PREDGOVOR

TEORIJA ODLUČIVANJA sa primerima predstavlja relativno novu disciplinu u nastavnom planu redovnih studija Tehničkog fakulteta u Boru i izučava se na trećoj godini smera za menadžment. Cilj ovog udžbenika je da studente upozna sa rezultatima teorije odlučivanja u što širem smislu tako da je u knjizi obuhvaćen normativni i deskriptivni pristup procesu odlučivanja kao i opis mnogobrojnih metoda u procesu donošenja odluka sa praktičnim primerima čiji je cilj da buduće menadžere osposobi za donošenje dobrih poslovnih odluka.

Knjiga je prvenstveno namenjena studentima redovnih i poslediplomskih studija, ali isto tako može koristiti i svim donosiocima odluka, nezavisno od toga kojom se delatnošću bave kao i pri donošenju odluka u privatnom životu. Dostupna domaća a i strana literatura iz teorije odlučivanja uglavnom obuhvata sve segmente relevantne za formiranje osnove iz ove oblasti. Međutim, oni nisu sakupljeni na jednom mestu. Ovaj udžbenik, pored problematike i specifičnosti procesa odlučivanja u preduzeću, sadrži i detaljna objašnjenja primene mnogobrojnih metoda odlučivanja.

Nadam se da će ovaj materijal pomoći studentima u sticanju prvih znanja iz teorije odlučivanja. Preporučujem ga i menadžerima preduzeća koji, u trenutnim uslovima rekonstrukcije privrede, donose odluke važne kako za buduću proizvodnju, tako i za budućnost samog preduzeća. Drugi deo udžbenika će im u mnogome olakšati rešavanje problema iz oblasti odlučivanja.

Posebnu zahvalnost dugujem recezentima knjige prof.dr Živanu Živkoviću i prof.dr Dragiši Tolmaču na korisnim komentarima i sugestijama pri pisanju ovog udžbenika.

Biću posebno zahvalna svim čitaocima koji prilikom korišćenja ove knjige otkriju eventualne greške, propuste i nedostatke, i sugerišu usavršavanje iste.

Autori

Bor, oktobar 2006.

UVOD

Odluka i odlučivanje se kao reči pojavljuju i koriste svakodnevno. Čovek je od svog postanka donosio odluke, a da često toga nije bio svestan, jer je to radio po navici ili je odlukama, zbog minornog značaja ishoda, poklanjao malo pažnje (tzv. trivijalne odluke). Zato se može reći da je proces odlučivanja star koliko i čovek.

Analiza problema odlučivanja predstavlja filozofiju koja omogućava da se sistemski i formalno priđe problemima odlučivanja, a istovremeno pruža i praktičan prilaz problemu korišćenjem potrebnih koncepta. To je prilaz koji koristi svoj skup logičkih metodologija i detaljnih procedura, koje omogućavaju sistemsku analizu kompleksnih problema odlučivanja.

Teorija odlučivanja predstavlja relativno mladu naučnu disciplinu, pa se može reći da je ona rezultat napora naučnika iz različitih oblasti da opišu i objasne kako pojedinci ili grupe odlučuju ili kako bi trebalo da odlučuju. Odlučivanje je nesumnjivo najznačajnija aktivnost koju menadžeri obavljaju u svim vrstama organizacija i na svim nivoima. To je aktivnost koja jasno razgraničava menadžere od ostalih profesija u društvu [1], iz čega proističe da je dobar menadžer dobar donosilac odluka.

Ovaj udžbenik će se baviti rešavanjem problema koji su od interesa za preduzeće. Analiziraće se proces donošenja važnih nerutinskih odluka koje mogu imati različte posledice na poslovni uspeh ili opstanak preduzeća, a koje donose izabrani pojedinci ili članovi grupe na različitim hijerarhijskim nivoima. Dat je prikaz metoda odlučivanja u uslovima neizvesnosti, izvesnosti, u uslovima rizika, metod sekvencijalnog i višeatributivnog odlučivanja sa praktičnim primerima kako bi ove metode bile bliže i jasnije čitaocima. Ipak, nezavisno od prirode odluka (privatne ili poslovne) i razlika u složenosti i značaju njihovih ishoda, treba znati da se pod odlukom podrazumeva izbor iz skupa od najmanje dve opcije (alternative, akcije) kojima je moguće ostvariti željeni cilj. Ukoliko se raspolaže samo jednom opcijom, onda dileme u vezi sa izborom nema, a samim tim ne postoji ni problem odlučivanja.

Proces odlučivanja u menadžmentu višestruko je značajan. Analitičari i teoretičari menadžmenta se slažu da je, bez obzira na broj funkcija menadžmenta, odlučivanje imanentno u svakoj od njih. Samim tim, predstavlja kohezioni faktor između funkcija, a rezultat “rada” svake od funkcija predstavlja neku menadžersku odluku, odnosno odgovarajuću akciju. Empirijski je dokazano da se u strukturi menadžerskog posla do 92% vremena troši na proces odlučivanja. Po Huberu (1980.) postoje tri važna interesa za poboljšanje menadžerskog odlučivanja. Prvi se odnosi na tvrdnju da kvalitet i prihvatljivost menadžerskih odluka mogu imati "značajan" uticaj na profesionalnu karijeru i lično zadovoljstvo. Imajući u vidu da je odlučivanje osnovna funkcija menadžera, onda je uticaj kvaliteta odlučivanja na karijeru više nego jasan. Drugi interes za poboljšanjem kvaliteta odluka leži u činjenici da one direktno utiču na performanse celokupnog preduzeća na čjem se čelu nalazi donosioc odluke. I, konačno, treći interes je direktno vezan za vreme koje donosilac odluke posvećuje procesu odlučivanja. Želja za smanjenjem tog vremena, koje bi se moglo posvetiti nekim drugim aktivnostima, direktno je povezana sa poboljšanjem kvaliteta menadžerskih odluka. Ako se sve to ima u vidu, onda je više nego jasno zbog čega se u menadžmentu posebna pažnja posvećuje problematici odlučivanja.

Takođe postoji veci broj modela organizacionog odlucivanja i to: racionalni model (posmatra organizacione odluke kao posledicu organizacionih grupa, koji smišljeno koriste prispele informacije da bi izvršili najbolji izbor noviteta u organizaciji), politički model (podrazumeva da su organizacione odluke posledice taktike pojedinih delova grupe, koji ima veliki uticaj u proceni odluke i izboru rezultata koji im najviše odgovara), model korpe za otpatke (organizacione odluke tretira kao posledicu međusobnog preplitanja između problema za koji se traži rešenje i rešenja koja traže modeli), programski modeli (dva faktora postoje koji određuju organizacione odluke: program i programiranje). Prednost ovih modela je postojanje velikog broja informacija i znanja, generisanje velikog broja alternativa za rešenje problema, priprema dodatnih uslova za prihvatanje rešenja. Nedostaci su česta dominacija autoriteta pojedinih članova grupe, pritisci grupe mogu sprečiti izbor objektivno neprihvatljive alternative.

1. PROCES DONOŠENJA ODLUKE

Pod odlukom podrazumevamo izbor iz skupa od najmanje dve opcije (alternative, akcije) kojima možemo da ostvarimo željeni cilj.

Proces rešavanja problema

Proces rešavanja problema prikazaćemo u sledećih devet faza:

1. Posmatranje trenutne situacije (početnog stanja) i uočavanje problema;
2. Precizno definisanje problema;
3. Definisanje ciljeva (kriterijuma izbora);
4. Identifikacija alternativnih pravaca akcije (alternativa, opcija);
5. Prikupljanje informacija;
6. Ocenjivanje (evaluacija alternativa);
7. Izbor;
8. Sprovođenje akcije;
9. Analiza rezultata.

1. Posmatranje i uočavanje problema

Prva faza, koja se naziva i „fazom inkubacije“, predstavlja period u kojem posmatramo realno stanje i na osnovu nejasnih simptoma iz okruženja, ili nestandardnih vrednosti relevantnih informacija, intuitivno naslućujemo da postoji promena u „sistemu“ koja zahteva našu pažnju.

2. Precizno definisanje problema

Kada na osnovu prikupljenih informacija postanemo svesni da problem postoji, neophodno je da otkrijemo njegovu pravu prirodu. Ovde je posebno važno da donesemo pravilnu dijagnozu neželjenog stanja, odnosno, da razdvojimo uočene posledice od stvarnih uzroka koji su do njega doveli. Bez pravilnog definisanja problema nema ni njegovog uspešnog rešavanja, jer će pogrešna dijagnoza neminovno usmeriti našu pažnju u pogrešnom smeru.

3. Definisanje ciljeva (kriterijuma izbora)

Kada problem precizno definišemo, potrebno je da odredimo šta odlukom želimo da postignemo. „Željeno stanje“, po pravilu, definišemo u nekoliko ciljeva koje nastojimo da ispunimo, imajući u vidu prisutna ograničenja. Ciljevima oslikavamo pojedine segmente stanja kojem težimo, zbog čega se oni među sobom mogu značajno razlikovati po sadržaju i značaju.

Preciznim definisanjem ciljeva koje nastojimo da ostvarimo određenom odlukom, mi zapravo definišemo kriterijume na osnovu kojih ćemo ocenjivati različite alternative i međusobno ih porediti.

4. Identifikacija alternativnih pravaca akcije (alternativa, opcija)

Faza identifikacija skupa akcija je značajna zbog toga što naš konačni izbor ne može biti bolji od najbolje alternative na listi. Zato formiranju skupa opcija treba da posvetimo dovoljno vremena, ali i da pokažemo fleksibilnost u daljem procesu odlučivanja.

5. Prikupljanje informacija

Proces rešavanja problema je nemoguće sprovesti bez informacija. One se javljaju već u fazi posmatranja, a neophodne su i u fazi otkrivanja alternativa. Ovde se istovremeno srećemo sa dve dijametralno različite situacije.

S jedne strane, često ne raspolažemo potrebnim informacijama, ili su one nedovoljno precizne i/ili nepouzdane. To se, pre svega odnosi na neizvesno okruženje u kojem ćemo sprovoditi izabranu akciju, ali i na neke osobine samih alternativa među kojima vršimo izbor.

S druge strane, može nam se dogoditi da budemo preplavljeni relevantnim podacima, tako da njihovo izobilje stvara drugu vrstu problema. Ovde se kao dominantno ograničenje javljaju naše skromne kognitivne sposobnosti, zbog kojih ne uspevamo da sagledamo sve komponente složenog problema i obradimo sve raspoložive informacije.

6. Ocenjivanje (evaluacija) alternativa

Postupak evaluacije alternativa je mnogo složeniji i suptilniji od prostog numeričkog poređenja njihovih ishoda. Da bismo ga objektivizirali, primenjujemo matematičke modele. U okviru normativne teorije odlučivanja i operacionih istraživanja postoji veliki broj različitih modela i metoda izbora koji su namenski konstruisani i prilagođeni specifičnostima pojedinih problema.

7. Izbor alternative

Izbor alternative je poenta celokupnog procesa odlučivanja. On predstavlja logičan završetak prethodnih faza i direktno sledi iz rezultata faze evaluacije alternativa.

Postupak evaluacije u velikoj meri zavisi od toga da li se u ulozi donosioca odluka pojavljuje pojedinac ili grupa. Individualne odluke zasnivamo na ličnim preferencijama, tj. nastojimo da zadovoljimo lične interese u najširem smislu.

Kada, kao pojedinci donosimo odluku u ime organizacije, onda se prevashodno rukovodimo svojim viđenjem interesa firme, utoliko više ako su oni saglasni sa našim ličnim interesima.

