja, uz najniže troškove mogu otkloniti;

- pri planiranju investicija u nove ili rekonstrukcije postojećih sistema mogu se izbeći skupe greške razmatranjem ponašanja više alternativnih rešenja;
- simulacioni model se takodje može koristiti za obuku budućih korisnika realnog sistema, bez opasnosti po sistem i njih same.

16.3.2 Pregled modela i mogućnosti njihovog korišćenja

Pregled razmatranih modela sa mogućnostima njihovog korišćenja pri modeliranju složenih sistema dat je u tabeli 13.

Tabela 13. Pregled razmatranih modela

R. br.	Model	Struktura (tip) sistema	Primena
1.	Analitički modeli	Linearni sistemi, sa medjusobnim dejstvima samo izmedju susodnih elemenata. Sistemi povezanih opslužnih mesta, pri čemu je funkcionisanje opslužnih mesta nezavisno od stanja ostalih elemenata.	Modeliranje na nivou podsistema i elementarnih podsistema. Dobijena slika ponašanja sistema je uprošćena. Stohastičko ponašanje se može uzeti u obzir kroz faktore medjusobnog blokiranja. Moguće korišćenje za dobijanje inicijalnih rešenja za dalju obradu metodama redova čekanja ili simulacijom.
2.	Jednodimenzionalni modeli redova čekanja	Linearni sistemi, sa medjusobnim dejstvima samo izmedju susodnih elemenata.	Modeliranje na nivou podsistema. Dobijena slika ponašanja sistema je uprošćena.
3.	Višedimenzioni modeli redova čekanja	Sistemi povezanih opslužnih mesta, pri čemu je funkcionisanje opslužnih mesta nezavisno od stanja ostalih elemenata.	Modeliranje na nivou podsistema i sistema. Ne postoje opšta rešenja, već svaki konkretni problem zahteva modeliranje i rešavanje. Modeli su bliži realnim uslovima.
4.	Simulacioni modeli	Složeni sistemi povezanih opslužnih mesta, čije je funkcionisanje zavisno od stanja ostalih elemenata u sistemu	Modeliranje na nivou podsistema i sistema. Potpuno oponašanje rada sistema. Obavezna primena pri modeliranju složenih sistema i u završnim fazama modeliranja.

LITERATURA:

Aca Jovanović, *Teorija sistema - autorizovana predavanja*, Tehnički fakultet u Boru, Bor, 2005.

Bailey K. (1990). *Social Entropy Theory*. Albany, NY: State University of New York Press. [This is the most comprehensive statement on Social Entropy Theory.]

Bode, H. W., *Network Analysis And Feedback Amplifier Design*, D. Van Nostrand, Inc., 1945.

Bower, J. L. and Schultheis, P. M., *Introduction To The Design Of Servomechanisms*, Wiley, 1961.

Brooks D. and Wiley E. (1986). *Evolution and Entropy: Toward a Unified Theory of Biology* (2nd ed.), Chicago, IL: University of Chicago Press. [This is an application of the entropy concept to biology].

Chouai, A., Cabassud, M., Lann, M.M.Le, Gourdon, C., Casamatta, G., 2000. Use of neural networks for liquid-liquid extraction column modelling : an experimental study, *Chemical Engineering and Processing* 39, 171-180.

Cilek, E.C., 2002. Application of neural networks to predict locked cycle flotation test results, *Minerals Engineering*. 15, 1095-1104.

Corning P. and Kline S. (1998). Thermodynamics, information and life revisited: Part I: "To be or entropy." *Systems Research and Behavioral Science* 15, 273–296. [This is a good critique of entropy applications in various disciplines.]

Debeljković, D., *Dinamika objekata i procesa: Matematički modeli objekata i procesa u sistemima automatskog upravljanja*, Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet, Beograd 1989.

Del Toro, V., and Parker, S., *Principles of Control Systems Engineering*, McGraw–Hill, 1960.

Demuth, H., Beale, M., 2002. *Neural Network Toolbox for use with MATLAB*. Handbook, p. 154.

Devenport, W.G., King, M., Schlesinger, M., and Biswas, A.K., *Extractive Metallurgy of Copper*, Fourth edition, Pergamon Press Ltd., Elsevier Science Ltd, 2002.

DiStefano, Stubberud, and Williams, *Theory and Problems of Feedback and Control Systems, Schaum's Outline Series*, Mc Graw Hill Book Company, 1967.

Eldin, N.N., Senoucci, A.B., 1995. Condition rating of rigid pavements by neural networks. *Can. J. Civil Eng.* 22, 861-870.