U nekim fazama donošenja odluke, grupa može biti u prednosti u odnosu na pojedinca, dok će u drugima sukob mišljenja i interesa dodatno otežavati, a često i usporiti odlučivanje i nepovoljno uticati na kvalitet odluke.

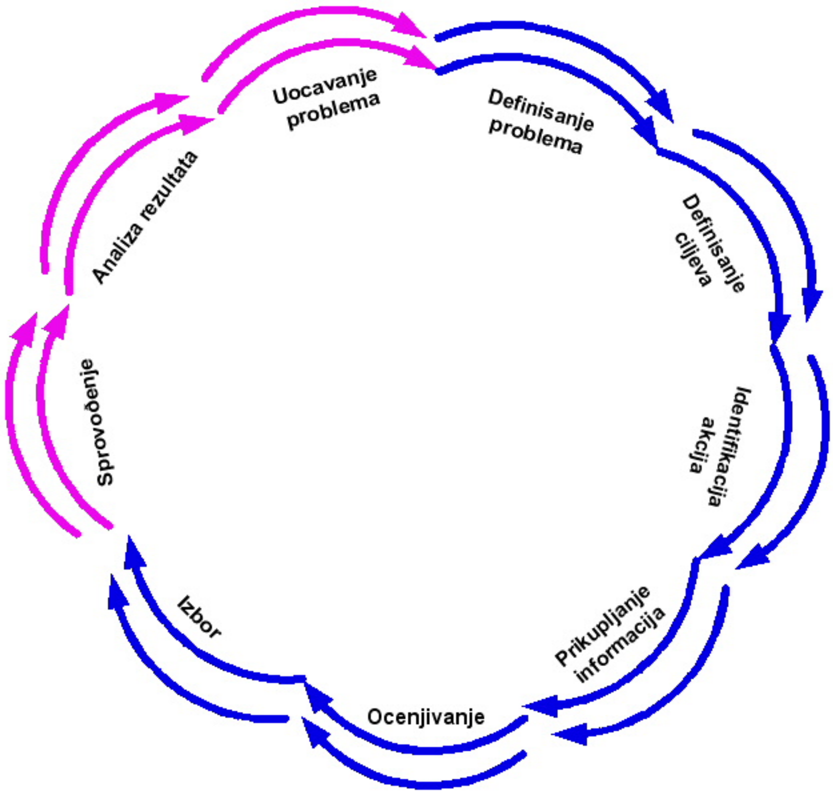
8. Sprovođenje akcije

Nakon završenog procesa odlučivanja, pristupamo sprovođenju odluke. Možemo je realizovati u jednom trenutku, ako je reč o alternativi ili u određenom vremenskom periodu, ako je predmet izbora bila akcija.

Na uspeh akcije će pored brojnih nekontrolisanih faktora, uticati i njena „sprovodljivost“, kao i sposobnost odgovornih menadžera. „Sprovodljivost“ akcije predstavlja realnu mogućnost da se ona izvede; budući da je presudna za konačan rezultat, ona mora biti jedan od kriterijuma na osnovu kojih će se akcije (u fazi evaluacije) ocenjivati.

9. Analiza rezultata

Analiza rezultata podrazumeva i analizu procesa rešavanja problema, a u okviru njega posebno analizu procesa odlučivanja. Ona nam može otkriti da je skroman ostvareni rezultat posledica grešaka koje smo napravili u jednoj ili više faza postupka donošenja odluke.



Slika 1.1 Grafički prikaz procesa rešavanja problema

Prikazane faze rešavanja problema su u praksi retko precizno definisane i izdvojene kao zasebne celine, pa se i retko tako strogo pridržavamo njihovog redosleda. Vreme i napor koje ćemo posvetiti rešavanju nekog problema treba da zavise od njegove složenosti, značaja realizovanog ishoda ali i od našeg znanja i iskustva. [10]

2. DONOSIOC ODLUKE I NJEGOVE PREFERENCIJE

Prema normativnoj teoriji odlučivanja, donosioc odluke je savršeno racionalan pojedinac koji uvek zna šta hoće i nastoji da to realizuje. Mada se ciljevi koje pred sebom postavlja razlikuju po formulaciji, sadržini, složenosti i značaju, svi oni u osnovi sadrže zajedničku komponentu. To je želja donosioca odluke da poveća dobitke, odnosno, smanji ili izbegne gubitke u materijalnom, emocionalnom ili nekom drugom smislu. Pri tome se racionalni donosioc odluke rukovodi principom maksimizacije lične dobrobiti.

Činjenica je da svako od nas, u manjoj ili većoj meri, odstupa od ovog "ideala" koji ne razmatra izbore iz navike, brzoplete, nepromišljene ili hirovite odluke. Ipak, pažnja sa kojom se odluke donose obično raste sa njihovim značajem, tako da se pri važnim izborima pažljivo vrši procena prednosti i nedostataka pojedinih alternativa. Dobrobit koju pružaju alternative ocenjuje se na osnovu subjektivnih kriterijuma (želje, interesi, uverenja, moralni principi, ukusi i slično). Kao proizvod manje ili više saglasnih ili nesaglasnih uticaja svih ovih faktora formiraju se individualne preferencije, na osnovu kojih donosioc odluke izgrađuje stav prema alternativama i opredeljuje se za jednu od njih.

Da bi doneta odluka bila racionalna, preferencije treba da zadovolje neke polazne pretpostavke. Za precizno definisanje ovih pretpostavki neophodno je upoznavanje sa osnovnim relacijama preferencije i indiferencije. [10]

2.1. Relacije preferencije i indiferencije

Pretpostavimo da donosioc odluke raspolaže skupom akcija (alternativa) koje imaju samo po jedan poznat ishod, tako da se preferencije između akcija određuju na osnovu preferencija između njihovih ishoda. U opštem slučaju akcije se obeležavaju sa Ai, i=1,2,...,m; zbog jednostavnosti izlaganja biće: Al=x, A2=y, A3=z,…,Ai=v,..., Am=w. Ako se prilikom poređenja dve alternative, x i y, smatra da je alternativa x bolja od alternative y, onda je x (strogo) preferirano u odnosu na y,

tj. **x P y ili x > y**

U slučaju slobodnog izbora, donosioc odluke bira alternativu x, odnosno, biće razočaran ako bude prinuđen da prihvati y.Ako su alternative x i y podednako dobre, tada je donosioc odluke indiferentan između x i y, ili:

x I y ili x~y

Prilikom izbora izmeđuu x i y svejedno je koja će alternativa biti izabrana, odnosno, donosioc odluke će biti podjednako zadovoljan ili nezadovoljan da dobije x ili y. (Ovde je važno imati na umu da donosioc odluke nije indiferentan prema alternativama, već prema izboru između njih, tj. svejedno mu je koju će alternativu dobiti, a ne da li će je dobiti ili ne.) [17]

2.2 Uslovi racionalnosti

Da bi se donela racionalna odluka neophodno je da preferencije ispune nekoliko uslova koji se nazivaju uslovima racionalnosti ili uslovima logičke konzistentnosti i formalno su izraženi u vidu sledećih aksioma:

Asimetričnost - Za bilo koje dve alternative, x i y, važi:

ako xPy, onda nije yPx.

Kao neposredne posledice ove relacije, dobijaju se sledeće osobine:

ako xPy, onda nije xIy,
ako xIy, onda nije xPy i nije yPx.

Nezavisno od toga kakve su preferencije između dve alternative, tj. da li se x smatra boljom od y ili obrnuto, ili su jednako dobre, pretpostavlja se da su one relativno stabilne, tj. da se ne menjaju u periodu između izbora akcije i njene realizacije. Relativna stabilnost preferencija, međutim, nikako ne znači da će se pri ponovljenim izborima izmedu x i y uvek birati ista opcija.

Postoji relativno mali broj alternativa među kojima se donosioc odluke uvek i bezuslovno opredeljuje za jednu od njih. Takve su striktne ili bezuslovne preferencije i one su određene etičkim principima, religijom, zdravstvenim razlozima i slično. U ostalim slučajevima preferencije se formiraju pod uticajem brojnih faktora i njihovih različitih kombinacija, zbog čega ih karakteriše fleksibilnost, tj. relativna nestabilnost, kao i tendencija promene tokom vremena.

Kompletnost - Za bilo koje dve alternative, x i y, ili se x preferira u odnosu na y, ili y preferira u odnosu na x, ili postoji indiferentnost između njih, tj.

xPy ili yPx ili xIy

Uslov kompletnost zahteva da je donosioc odluke, bez obzira na stepen sličnosti ili različitosti alternativa među kojima bira, uvek u stanju da odredi preferencije. Mada deluje kao veoma blag, ovaj uslov ne može se uvek zadovoljiti. Neodlučnost se može javiti pri izboru između dve veoma povoljne ili nepovoljne alternative, ili kada se alternative među sobom toliko razlikuju da se ocenjuju na osnovu potpuno različitih kriterijuma. Ali, to nije isto što i svesno odlaganje odluke. Ako se konačan izbor odloži sa namerom da se preispitaju preferencije, donosi se specifična odluka koja štiti od brzopletog izbora neoptimalne opcije; u tom slučaju, odlaganje odluke može se smatrati racionalnim izborom. [3]

Tranzitivnost - Za bilo koje tri opcije x, y, z, važi da ako se x preferira u odnosu na y i y preferira u odnosu na z, onda se x preferira u odnosu na z, tj.

ako xPy i yPz, onda xPz

i ako postoji indiferentnost između x i y, i između y i z, onda postoji indiferentnost i između x i z, tj.

ako xIy i yIz, onda xIz.

2.3 Ordinalna funkcija korisnosti

Opcijama rangiranim po preferencijama moguće je pridružiti brojeve koji odražavaju njihov relativan značaj ili korisnosti, a koje se nazivaju ordinalne funkcije korisnosti. Preciznije rečeno, ordinalna funkcija korisnosti je funkcija koja strukturu preferencija preslikava u skup realnih brojeva. Naziva se ordinalnom jer brojevi otkrivaju samo poredak opcija o preferencijama, pri čemu se veći broj pridružuje bolje rangiranoj alternativi, o čemu će biti reči u daljem tekstu.

3. MODEL DONOŠENJA ODLUKE

3.1 Tabela odlučivanja i elementi odluke

Tabela odlučivanja predstavlja standardni način prikazivanja problema izbora u uslovima neizvesnosti (tabela 3.1.a,b)[10]. U njoj su sadržani elementi odluke.

Tabela 3.1.a

Akcija	Događaj					
	S_1	S_2	...	S_j	...	S_n
A_1	v_{11}	v_{12}	...	v_{2j}	...	v_{2n}
A_2	v_{21}	v_{22}	...	v_{2j}	...	v_{2n}
...	...	...	...	...	...	...
A_i	v_{i1}	v_{i2}	...	v_{ij}	...	v_{in}
...	...	...	...	...	...	...
A_m	v_{m1}	v_{m2}	...	v_{mj}	...	v_{mn}

Tabela 3.1.b

Akcija	Događaj					
	S_1	S_2	...	S_j	...	S_n
A_1	u_{11}	u_{12}	...	u_{1j}	...	u_{1n}
A_2	u_{21}	u_{22}	...	u_{2j}	...	u_{2n}
...	...	...	...	...	...	...
A_i	u_{i1}	u_{i2}	...	u_{ij}	...	u_{in}
...	...	...	...	...	...	...
A_m	u_{m1}	u_{m2}	…	u_{mj}	…	u_{mn}

Redovima tabele prikazujemo pojedine akcije (alternative, opcije) među kojima biramo, A_i, i=1,2,…,m, kolone odgovaraju mogućim događajima (okolnostima, „stanjima prirode“) u kojima se akcije sprovode, S_j, j=1,2,…,n, dok se u presecima redova i kolona nalaze posledice, ishodi akcija, v_{ij}, i=1,2,…m, j=1,2,…,n. Za svaku kombinaciju akcija-događaj postoji tačno jedan ishod. To pokazuje da je konačan rezultat određen ne samo akcijom koju smo svesno izabrali, već i uticajem faktora, koji su van domašaja naše kontrole.[2]

Pravilna konstrukcija tabele odlučivanja podrazumeva:

- da je skup alternativa kompletan (da smo analizom obuhvatili sve raspoložive akcije);
- da je skup događaja kompletan (mora se javiti jedan od njih) i da se događaji među sobom isključuju (pojava jednog događaja automatski isključuje pojavu ostalih);
- da su ishodi akcija izraženi u numeričkim vrednostima pokazatelja uspeha (koje obeležavamo sa v_{ij}, $i=1,2,\ldots,m$, $j=1,2,\ldots,n$ (tabela 1.1.a)) ili u korisnostima (koje obeležavamo sa u_{ij}, $i=1,2,\ldots,m$, $j=1,2,\ldots,n$ (tabela 1.1.b)).

Elementi odluke

3.1.1 Alternativa (akcija, opcija)

Alternativa, akcija ili opcija je ono što donosiocu odluke stoji na raspolaganju kao mogućnost izbora prilikom donošenja odluke. Pri odlučivanju treba uzeti u obzir sve moguće pravce akcije (kompletan skup alternativa), kako bi se analizom obuhvatila i optimalna opcija. Lista akcija je, pre svega, određena specifičnostima problema koji se rešava. Ponekad se problem odlučivanja svodi na sam čin kreiranja alternative, kakav je slučaj sa dizajniranjem prototipa novog proizvoda. Nekada je lista opcija unapred data, kao prilikom izbora iz skupa kandidata koji su se prijavili na konkurs za posao. U nekim slučajevima broj opcija je toliko veliki da se, zbog nedostatka vremena ili relativno malog značaja samog problema, lista formira na osnovu iskustva. Kada se donosioc odluke prvi put sreće sa problemom, pored znanja i iskustva, na skup mogućih rešenja u velikoj meri utiče i njegova kreativnost. Ali, nezavisno od specifičnosti različitih situacija, pažnja se uvek usmerava samo na akcije koje je objektivno moguće realizovati i koje su u skladu sa zakonskom regulativom i moralnim normama. Izbor se vrši poređenjem mogućih ishoda akcija. Akcija čiji su ishodi u svim okolnostima jednako dobri i bar u jednoj okolnosti bolji od ishoda druge akcije, naziva se dominantnom akcijom. Druga, inferiorna, akcija naziva se dominiranom akcijom. Budući da je donosioc odluke kao racionalni pojedinac nikada neće izabrati, ova akcija se isključuje iz dalje analize.[3]

3.1.2 Događaj

Kada se, nakon izbora, pristupi realizaciji akcije, ne može se sa sigurnošću predvideti ishod. Razlog tome je veoma složeno i često nepredvidivo okruženje koje utiče na buduće rezultate. Može se reći da, sva dešavanja u okruženju nisu relevantna za rezultate konkretne odluke, zbog čega je neophodno identifikovati samo faktore i njihove kombinacije koji utiču na ishode posmatranih akcija, a koji se mogu javiti u fazi realizacije. Ove relevantne okolnosti nazivaju se događajima.

Ako na rezultate odluke utiče samo jedan nekontrolisani faktor, broj događaja će zavisiti od efekata koje taj faktor može imati na ishode akcija. Ako na rezultate odluke utiče veći broj nekontrolisanih faktora, onda se događaji definišu unakrsnim kombinacijama njihovih različitih vrednosti.

Nezavisno od broja faktora koji utiču na ishode posmatranih akcija, događaji se moraju jasno razgraničiti, tako da pojava jednog događaja automatski isključuje pojavu bilo kog drugog događaja. Pored toga, donosioc odluke mora biti siguran da će se jedan od njih svakako javiti. To zapravo znači da je okruženje u kojem se sprovodi akcija poznato, u smislu da se znaju njegovi mogući pojavni oblici (događaji). Ono što se ne zna i što predstavlja izvor neizvesnosti, jeste koji će se od definisanih događaja realizovati. [3]

3.1.3 Ishod akcije

Ishodi akcija mogu se posmatrati i prikazivati na različite načine. Po Macku (1971.) ostvareni rezultati mogu se prikazati kao:

- Primarni rezultati - ishodi akcija se prikazuju u operativnom izrazu, odnosno, u jedinicama mere u kojima se tradicionalno izražavaju (npr. mesečna proizvodnja iznosi 10.000 komada);

- Surogati - rezultati akcija se prikazuju u jedinicama mere izabranih pokazatelja uspeha (npr. mesečni profit je 1.000.000 din.);

- Ocenjeni rezultati - ishodi se ocenjuju sa aspekta preferencija i izražavaju zadovoljstvo ili nezadovoljstvo donosioca odluke postignutim rezultatima; prikazuju se numerički, jedinicama korisnosti (npr. na skali od 0 do 100 rezultat se “ocenjuje” sa 85, što znači da je donosioc odluke veoma zadovoljan ishodom).

Obzirom da racionalno ponašanje donosioca odluke podrazumeva izbor akcije kojom se dobrobit maksimizira, ishodi akcija bi se trebalo porediti po stepenu satisfakcije koji pružaju, odnosno na osnovu ocenjenih rezultata. Ipak, u poslovnoj praksi ishodi se najčešće izražavaju pokazateljima uspeha (“surogatima”), u novčanom izrazu kao maksimizacija prihoda ili minimizacija troškova. Međutim, novčani prikaz nije uvek prikladan i realno moguć. Naime, brojnim kvalitativnim ciljevima je nemoguće odrediti novčane ekvivalente (npr. Dobri međuljudski odnosi u firmi). Takođe, postoje i realno merljivi ciljevi koji nisu u savršenoj korelaciji sa ostvarenim prihodima ili troškovima (npr. porast učešća na tržištu). Zato je neophodno izabrati takav pokazatelj uspeha koji najpribližnije odslikava stepen realizacije postavljenog cilja. Pri tome se mora imati u vidu činjenica da izabrani pokazatelj uspeha značajno utiče na izbor. Naime, sa promenom pokazatelja menja se i aspekt ishoda, zbog čega se i konačni izbori iz istog skupa akcija mogu među sobom razlikovati.[17]

4. KARAKTERISTIKE ODLUKE

Odluke se donose na različite načine; nekada je reč o vrlo jednostavnim procesima, a ponekad je, da bi uopšte bile donete, neophodno vršiti izuzetno složene analize. Bez obzira na način donošenja, svaka odluka ima svoje opšte karakteristike vezane za posmatrani problem odlučivanja. Reč je o tri međuzavisne i relevantne karakteristike (slika 4.1): važnost odluke, vreme i troškovi vezani za donošenje odluke, i stepen složenosti. [3]

```
V A Ž N O S T
R         R
E         O
M         Š
E         K
S L O Ž E N O S T
```

Slika 4.1 Karakteristike odluke

Sve odluke nemaju istu važnost, a i posledice primene donetih odluka pri rešavanju različitih problema nemaju uvek istu težinu. Upravo zbog toga se i metodi koji se koriste prilikom donošenja odluke razlikuju od slučaja do slučaja. To naročito važi za situacije kada se pretpostavlja da će se posledice donetih odluka protezati u dužem vremenskom periodu.

Vreme i troškovi vezani za proces odlučivanja izuzetno su značajni, pogotovo pri donošenju poslovne odluke. Odluke se moraju donositi na vreme, a period njihovog pripremanja i donošenja ne sme biti neracionalno dug. Slične konstatacije odnose se i na troškove. Vrednost odluke svakako ne sme biti manja od troškova nastalih pri njenom donošenju, ali treba napomenuti da je cena pogrešne odluke ipak najveća.

Stepen složenosti svake odluke raste ako je za njeno donošenje potrebno razmatrati veći broj promenljivih koje su relevantne za problem, operisati sa strogo zavisnim ili sekvencijalnim promenljivim, i koristiti nekompletne ili nepouzdane podatke koji opisuju promenljive. [3]

4.1 Dobra i loša odluka

Uspesi ili promašaji koje čovek postiže u privatnom i profesionalnom životu u velikoj su meri uslovljeni upravo odlukama. Bez namere da se potcene objektivna ograničenja, kao I povremeni uticaji povoljnih ili nepovoljnih sticaja okolnosti, može se reći da je čovek najčešće sam odgovoran ili zaslužan za stanje u kojem se nalazi. Ono je proizvod niza odluka koje je čovek sukcesivno donosio u prošlosti, a ponekad i posledica samo jedne odluke koja mu je iz korena promenila život. Zato se neminovno nameće pitanje: Kako se donose dobre odluke? Da bi se dao odgovor na ovo pitanje potrebno je precizno odrediti šta je dobra odluka. Umesto jedinstveno usvojene definicije dobre odluke, u literaturi se mogu naći dva dijametralno različita pristupa:

- po prvom pristupu, “kvalitet” odluke ocenjuje se na osnovu njenog rezultata;
- po drugom, odluka se ocenjuje na osnovu primenjene procedure izbora.

Ukoliko se donosioc odluke opredeli za prvi pristup, onda se o “kvalitetu” odluke može govoriti ex post, tj. nakon realizacije izabrane akcije. Da bi odluka bila okarakterisana kao dobra ili loša potrebno je raspolagati potpunom informacijom o ostvarenom rezultatu. Ipak, mora se imati u vidu da on ne zavisi samo od izabrane akcije, već i od niza povoljnih ili nepovoljnih okolnosti koje su se javile tokom njene realizacije. Zato odluka koja je bila dobra u prošlosti, u novim okolnostima može imati nepovoljne efekte, kao što i potpuno nerazumna odluka može doneti izuzetno dobre rezultate. Upravo iz tih razloga, odluku ne bi trebalo ocenjivati isključivo na osnovu njenih ishoda, niti je sasvim opravdano da se na osnovu ranijih rezultata sugerišu slični budući izbori.

Po drugom pristupu, ocenjivanje se zasniva na proceduri koja je prethodila samom izboru, tj. ex ante. Odluka je dobra ako je problem detaljno proučen, postavljeni jasni ciljevi, analizom obuhvaćene sve raspoložive akcije, ocenjeni mogući ishodi primenom određenih modela, i pri tome korišćene raspoložive informacije. Suprotno tome, loša odluka znači nepromišljen, brzoplet, nekonzistentan izbor, koji se vrši ignorišući dostupne informacije. Treba napomenuti da između ocena kvaliteta odluke ex ante i ex post, u krajnjoj instanci, postoji veza. Naime, što se više pažnje posveti načinu donošenja odluke i pravilno se sprovedu sve faze odlučivanja, veće su šanse da ostvareni rezultati budu povoljni.

5. VRSTE ODLUČIVANJA

U praksi se najčešće sreću situacije u kojima na ishod svake pojedine akcije utču brojni nekontrolisani faktori, odnosno okolnosti u kojima se ona sprovodi. Ako bi u skupu akcija postojala jedna koja ima jednako dobre ili bolje ishode od ostalih, problem izbora bio bi lak. Ali, akcije u različitim okolnostima imaju različito prihvatljive ishode, zbog čega se problem izbora značajno komplikuje.