EU, 1999. 1999/30/CE Council Directive relating to limit values for sulphur dioxide, nitrogen dioxide and oxide of nitrogen, particulate matter and lead in ambient air. The Council of the European Union.

Eykoff, P., System identification, J. Wiley, London, 1974.

Frederickson, Thomas, *Intuitive Operational Amplifiers*, McGraw Hill Book Company, 1988.

Fullana, M., Trebelsi, F., Recasens, F., 2000. Use of neural net computing for statistical and kinetic modeling and simulation of supercritical fluid extractors, Chemical Engineering Science 55, 79-95.

Georgescu-Roegen N. (1971). *The Entropy Law and the Economic Process*. Cambridge, MA: Harvard University Press. [This is a classic application of entropy to economics.

Jorjani, E., Chelgani, S.C., Mersoghili, Sh., 2007. Prediction of microbial desulfurization of coal using artificial neural networks, Minerals Engineering 20, 1285-1292.

John Terninko, *Step by Step – QFD*, 2007., American Supplier Institute and Cal Poly University, Pomona, California.

Kemp, S.J., Zaradic, P., Hansen, F., 2007. An approach for determining relative input parameter importance and significance in artificial neural networks, ecological modelling 204, 326–334.

Kenneth D. Bailey, *Entropy system theory*, Systems science and cybernetics, Encyclopedia of Life Support Systems, LA, USA, 2007.

King, G.M., 2007. The evolution of technology for extractive metallurgy over the last 50 years- is the best yet to Come?. Journal of Metals 59 (2), 21-27.

Lak, S., Delacoste, M., Baran, P., Dimopoulos, I., Lauga, J., Aulagnier, S., 1996, Application of neural networks to modelling nonlinear relations in ecology, Ecological modelling 90, 39-52.

Mihajlović, I., Štrbac, N., Živković, Ž., Živković, D., Upravljanje kvalitetom vazduha u okolini topionice bakra, Zbornik radova, Skup privrednika i naučnika (SPIN08), 06-07. novembar, 2008. p. 282-286. ISBN 978-86-7680-164-0.

Nikolić, Dj., Milošević, N., Mihajlović, I., Živković, Ž., Tasić, V., Kovačević, R., Petrović, N., Multi criteria analysis of air pollution with SO₂ and PM₁₀ in urban area around the copper smelter in Bor, Serbia, Water, Air and Soil Pollution, 206, 369-383.

Paruelo, J.M., Tomasel, F., 1997. Prediction of functional characteristics of ecosystems: a comparison of artificial neural networks and regression models, *Ecological Modelling* 98, 173-186.

Prigogine I. (1955). *Thermodynamics of Irreversible Processes*. Springfield, IL: Thomas Press. [This is the classic work on entropy in non-equilibrium systems.]

Resnick R. and Halliday D. (1960). *Physics for Students of Science and Engineering*. Part I, New York, NY: Wiley. [This is a good textbook introduction to entropy in physics.]

Ron Mancini, *Op Amps for Everyone*, Texas Instruments, 2008.

Rzan, M., Muller, C. Keith, H.J.D., Cameron, K.C., 2004. The use of artificial neural networks (ANNs) to simulate N₂O emissions from a temperate grassland ecosystem. *Ecological Modelling* 175, 189-216.

Seginer, I., Boulard, T., Bailey, B.J., 1994. Neural network models of the greenhouse climate. *J. Agric. Eng. Res.* 59, 203-216.

Shannon C. and Weaver W. (1949). *The Mathematical Study of Communication*. Urbana, IL: University of Illinois Press. [This is the classic original presentation of entropy in information theory.]

Theil H. (1967). *Economics and Information Theory*. Chicago, IL: Rand McNally. [This is the most comprehensive derivation of entropy in information theory.]

Ungar, L.H., Hartman, E.J., Keeler, J.D., Martin, G.D., 1996. Process modeling and control using neural networks. *Am. Inst. Chem. Eng. Symp. Ser.* 92, 57-66.

Van Camp, D., 1992. Neurons for computers. *Scientific American*, 125-127.

Van Valkenberg, M. E., *Network Analysis*, Prentice-Hall, 1964.

Warfield, J.: Structuring Complex system, Battelle Memorial Institute, USA, 1974.

WHO (World Health Organization), 2001. Air Quality Guidelines for Europe, 2nd edition WHO Regional Publications, Regional Office for Europe, Copenhagen, Denmark.

Yao, H.M., Vuthalury, H.B., Tade, M.O., Djukanović, D., 2005. Artificial neural network-based prediction of hydrogen content of coal in power station boilers. *Fuel* 84, 1635-1542.

PASW Statistics (SPSS) software V. 18, 2009.

MATLAB software

MLAB, Civilized software, 2008. INC.