Do sada se pretpostavljalo da je skup mogućih događja kompletan i da su događaji tako definisani da se među sobom isključuju. Pri tome su zanemarene verovatnoće njihovog pojedinačnog javljanja. Po ovom kriterijumu razlikuju se tri vrste uslova u kojima se odluke donose, a to su:

- uslovi (potpune) neizvesnosti;
- uslovi rizika (merljive neizvesnosti);
- uslovi izvesnosti.

Prema ovoj klasifikaciji Knighta (1921.), proces odlučivanja deli se na odlučivanje u uslovima neizvesnosti, rizika i izvesnosti.

5.1 Odlučivanje u uslovima neizvesnosti

Prilikom donošenja odluke u uslovima neizvesnosti moguće je odrediti buduće događaje, ali ne i njihovu verovatnoću. Ovakve situacije su za donosioca odluke veoma nepovoljne, ali su ponekad neizbežne. Javljaju se npr. u istraživačkim projektima, kao i u poslovnoj praksi, prilikom uvođnja potpuno novog proizvoda ili nove tehnologije, nastupa na novo tržište i sl.

U ovakvim slučajevima, neizvesnost se isključivo vezuje za mogućnost realizacije pojedinih događaja, dok su sami događaji poznati.

5.2 Odlučivanje u uslovima rizika

Između dve krajnosti, izvesnosti i neizvesnosti, nalazi se odlučivanje u uslovima rizika. Ovo su situacije kada su poznate verovatnoće javljanja svakog pojedinog događaja. Važno je sledeće:

- događaji se definišu tako da se međusobno isključuju; to su disjunktni događaji, Si $\cap$Sj =$\emptyset$, i,j=1,2,…..,n,i $\neq$ j, kada je verovatnoća njihovog istovremenog javljanja jednaka nuli.
- analizom se obuhvataju svi mogući događaji, tako da je izvesno da će se jedan od njih javiti; drugim rečima, zbir pojedinačnih verovatnoća događaja jednak je jedinici. Ako se verovatnoća događaja Sj, j=1,2,...,n, obeleži sa v(Sj), onda je:

$$\sum_{j=1}^{n}(Sj) = I$$

Verovatnoća događaja Sj obeležava se kraće sa v(Sj)=vj.

5.3 Odlučivanje u uslovima izvesnosti

Za odlučivanje u uslovima izvesnosti važno je poznavanje svih karakteristika okruženja u kojem će se izabrana akcija sprovesti. Budući da su rezultati svih akcija unapred poznati, problem odlučivanja deluje jednostavno: potrebno je uporediti ishode svih akcija i izabrati onu kojom se u najvećem stepenu postiže cilj. Ipak, problemi odlučivanja u uslovima izvesnosti u praksi mogu biti veoma složeni. Tada se izbor akcije vrši pomoću različitih metoda i tehnika operacionih istraživanja, npr. Linearnim programiranjem, primenom metoda višekriterijumskog odlučivanja, raznim računarskim programima, itd.

Podela na tri vrste odlučivanja je fiktivna, jer se najbrojnije odluke donose u uslovima koji ne pripadaju nijednoj od navedenih grupa. Naime, da li će se konkretna situacija posmatrati u uslovima izvesnosti, rizika ili neizvesnosti, zavisi, pre svega, od preciznosti i pouzdanosti sa kojom donosioc odluke ocenjuje verovatnoće događaja.

6. METODI IZBORA U SLUČAJU NEIZVESNOSTI

Najpoznatije metode izbora koje primenjujemo u uslovima neizvesnosti su:

a) Optimistički (Maximax) metod;
b) Pesimistički (Valdov ili Maximin) metod;
c) Metod otimizma-pesimizma (Hurvicov);
d) Metod minimax kajanja (Sevidžov);
e) Princip nedovoljnog razloga (Laplasov).

Navedene metode počivaju na različitim logičkim osnovama, zbog čega se i njihovi konačni izbori međusobno razlikuju. [14]

6.1 Optimistički metod (Maximax)

Donosilac odluke koji se opredeljuje za ovaj metod je optimista u pogledu mogućih rezultata. On polazi od nerealne pretpostavke da će se uvek realizovati onaj događaj koji mu omogućuje da izabranom akcijom postigne njen najbolji mogući rezultat. Postupak se tako svodi na poređenje samo najboljih rezultata svih akcija i izbor najbolje među njima. Otuda i naziv maximax metod, koji simbolima izražen glasi:

$$\mathbf{max_i \{max_j (u_{ij})\} , i=1,2,..,n,}$$

6.2 Pesimisticki metod (Maximin)

Donosilac odluke koji primenjuje ovaj metod ispoljava izraziti pesimizam u pogledu udućih rezultata, jer očekuje da će akciju sprovoditi u najnepovoljnijim okolnostima. Drugim rečima, koju god akciju da izaberemo očekujemo da ćemo ostvariti njen najslabiji rezultat. Iz tog razloga biramo onu akciju koja garantuje najbolji među najgorim ishodima, odnosno akciju kojom maksimiziramo minimalnu korisnost:

$$\textbf{max}_i \left\{ \textbf{min}_j (u_{ij}) \right\}, \ i=1,2,..,m, \ j=1,2,\ldots,n.$$

Primer 6.1

Posmatrajmo sledeći problem izbora:

Tabela 6.1.1

AKCIJA	DOGAĐAJ				
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
A_1	7	3	5	9	15
A_2	15	7	3	8	10
A_3	9	4	9	10	3
A_4	8	8	9	10	2

Odrediti najbolju alternativu primenom:

a) maximax metode
b) maximin metode

REŠENJE

a) Tabela 6.1.2 Maximax metod

AKCIJA	DOGAĐAJ					maximax metod		
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	I korak	II korak	Opt. akcija
A_1	7	3	5	9	15	15	9	
A_2	15	7	3	8	10	15	10	A_2
A_3	9	4	9	10	3	10	-	
A_4	8	8	9	10	2	10	-	

b) Tabela 2. Maximin metod

AKCIJA	DOGAĐAJ					maximin metod		
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	I korak	II korak	Opt. akcija
A_1	7	3	5	9	15	3	5	
A_2	15	7	3	8	10	3	7	A_2
A_3	9	4	9	10	3	3	4	
A_4	8	8	9	10	2	2	-	

Primer 6.2

Posmatrajmo sledeći problem izbora:

Tabela 6.2.1

AKCIJA	DOGAĐAJ				
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
A_1	12	7	14	9	1
A_2	11	7	3	8	10
A_3	9	14	9	10	3
A_4	8	8	9	10	2

Odrediti najbolju alternativu primenom:

c) maximax metode
d) maximin metode

REŠENJE

a) Tabela 6.2.2 Maximax metod

AKCIJA	DOGAĐAJ					maximax metod		
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	I korak	II korak	Opt. akcija
A_1	12	7	14	9	1	14	12	A_1
A_2	11	7	3	8	10	11	-	
A_3	9	14	9	10	3	14	10	
A_4	8	8	9	10	2	10	-	

b) Tabela 6.2.3 Maximin metod

AKCIJA	DOGAĐAJ					maximin metod		
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	I korak	II korak	Opt. akcija
A_1	12	7	14	9	1	1	-	
A_2	11	7	3	8	10	3	7	
A_3	9	14	9	10	3	3	9	A_3
A_4	8	8	9	10	2	2	-	

Primer 6.3

Za datu tabelu odrediti najbolju alternative (akciju) primenom maximax maximin metoda.

Tabela 6.3.1

AKCIJA	STANJA				
	S1	S2	S3	S4	S5
A1	7	2	5	9	15
A2	6	2	4	8	15
A3	7	4	2	10	13
A4	9	4	3	10	12

REŠENJE

Tabela 6.3.2

AKCIJA	STANJA					Maximax metod			Maximin metod		
	S1	S2	S3	S4	S5	I korak	II korak	Izbor	I korak	II korak	Izbor
A1	7	2	5	9	15	15	9	A1	2	5	A1
A2	6	2	4	8	15	15	8		2	4	
A3	7	4	2	10	13	10	/		2	4	
A4	9	4	9	10	12	12	/		2	4	

Na osnovu tabele možemo da zaključimo da je za maximax kriterijum najbolja alternative A1, a za maximin kriterijum je takođe alternative A1 najbolja,za ovu alternative izabrali smo najveću vrednost od najminimalnijih vrednosti,obzirom da se radi o maximin kriterijumu, da je birana najniža vrednost od minimalnih vrednosti, kriterijum bi se zvao minimin, ali ovaj kriterijum nije predmet razmatranja.

Primer 6.4

Za datu tabelu odrediti najbolju alternative(akciju) primenom: maximax i maximin metode:

Tabela 6.4.1

AKCIJA	DOGAĐAJ			
	S1	S2	S3	S4
A1	2	8	5	4
A2	4	5	8	1
A3	3	8	5	2
A4	2	4	8	3
A5	6	4	6	2

REŠENJE

Tabela 6.4.2

AKCIJA	DOGAĐAJ				Maximax metod					Maximin metod				
	S1	S2	S3	S4	I	II	III	IV	izbor	I	II	III	IV	izbor
A1	2	8	5	4	8	5	4	2	A1	2	4	5	/	
A2	4	5	8	1	8	5	4	1		1	/	/	/	
A3	3	8	5	2	8	5	3	/		2	3	/	/	
A4	2	4	8	3	8	4	/	/		2	3	/	/	
A5	6	4	6	2	6	/	/	/		2	4	6	6	A5

Na osnovu tabele može se zaključiti da je primenom maximax kriterijuma najbolja akcija A1 , a primenom maximin kriterijuma najbolja akcija A5.

Pri rešavanju zadataka primenom maximax i maximin kriterijuma treba napomenuti, da u slučaju ako se dobiju iste maksimalne ili minimalne vrednosti za više akcija ide se na drugi korak sve do momenta dok ne dobijermo samo jednu najbolju askciju.Ako se dođe do kraja upoređivanja i dobijemo iste vrednosti za dve akcije, onda se može zaključiti, da su obe akcije pođednako dobre bez obzira koja se od njih izabere.

6.3 Metod optimizma-pesimizma (Hurvicov)

U racionalnom odlučivanju nema masta neosnovanom optimizmu niti preteranom pesimizmu. Zato je Hurvic predložio njihovu modifikaciju u vidu tzv. metoda optimizma-pesimizma, kojim se akcije ocenjuju na osnovu njihovih ekstremnih ishoda. Da bismo bili konzistentni u ocenjivanju, ekstremne ishode svih akcija treba da vrednujemo na isti način. Zato svaku akciju ocenjujemo na osnovu ponderisanog zbira njenog najboljeg i najgoreg rezultata, pri čemu su ponderi (težinski koeficijenti) jednaki za sve akcije. Najbolji ishod množimo tzv. Indeksom optimizma, α $(0 \le \alpha \le 1)$, a najslabiji ishod njegovim komplementom, 1- α. Hurvicov metod glasi:

$$\mathbf{max_i} \left\{ \mathbf{max_j\,(u_{ij})*\alpha + min_j\,(u_{ij})*(1-\alpha)} \right\} \mathbf{..,i=1,2,..,m,\ \ j=1,2,\ldots,n.}$$

Za podatke iz tabele 6.1.2 i 6.2.2 Hurvicov metod ima sledeće vrednosti navedene u tabeli:

Tabela 6.3.1a

AKCIJA	Najgori ishod $min_j(u_{ij})=u_i$	Najbolji ishod $max_j(u_{ij})=U_i$	Hurvicov metod $U_i\alpha+u_i(1-\alpha)$	Optimalna akcija
A_1	3	15	15∗0,4+3∗0,6=7,8	A_1(7,8)
A_2	3	15	15∗0,4+3∗0,6=7,8	A_2(7,8)
A_3	3	10	10∗0,4+3∗0,6=5,8	
A_4	2	10	10∗0,4+2∗0,6=5,2	

Za podatke iz tabele 6.2.2 i 6.2.3 Hurvicov metod ima sledeće vrednosti date tabelom:

Tabela 6.3.2a

AKCIJA	Najgori ishod $min_j(u_{ij})=u_i$	Najbolji ishod $max_j(u_{ij})=U_i$	Hurvicov metod $U_i\alpha+u_i(1-\alpha)$	Optimalna akcija
A_1	1	14	14∗0,4+1∗0,6=6,2	
A_2	3	11	11∗0,4+3∗0,6=5	
A_3	3	14	14∗0,4+3∗0,6=7,4	A_3(7,4)
A_4	2	10	10∗0,4+2∗0,6=5,2	

6.4 Metod minimax kajanja (Sevidžov)

Sevidžov metod ne možemo da primenimo na originalne podatke, prikazane tabelom isplata, već je potrebno da formiramo novu tabelu. Nazivamo je tabelom (matricom) gubitaka i izvodimo je iz originalne tabele na sledeći način: Za svaki događaj S_j, j=1,2,...n, (u svakoj koloni) nalazimo najbolji ishod ($max_i\ u_{ij}=U_j$, i=1,2,..,m); ovom ishodu pripisujemo nulu u tabeli gubitaka jer u slučaju izbora akcije sa najboljim ishodom nema kajanja. Kajanje se javlja ako smo izabrali jednu od preostalih akcija; prikazujemo ga razlikom između najboljeg ishoda u koloni S_j, U_j i ishoda ostvarenog primenom date akcije, tj. $k_{ij}=U_j-u_{ij}$. [14]

Tabela 6.4.1a Izbor Sevidžovim metodom ()

Akcija	Tabela isplata					Tabela gubitka					Sevidžov metod	
	S1	S2	S3	S4	S5	S1	S2	S3	S4	S5	Max_i k_{ij}	$min_{i\{}max_j$ $k_{ij\}}$
A1	7	3	5	9	15	8	5	4	1	0	8	
A2	15	7	3	8	10	0	1	6	2	5	6	A2(6)
A3	9	4	9	10	3	6	4	0	0	12	12	
A4	8	8	9	10	2	7	0	0	0	13	13	

Tabela 6.4.2a Izbor Sevidžovom metodom

Akcija	Tabela isplata					Tabela gubitka					Sevidžov metod	
	S1	S2	S3	S4	S5	S1	S2	S3	S4	S5	Max_i k_{ij}	$min_{i\{}max_j$ $k_{ij\}}$
A1	12	7	14	9	1	0	7	0	1	9	9	
A2	11	7	3	8	10	1	7	11	2	0	11	
A3	9	14	9	10	3	3	0	5	0	7	7	A3(7)
A4	8	8	9	10	2	4	6	5	0	8	8	

6.5 Princip nedovoljnog razloga (Laplasov)

Do sada navedeni metodi zanemaruju verovatnoće javljanja pojedinih okolnosti. Njihovi autori su to obrazlagali činjenicom da je u uslovima potpune neizvesnosti besmisleno da govorimo o verovatnoćama javljanja pojedinih događaja. Ipak, i pored maksimalne neizvesnosti tabela odlučivanja sadrži sve događaje koji mogu da se jave. Samim činom uključivanja pojedinih događaja u model, već im pripisujemo verovatnoće različite od nule i sigurni smo da će se jedan od njih javiti. Ako su nam verovatnoće nepoznate, možemo, na primer, da pretpostavimo njihovu jednakost.

Laplasov postulat: Ako ništa ne znam o budućim događajima, onda mogu smatrati da su oni jednako verovatni« naziva se i principom nedovoljnog razloga. Kada u tabeli odlučivanja pojedinim događajima pridružimo jednake verovatnoće, zadatak se svodi na izračunavanje očekivanih korisnosti akcija. Očekivanu korisnost akcije izračunavamo kao pnderisani zbir korisnosti njenih mogućih ishoda.

Tabela 6.5.1 Izbor Laplasovim metodom (za primer 6.1)

Akcija	Događaj					Laplasov metod	
	S1	S2	S3	S4	S5	$\sum_j 0{,}20 * u_{ij}$	$\max_i\{\sum j 0{,}20 * u_{ij}\}$
A1	7	3	5	9	15	7,8	
A2	15	7	3	8	10	8,6	A2
A3	9	4	9	10	3	7,00	
A4	8	8	9	10	2	7,4	
verovatnoća	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	-	-

Tabela 6.5.2 Izbor Laplasovim metodom(za primer 6.2)

Akcija	Događaj					Laplasov metod	
	S1	S2	S3	S4	S5	$\sum_j 0{,}20 * u_{ij}$	$\mathrm{Max}_i\{\sum j 0{,}20 * u_{ij}\}$
A1	12	7	14	9	1	8,4	
A2	11	7	3	8	10	7,8	
A3	9	14	9	10	3	9,000	A3
A4	8	8	9	10	2	7,40	
verovatnoća	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	-	-

7. ODLUČIVANJE U USLOVIMA RIZIKA

Odluke se u uslovima neizvesnosti donose samo na osnovu mogućih ishoda akcija u različitim okolnostima. Kao što je poznato, u uslovima rizika raspolaže se i verovatnoćama javljanja pojedinih događaja, koje se uključuju u analizu kao podednako važna determinanta konačnog izbora.

7.1 Faze odlučivanja u uslovima rizika

Postupak odlučivanja u uslovima rizika može se prikazati u sledeće četiri faze:

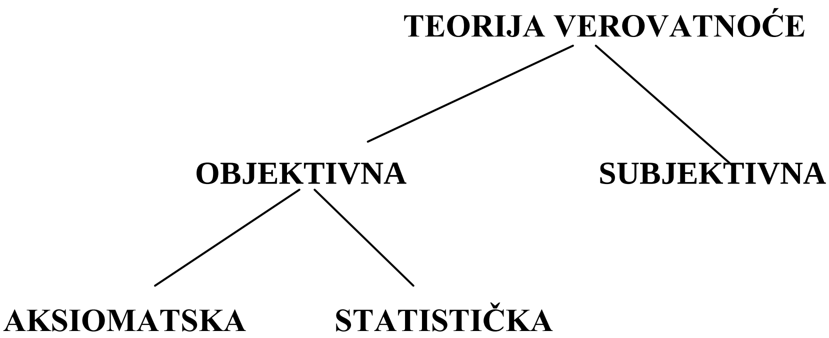
1. Analiza a priori - U ovoj fazi problem se prikazuje tabelom odlučivanja i na osnovu početno određenih (a priori) verovatnoća događaja računaju se očekivane vrednosti akcija, kao i očekivana vrednost potpune informacije (OVPI). Na osnovu nje donosi se odluka da li će se konačan izbor izvršiti odmah ili će se donošenje

odluke odložiti i prikupiti dopunska informacija. Ako je vrednost OVPI mala, onda se dopunska informacija ne nabavlja, već se odluka odmah donosi, tj. bira se akcija sa maksimalnom očekivanom novčanom vrednošću. U protivnom, ako je OVPI velika, pristupa se sledećoj fazi.

2. Analiza preaposteriori - U ovoj fazi definišu se pouzdani izvori informacija, čije je angažovanje ekonomski opravdano. Cena informacija treba da bude niska u poređenju sa OVPI, a dosadašnje iskustvo sa izabranim izvorom informacija treba biti pozitivno, u smislu da su prethodne prognoze bile pouzdane.
3. Analiza a posteriori - Ako je kupovina dopunske informacije opravdana, onda se nabavlja i na osnovu nje menjaju početne verovatnoće događaja. Zatim se, primenom korigovanih, a posteriori, verovatnoća izračunavaju očekivane vrednosti posmatranih akcija i na osnovu dobivenih rezultata vrši izbor.
4. Buduća analiza - Moguće je da dobiveni rezultati pokrenu nova pitanja i ukažu na potrebu za novim informacijama. Tada se ceo postupak ponavlja. Sa svakim sledećim uključenjem dopunskih informacija, prethodno izračunate a posteriori verovatnoće tretiraju se kao početne a priori verovatnoće, zatim se vrši njihova korekcija u nove a posteriori verovatnoće, sve dok se konačno ne odustane od prikupljanja novih informacija i pristupi izboru akcije.

7.2 Primena verovatnoće u teoriji odlučivanja

Prema teoriji verovatnoće, postoje dva različita pristupa koncepciji iste: subjektivan i objektivan (slika 7.2.1)



Slika 7.2.1 Pristupi koncepciji verovatnoće

Racionalan pristup problemu odlučivanja navodi na zaključak da bi osnovu odluke trebalo da čine "objektivne”, statističke, verovatnoće. Ipak, ne sme se prevideti da je okruženje u kojem se odluke donose u stalnom procesu promene, zbog čega primena ranije važećih relativnih frekvencija u rešavanju trenutnih ili budućih problema postaje problematična. Verovatnoće javljanja pojedinih događaja određuju se na osnovu raspoložive statistike dokumentacije, ali ne u njihovom izvornom obliku. Nijedna ocena verovatnoće u praksi nije čisto objektivna, niti čisto subjektivna. Ona predstavlja amalgam u kojem relativan značaj svake komponente varira u zavisnosti od situacije. Npr. ako se prognozira prodaja ustaljenog asortimana već afirmisanog proizvođača u stabilnim tržišnim uslovima, onda objektivna verovatnoća ima prioritet u odnosu na subjektivne procene. Ili, ako se problem javlja prvi put, npr. ako se predviđa nivo potražnje proizvoda na potpuno novom tržištu, onda verovatnoće koje se pripisuju događajima moraju biti subjektivne. Ali, ni one nisu u potpunosti lišene “objektivne komponente”, koja je prisutna u znanju i iskustvu iz ranijih sličnih situacija. Osnovni pojmovi u teoriji verovatnoće su slučajni eksperiment, prostor ishoda, elementarni događaj, događaj.

Slučajni eksperiment predstavlja matematički model slučajne pojave na kojem se proučavaju zakonitosti u njenom ponašanju. U njemu se unapred precizira šta će se registrovati kao rezultat. Ishod svakog pojedinačnog eksperimenta nije unapred poznat, a eksperiment se može ponavljati proizvoljan broj puta u neizmenjenim uslovima. Skup svih mogućih rezultata slučajnog eksperimenta naziva se prostor ishoda i označava sa Ω, a njegovi elementi su elementarni događaji ili ishodi, i označavaju se sa ω. Skup Ω može biti konačan (prebrojiv) ili beskonačan (neprebrojiv).

Slučajan događaj se definiše kao podskup skupa Ω i označava velikim slovom (A, B, C,...). Događaj A se realizuje ako i samo ako se realizuje neki ishod koji pripada skupu A. Skup Ω je događaj koji se realizuje uvek i naziva se siguran ili izvestan događaj. Prazan skup Ω je nemoguć događaj. Svakom događaju A odgovara suprotan ili komplementaran događaj A koji se realizuje ako i samo ako se događaj A ne realizuje. Za događaje A i B kažemo da su disjunktni ili da se međusobno isključuju ako se ne mogu istovremeno realizovati, tj. ako je njihov presek prazan skup. Unija događaja A i B (B U B) je događaj koji se realizuje ako i samo ako se realizuje bar jedan od događaja A i B. [6]

7.3 Metodi izbora u uslovima rizika

Postoji više metoda za rešavanje problema odlučvanja u uslovima rizika. Nakon postavke primere, biće analizirana primena dva metoda: metod očekivane novčne vrednosti i metod očekivanog kajanja.

7.3.1 Metod očekivane novčane vrednosti (ONV)

Ako je donosioc odluke neutralan u odnosu na rizik, on izbegava bilo kakvo rizično ponašanje prema posledicama i shodno tome " traži najverovatnije vrednosti” za svaku akciju za datu neizvesnost opisanu raspodelom apriori verovatnoća pojedinih stanja. Očekivana vrednost, sa druge strane, reflektuje najverovatnije vrednosti. Zbog toga donosioc odluke može računati očekivane vrednosti za svaku akciju i izabrati akciju čija očekivana vrednost ima najpovoljniji ishod. Očekivana vrednost se naziva očekivanom novčanom vrednošću i može se definisati na sledeći način:

Ako je promenljiva stanja S diskretna i ako uzima vrednost Sj, j=1,2,…,m, sa raspodelom apriori verovatnoća v(Sj), tada se očekivana novčana vrednost akcije Ai, tj. ONV(Ai), može definisati kao:

$$\mathbf{ONV(A_i)=} \quad \sum_{j=1}^{m} p_{\mathbf{ij}} * \mathbf{v(S_j)}$$

gde je p_{ij} plaćanje ako donosioc odluke izabere akciju Ai, a realizuje se stanje Sj. Na taj način donosioc odluke bira akciju za koju je očekivana novčana vrednost optimalna.

Sam metod se naziva metod očekivane novčane vrednosti ili ONV metod. Metod ONV za slučaj profita - Izabrati akciju za koju je očekivana novčana vrednost maksimalna:

$$\mathbf{ONV(A_k)=\max_{Ai}\{ONV(A_i)\}}$$

Metod ONV za slučaj troškova - Izabrati akciju za koju je očekivana novčana vrednost minimalna:

$$\mathbf{ONV(Ak)=\min_{Ai}\{ONV(A_i)\}}$$

Problem odlučivanja može se prikazati i u vidu drveta odlučivanja (slika). Ovaj pristup može biti prikladan i u situacijama kada se odluka ne ponavlja, već se donosi samo jedanput. Ako se, na primer, u jednom trenutku donosi više odluka, koje imaju istu strukturu, odnosno mogu se prikazati sličnom tabelom odlučivanja, onda se one mogu posmatrati kao jedna odluka koja se ponavlja više puta. Primenjujući princip maksimizacije očekivane vrednosti na svaku pojedinačnu odluku, ostvareni prosečni ishod bio bi sličan onom koji bi se ostvario pri izboru u dugom nizu.

7.3.2 Metod očekivanog kajanja (OK)

Akcije se mogu ocenjivati i na osnovu očekivanog kajanja koje može da nastupi nakon izvršenog izbora. U ovom slučaju ishodi će se, umesto u obliku prihoda, prikazati u vidu oportunitetnih gubitaka (kajanja, ili "propuštenih dobitaka"). Oportunitetni gubitak jednog ishoda predstavlja količinu novca koja je propuštena da se zaradi, jer je izabrana akcija koja donosi najveći profit u okolnostima koje su se realizovale. Ovaj pristup odlučivanju naziva se metod očekivanog kajanja (OK) ili metod minimalnog gubitka prilike (MGP).

Ako je promenljiva stanja S diskretna i ako uzima vrednost Sj, j=1,2,…,m, sa raspodelom apriori verovatnća v(Sj), tada se kajanje (ili gubitak prilike) akcije Ai, tj. OK(Ai), može definisati kao:

$$\mathbf{OK(A_i)}=\sum_{j=1}^{m} \mathbf{k_{ij}\cdot v(S_j)}$$

gde je k_{ij} očekivano kajanje ako donosioc odluke izabere akciju Ai, a realizuje se stanje Sj.Metod OK - Izabrati akciju za koju je očekivano kajanje minimalno:

$$\mathbf{OK(A_k)}=\min_{\mathbf{A_i}}\{\mathbf{OK(A_i)}\}$$

Primer 7.3.1

Uprava odeljenja za marketing razmatra dve moguće situacije vezane za novi proizvod: predstaviti ga ili ne na tržištu, što odgovara akcijama A1 i A2, respektivno. Pretpostavimo da uprava razmatra samo potražnju, koja se razmatra kao niska, najverovatnija i visoka, što odgovara stanjima S1, S2 i S3, respektivno. Na upravi je da odredi plaćanja i definiše apriori verovatnoće. Ukoliko se predstavi novi proizvod, uprava očekuje profit od -2.000.000 din. za S1, 1.500.000 din. za S2, i 4.000.000 din. za S3. U slučaju da se proizvod ne predstavi tržištu, profit je uvek jednak nuli, nezavisno od stanja. Dodeljene apriori verovantoće su v(S1)=0.25, v(S2)=0.50 i v(S3)=0.25.Formirati tabelu plaćanja, I odrediti najbolju akciju primenom metoda očekivane novčane vrednosti (ONV metod), kao i primenom metoda očekivanog kajanja (OK metod) tj. metoda očekivanih gubitaka [3]. Plaćanje(profit) prikazan je tabelom 7.1

Tabela 7.1 Tabela plaćanja (profita)

A	S1	S2	S3
A1	- 2.000.000	1.000.000	4.000.000
A2	0	0	0

Primena ONV metoda:

$ONV(A_1)$=-2.000.000 * 0,25+ 1.500.000 * 0,5 +4.000.000 * 0,25 = 1.250.000

$ONV(A_2)$ = 0 * 0,25 + 0 * 0,5 + 0 * 0,25 = 0

Kako je $ONV(A_1)>ONV(A_2)$,donosilac odluke će izabrati akciju A_1 kao povoljniju, tj. odlučiće da novi proizvod predstavi tržištu.

Primena OK metoda:

Tabela 7.2 Tabela kajanja:

A	S1	S2	S3
A1	2.000.000	0	0
A2	0	1.500.000	4.000.000

Treba napomenuti da se tabela kajanja ili gubitaka formira na taj način što se od maksimalnih vrednosti za svako stanje date akcije oduzimaju manje vrednosti,pa se ta razlika upisuje na mesto polja nižih vrednosti datih tabelom plaćanja. Očekivana kajanja za svaku od navedenih akcija jednaka su:

$OK(A_1)$ = 2.000.000 * 0,25 +0 * 0,50 + 0 * 0,25 = 500.000
$OK(A_2)$= 0 * 0,25 + 1.500.000 * 0,50 + 4.000.000 * 0,25 = 1.750.000

Primenjujući OK metod uprava će svakako izabrati akciju A_1, tj. predstaviće tržištu novi proizvod jer su za datu akciju manji gubici. Analogna odluka dobivena je i primenom metoda ONV. To nije slučajnost, jer važi pravilo da je akcija sa najvećom očekivanom novčanom vrednošću istovremeno i akcija sa minimalnim očekivanim kajanjem. Drugim rečima, rezultat izbora primenom metoda ONV i OK uvek će biti isti. Ovi metodi najviše odgovaraju problemima koji se ponavljaju ili slučajevima kada se u jednom trenutku rešava grupa problema sa sličnom strukturom. Ipak, iako je njihova nesumnjiva prednost što koriste ukupne raspoložive informacije, u situacijama kada se donosi jedna izolovana odluka, očkivana vrednost ne mora biti pouzdana osnova za izbor; po mišljenju nekih autora, ona postaje i besmislena. Razlog za korišćenje metoda očekivanog kajanja, iako daje isti rezultat kao metod očekivane novčne vrednosti, leži u činjenici da njegova primena omogućava određivanje tačnog iznosa koji treba platiti radi prikupljanja dodatnih informacija u cilju smanjivanja neizvesnosti u posmatranom problemu.

Primer 7.3.2

Za podatke koji su dati u tabeli 7.3, plaćanja (akcije Ai, stanja Sj i verovatnoće pojavljivanja datih stanja v(Sj), odrediti:

a) Najbolju akciju primenom ONV metoda (metod očekivane novčane vrednosti)
b) Formirati tabelu kajanja (gubitaka)
c) Odrediti najbolju akciju primenom metoda očekivanog kajanja (OK metod)

Tabela 7.3

AKCIJE	STANJA		
	S1	S2	S3
A1	-15	465	800
A2	-50	400	1000
A3	-100	500	830
A4	0	0	0
Verovatnoća stanja v (Sj)	0,30	0,60	0,10

REŠENJE

a) ONV metod

$$\textbf{ONV(Ai)=} \sum_{j=1}^{n} \mathbf{p_{ij} * v(S_j)}$$

ONV(A1)= -15 * 0,30 + 465* 0,6 +800 * 0,10 = 354,50

ONV(A2)= - 50 *0,30 + 400 * 0,60 + 1000 * 0,10 = 325,00

ONV(A3)= -100 * 0,30 + 500 * 0,60 +830 *0,10 = 353,00

ONV(A4) =0 * 0,30 + 0 * 0,60 + 0 * 0,10 = 0

Može se zaključiti da je alternativa A1 najbolja obzirom da ima najveću vrednost.

b) Tabela 7.4 Tabela kajanja

AKCIJE	STANJA		
	S1	S2	S3
A1	15	35	200
A2	50	100	0
A3	100	0	170
A4	0	500	1000
Verovatnoća stanja v (Sj)	0,30	0,60	0,10

c) OK metod

$$\textbf{OK(Ai)=} \sum_{j=1}^{n} \mathbf{k_{ij} * v(Sj)}$$

OK(A1) = 15 * 0,30 + 35 * 0,60 + 200 * 0,10 = 45,50

OK(A2) = 50 * 0,30 + 100 * 0,60 + 0 + 0,10 = 75

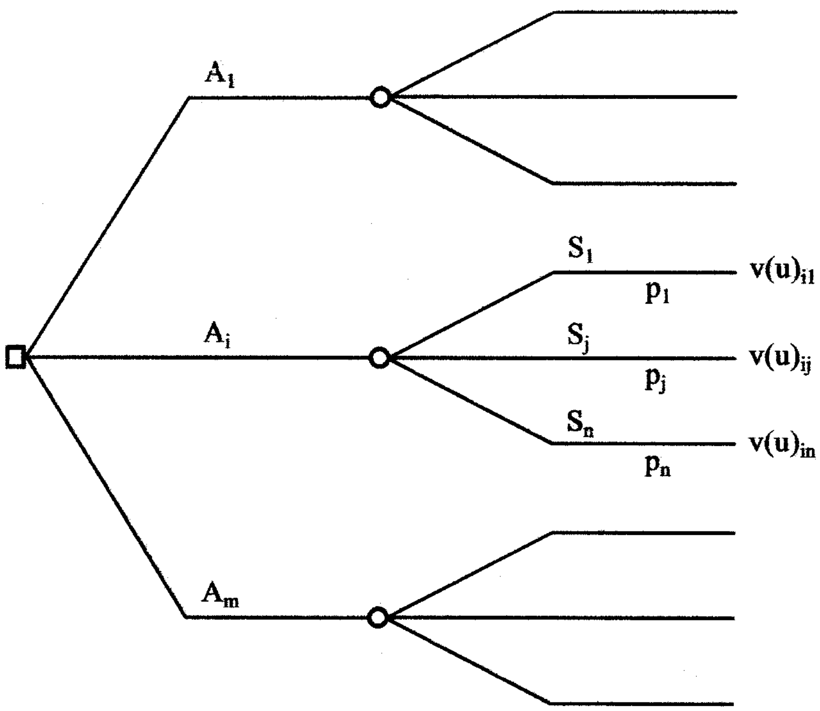
OK(A3) = 100 * 0,30 +0 * 0,60 + 170 * 0,10 = 47,00

OK(A4) = 0 * 0,30 + 500* 0,60 +1000 * 0,10 = 400,00

Iz navedenog može se zaključiti da je alternative A1 najbolja obzirom da je njena vrednost gubitaka najniža.

7.3.3 Drvo odlučivanja

Pored tabelarnog prikaza,očekivanog plaćanja i očekivanih gubitaka kao i verovatnoća datih tanja, problem izbora može se prikazati i grafičkim putem, konstrukcijom tzv. drveta odlučivanja (slika 7.3.1).



Slika 7.3.1 Drvo odlučivanja

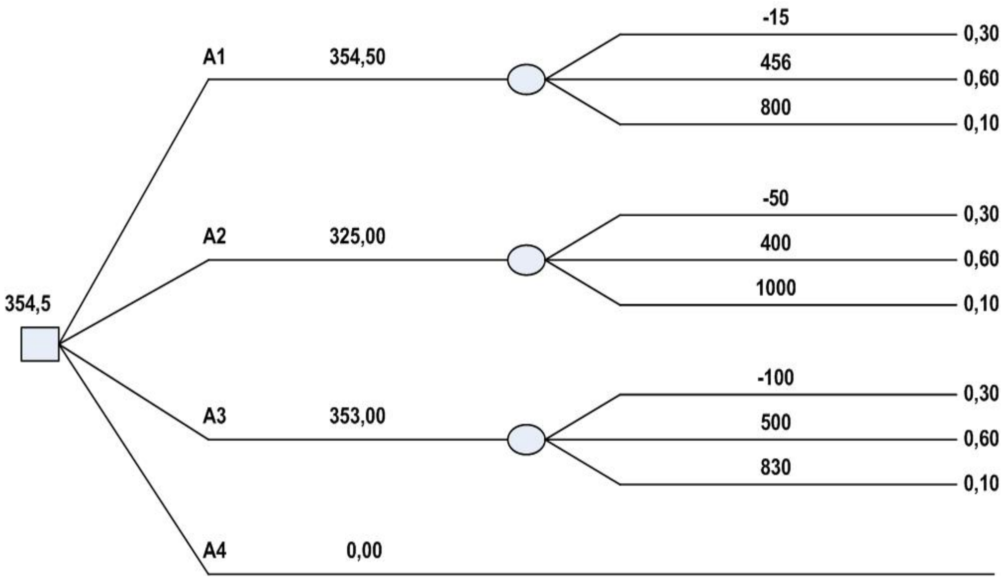
Drvo odlučivanja se konstruiše s leva na desno i sastoji se od dve vrste čvorova i grana koje iz njih“rastu”. Ono počinje tzv. čvorom odluke (prikazanim kvadratom), čije grane predstavljaju moguće akcije, Ai, i=1,2,..,m. Na krajevima ovih grana nalaze se čvorovi događaja (prikazani krugovima) koji se račvaju na grane mogućih događaja, Sj, j=1,2,...,n. Na krajevima ovihgrana nalaze se ishodi, vij ili uij, i=1,2,...,m, j=1,2,...,n, koji su proizvod svesno izabrane akcije Ai i slučajne realizacije odgovarajućg događaja Sj. Izbor načina prikazivanja problema odlučivanja zavisi od ličnih afiniteta donosioca odluke. Ipak, u nekim slučjevima primena drveta odlučivanja ima značajnih prednosti, kao npr.:

- kada se vrši izbor između akcija na čije ishode utiču različite grupe spoljašnjih faktora, jer bi tada tabela imala veliki broj komplikovano formulisanih događaja, koji biotežavali razumevanje problema;
- u uslovima rizika, kada verovatnoće pojedinih događaja variraju u zavisnosti od preduzete akcije;
- u tzv. sekvencijalnom odlučivanju, kada se posmatraju hronološki nizovi međusobno povezanih odluka.

Obzirom da ne postoji univerzalno najbolji ili jedino ispravan prikaz problema odlučivanja, treba izabrati onaj koji će na najbolji način odraziti stvarni problem. Naime, izbor akcija, događaja i način prikazivanja ishoda u velikoj meri određuju i konačan izbor. Otuda, ako je prezentacija problema neadekvatna ili pogrešna, donosioc odluke rešava »pogrešan« problem, i time smanjuje šanse da ostvari željeni rezultat. [3]

Primer 7.3.3

Za podatke i dobijene vrednosti iz primera 7.3.2 konstruisati drvo odlučivanja za ONV metod



Slika 7.3.2 Drvo odlučivanja za ONV metod

Primer 7.3.4.

Uprava odeljenja za marketing razmatra da li da tržištu predstavi proizvod A ili proizvod B ili da još uvek ne uvodi nove proizvode na tržište.

Predpostavimo da uprava razmatra samo potražnju, koja se razmatra kao niska, najverovatnija i visoka, što odgovara stanjima S_1, S_2 i S_3 respektivno. Ukoliko se predstavi novi proizvod A, uprava očekuje profit od- 3 mil. din. (gubitak) za S_1, 4,5 mil. din. za S_2 i 8 mil. din. za S_3. U slučaju da se na tržište uvede proizvod B uprava očekuje profit od- 1 mil. din. (gubitak) za S_1, 3 mil. din. za S_2 i 7 mil. din. za S_3. Dodeljene apriori verovatnoće su $v(S_1) = 0,2$, $v(S_2) = 0,5$ i $v(S_3) = 0,3$.

Formirati :

- tabelu plaćanja (profita) i
- odrediti najbolju akciju primenom ONU metoda (metoda očekivane novčane vrednosti)

Na osnovu podataka iz tabele plaćanja odrediti:
- tabelu kajanja,
- najbolju akciju primenom metoda očekivanog kajanja (OK metod),
- konstruisati drvo odlučivanja za OK metod

REŠENJE

Tabela 7.5 Tabela plaćanja

AKCIJA	S		
	S1	S2	S3
A	-3	4,5	8
B	-1	3	7
C Odustati	0	0	0
verovatnoće	0,2	0,5	0,3

ONV(A) = - 3 * 0,20 + 4,5 * 0,50 + 8 * 0,30 = 4,05 mil. Din.

ONV(B) = - 1 * 0,20 + 3 * 0,50 + 7 * 0,30 = 3,40 mil. Din.

ONV(C) odustati = 0 * 0,20 + 0 * 0,50 + 0 * 0,30 = 0 mil. Din.

Iz proračuna možemo zaključiti da je najbolja alternativa A jer ona omogućuje najviši dobitak (očekivanu novčanu vrednost).

Tabela 7.6 Tabela kajanja

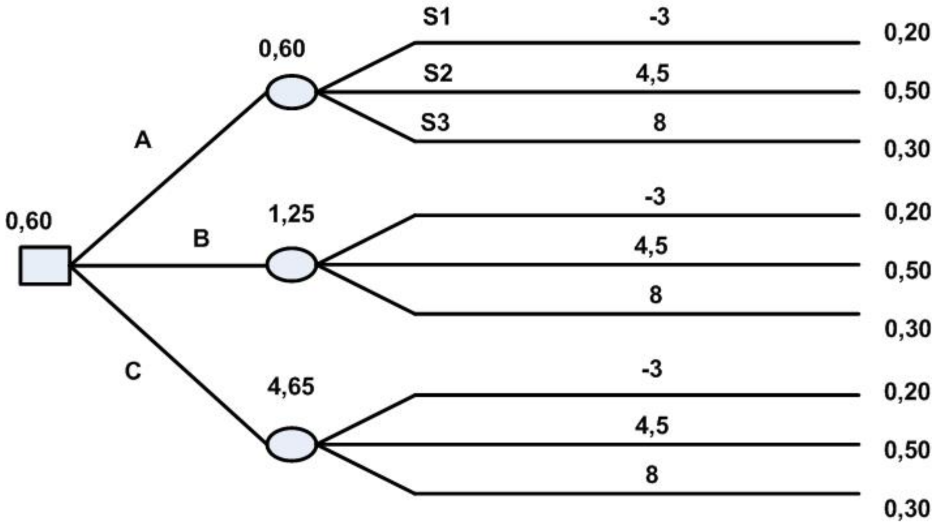
AKCIJA	S		
	S1	S2	S3
A	3	0	0
B	1	1,5	1
C Odustati	0	4,5	8
verovatnoća	0,20	0,50	0,30

OK (A) = 3 * 0,20 + 0 * 0,50 + 0 * 0,30 = 0,60 mil. Din.

OK (B) = 1 * 0,20 + 1,5 * 0,50 + 1 * 0,30 =1,25 mil. Din.

OK(C) odustati = 0 * 0,20 + 4,5 * 0,50 + 8 * 0,30 = 4,65 mil. Din.

Iz proračuna se može zaključiti da je najbolja akcija, akcija A jer su kod nje najmanji gubici.



Slika 7.3.4 Drvo odlučivanja

Primer 7.3.5

Uprava odeljenja za marketing razmatra da li da tržištu predstavi proizvod A ili proizvod B ili da jos uvek ne uvodi nove proizvode na tržište.

Pretpostavimo da uprava razmatra samo potražnju, koja se razmatra kao niska, najverovatnija i visoka, što odgovara stanjima S_1, S_2 i S_3, respektivno.

Ukoliko se predstavi novi proizvod A, uprava očekuje profit od -4 mil. din. (gubitak) za S_1, 6 mil. din. za S_2, i 14 mil. din. za S_3. U slučaju da se na tržište uvede proizvod B uprava očekuje profit od -2 mil. din. (gubitak) za S_1, 6 mil. din. za S_2, i 10 mil. din. za S_3.

Dodeljene apriori verovantoće su $v(S_1)=0.30$, $v(S_2)=0.50$ i $v(S_3)=0.20$.

Formirati:
-tabele plaćanja (profita) i kajanja (5 p.)
- i metodom očekivanog kajanja (OK) odrediti najbolju akciju (5 p.).

REŠENJE

Tabela 7.7 Tabela plaćanja:

Akcija	S		
	S1	S2	S3
A	-4	6	14
B	-2	6	10
odustati	0	0	0
verovatnoće	0.3	0.5	0.2

Tabela 7.8 Tabela kajanja:

Akcija	S		
	S1	S2	S3
A	4	0	0
B	2	0	4
odustati	0	6	14
verovatnoće	0.3	0.5	0.2

OK(A)=0.3*4+0.5*0+0.2*0=1.2 mil. din.

OK(B)=0.3*2+0.5*0+0.2*4=1.4 mil. din.

OK(odustati)=0.3*0+0.5*6+0.2*14=5.8 mil. din.

Sledi da je najboja akcija A-uvođenje novog proizvoda A na tržište.

8. DOPUNSKA INFORMACIJA I NJENA CENA

U situacijama kada ishod akcije zavisi od neizvesnih događaja, prirodna reakcija donosioca odluke je da otkloni neizvesnost, odnosno, da otkrije događaj koji će se stvarno desiti. Ako je neizvesnost posledica neznanja, onda se može u celini eliminisati prikupljanjem relevantne informacije. Ipak, mnogo češće, ona je takve prirode da se ne može potpuno otkloniti, već, u najboljem slučaju, samo ublažiti. Što je veći značaj odluke, sve je izraženija sklonost ka odlaganju konačnog izbora i primeni različitih istraživanja, eksperimenata i simulacija, u cilju prikupljanja dodatnih informacija. Time se pozitivno koriguju inicijalne vrednosti, kojima su ocenjene verovatnoće relevantnih događaja.

Vrlo retko istraživanja određuju okolnost koja će se javiti sa pouzdanošću od 100%. To znači da jedan od događaja ima verovatnoću jednaku 1, a ostali događaji verovatnoće 0. Potpuna (ili savršena) informacija pretvara uslove rizika u uslove izvesnosti i značajno olakšava problem odlučivanja, svodeći ga na izbor akcije koja u datim okolnostima ima najbolji rezultat.

Mnogo češće, međutim, informacije otklanjaju samo deo neizvesnosti, jer se po pravilu odnose samo na segmente složenog okruženja. Pored toga, dodatna informacija najčešće nije savršeno pouzdana, bilo zbog konsultovanih izvora ili/i načina njenog prikupljanja. Npr. pre nego što donese odluku o lansiranju novog proizvoda, menadžer može da sprovede tržišno istraživanje, i na osnovu dobijenih informacija oceni mogući nivo prodaje. Ali, ako rezultat ukazuje na postojanje visoke potražnje, on ne garantuje i njeno javljanje, odnosno, ne isključuje mogućnost pojave prosečne, pa čak i niske potražnje. Mada su rezultati ovih istraživanja najčešće veoma pouzdani, oni se ipak zasnivaju na uzorku, zbog čega nema potpune sigurnosti u tačnost izvedenih zaključaka. U zavisnosti od posmatrane oblasti, pouzdanost testova i metoda prikupljanja informacija se razlikuju. Ali, i pored nesavršenosti, svi ovi izvori pružaju veoma korisne informacije, koje utiču na odluke.

Specifični problemi primene dopunske informacije u donošenju odluka su:

- kako uključiti sadržaj dopunske informacije u analizu, odnosno, kako izvršiti korekciju očetnih vrednosti u realizaciju pojedinih događaja; problem se svodi na previdiranje početnih verovatnoća događaja, koji se rešava primenom tzv. Bayesove teoreme.
- ekonomska opravdanost prikupljanja dopunske informacije; naime, kada bi informacije bile besplatne i vreme za odlučivanje neograničeno, onda ne bi bilo dileme u vezi sa prikupljanjem novih informacija; ali, informacije su najčešće nedostupne i skupe, a donosioc odluke stešnjen vremenskim rokovima, zbog čega je neophodno ispitati opravdanost kupovine informacije sa aspekta njihovog doprinosa poboljšanju budućih rezultata.

8.1 Bayesova teorema

Bayesova teorema predstavlja jedan od najpoznatijih, i za teoriju odlučivanja posebno značajnih, rezultata teorije verovatnoće. Ime je dobila po autoru Thomasu Bayesu (1702-1761.), engleskom matematičaru i teologu. Bayesova formula prvi put je objavljena u radu Essays Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances, koji je posthumno štampan u

časopisu Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1763. godine. Ova teorema omogućuje da se, na osnovu prikupljenih informacija, izvrše korekcije polaznih uverenja u realizaciju posmatranih događaja.
Posmatra se kompletan skup disjunktnih događaja, S={S1, S2,...,Sj,...,Sn}. To znači da se jedan od njih mora realizovati, Σ_j v(Sj)=l, kao i da pojava jednog događaja isključuje pojavu ostalih ($S_i \cap S_j = \emptyset$ i,j=1,2,...,n; $i \neq j$). Posmatra se događaj X, koji se može javiti samo ako se javi neki od događaja Sj, j=1,2,...,n. Verovatnoća javljanja događaja Sk, pod uslovom da se događaj X već realizovao, jednaka je:

$$\mathbf{v(S_k/X)} = \frac{v(Sj)*v(X\ /\ Sj)}{v(X)} = \frac{v(Sj)*v(X/\ Sj)}{\sum_{j=1}^{n} v(Sj)*v(X/\ Sj)}, \mathbf{\ k=1,2,\ldots,n}$$

pri čemu su:
v(Sj) - verovatnoća događaja Sj (početna, apriori);
v(X) - verovatnoća događaja X;
$v(X \mid S_j)$ - verovatnoća događa X pod uslovom da se događaj Sj realizovao;
$v(S_j | X)$–verovatnoća događaja S_j pod uslovom da se događ X realizovao (korigovana, a posteriori).

8.2 Potpuna (savršena) informacija

Vratimo se primeru u kojem uprava odeljenja za marketing razmatra da li da predstavi svoj novi proizvod na tržištu ili ne:

Primer 8.1

Uprava odeljenja za marketing razmatra dve moguće situacije vezane za novi proizvod: predstaviti ga ili ne na tržištu, što odgovara akcijama A_1 i A_2, respektivno. Pretpostavimo da uprava razmatra samo potražnju, koja se razmatra kao niska, najverovatnija i visoka, što odgovara stanjima S1, S2 i S3, respektivno.

Na upravi je da odredi plaćanja i definiše apriori verovatnoće. Ukoliko se predstavi novi proizvod, uprava očekuje profit od -2.000.000 din. za S1, 1.500.000 din. za S2, i 4.000.000 din. za S3. U slučaju da se proizvod ne predstavi tržištu, profit je uvek jednak nuli, nezavisno od stanja. Dodeljene apriori verovantoće su v(S1)=0.25, v(S2)=0.50 i v(S3)=0.25. Plaćanje (profit) je prikazano sledećom tabelom:

Tabela 8.1

AKCIJA	Događaj		
	S_1- niska tražnja	S_2- srednja tražnja	S_1- visoka tražnja
A_1	-2 000 000	1 500 000	4 000 000
A_2	0	0	0
Verovatnoća	0.25	0.50	0.25

U idealnom slučaju moguće je pribaviti savršenu informaciju, koja sa sigurnošću otkriva buduće stanje na tržištu i uslove rizika pretvara u uslove izvesnosti. Umesto rasporeda verovatnoća buduće potražnje, savršena informacija izdvaja jedno stanje. Na taj način, ona odluku čini trivijalnom, odnosno, svodi je na izbor akcije kojom se, u poznatim tržišnim okolnostima, postiže najbolji rezultat. Na primer, ako informacija pokazuje da će potražnja biti niska, v(S1)=l, onda bi se donosioc odluke opredelio za akciju A_2, tj. odustajanje od novog proizvoda; ako informacija nedvosmisleno pokazuje da će se realizovati prosečna tražnja, v(S2)=1, donosioc odluke bi se opredelio za novi proizvod A_1; i ako se sa sigurnošću predviđa visoka potražnja, v(S3)=1, onda bi donosioc odluke sugerisao proizvodnju A_1.

Ali, problem sa informacijom je nepoznat sadržaj pre kupovine, tj., prvo se treba odlučiti da li kupiti ili ne savršenu informaciju, i tek ako se kupi, donosioc odluke saznaje buduće stanje na tržištu i efekte akcije koja će biti izabrana u datim okolnostima.

U toj situaciji odluka o kupovini informacije donosi se na osnovu očekivanih vrednosti u uslovima izvesnosti (OVUI). OVUI predstavlja prosečan profit koji bi bio ostvaren u dugom nizu kada bi se odlučivalo u uslovima izvesnosti. Tada bi donosioc odluke pre svakog izbora akcije tačno znao buduće stanje na tržištu. Prema tome, OVUI predstavlja ponderisani zbir verovatnoća javljanja pojedinih događaja i maksimalnih rezultata koje je u svakom od njih moguće postići.

$$OVUI = \sum_{j=1}^{n} p_j \cdot \left[\max_i v_{ij}\right]$$

Pretpostavimo da u primeru problema predstavljanja novog proizvoda uprava sa sigurnošću zna da će se u momentu odlučivanja odigrati stanje S_1. Tada bi uprava izabrala akciju A_2, jer donosi najveći profit. Sa druge strane, ako se zna da će se odigrati stanje S_2 ili S_3, uprava će izabrati akciju A_1. Time će uprava, birajući odluku, realizovati profit od 0, 1.500.000 i 4.000.000 din., respektivno. U stvarnosti se stanja S_1, S_2 i S_3 odigravaju sa verovatnoćama 0.25, 0.50 i 0.25, respektivno. Tako da se dolazi do vrednosti:

OVUI=0·0.25+1 500 000·0.50+4 000 000·0.25=1 750 000

ako se zna u momentu odlučivanja koje će se stanje odigrati. Treba imati na umu da vrednost od 1.750.000 din. predstavlja očekivani profit pre kupovine informacije. Nakon kupovine informacije saznaće se stvarni tržišni uslovi, pa će i konačan rezultat ostvaren izborom najbolje akcije u datim okolnostima, biti: 0 din, 1.500.000 din. ili 4.000.000 din.

Sada je moguće izračunati koliko najviše vredi savršena informacija, odnosno, koliko iznosi maksimalna cena po kojoj je ekonomski opravdano pribavljanje informacije. Vrši se poređenje OVUI sa očekivanom vrednošću akcije koju bi donosioc odluke izabrao na osnovu prethodne analize, zasnovane na početnim subjektivnim verovatnoćama. U primeru bi bila izabrana akcija A1 koja ima maksimalnu očekivanu vrednost; njenim biranjem u dugom nizu ostvario bi se profit od 1250 din.

Budući da je oćekivana vrednost u uslovima izvesnosti jednaka 1.750.000 din, a maksimalna očekivana vrednost bez informacije 1.250.000 din, onda je maksimalna cena koju treba prihvatiti da bi se dobila savršena informacija jednaka njihovoj razlici. Ova razlika se naziva očekivana vrednost potpune informacije i obeležava sa OVPI:

$$\mathbf{OVPI=OVUI-max_iOV(A_i)}$$

$$\mathbf{OVPI=1\ 750\ 000-1\ 250\ 000=500\ 000\ din.}$$

Vidi se da bi pribavljanje savršene informacije izazvalo porast očekivane vrednosti za 500.000 dinara. Samim tim, OVPI predstavlja najveću cenu koja se može prihvatiti da bi se saznalo buduće stanje na tržištu.

Primer 8.2

Uprava odeljenja za marketing razmatra dve moguće situacije vezane za novi proizvod: predstaviti ga ili ne na tržištu, što odgovara akcijama A1 i A2, respektivno. [8]

Pretpostavimo da uprava razmatra samo potražnju, koja se razmatra kao niska, najverovatnija i visoka, što odgovara stanjima S1, S2 i S3, respektivno.

Na upravi je da odredi plaćanja i definiše apriori verovatnoće. Ukoliko se predstavi novi proizvod, uprava očekuje profit od -2.000.000 din. za S1, 1.500.000 din. za S2, i 4.000.000 din. za S3. U slučaju da se proizvod ne predstavi tržištu, profit je uvek jednak nuli, nezavisno od stanja. Dodeljene apriori verovantoće su v(S1)=0.25, v(S2)=0.50 i v(S3)=0.25. [14] Plaćanje (profit) prikazan je sledećom tabelom.

Tabela 8.2

A	S		
	S_1	S_2	S_3
A_1	-2000000	1500000	4000000
A_2	0	0	0
verovatnoća	0.25	0.50	0.25

Ipak prisutan rizik velikog gubitka od 0,25 (u slučaju pojave niske potražnje), primorava menadžere da preispitaju svoja prvobitna ubeđenja. Svesni moguće pristrasnosti, oni žele da potvrde svoje optimističke prognoze. Zbog toga razmišljaju da angažuju poznatu agenciju za ipak, prisutan rizik velikog gubitka od 0.25 (u slučaju pojave niske potražnje), primorava istraživanje tržišta, koja bi trebalo da potvrdi ili ospori njihovo inicijalno uverenje u uspeh.

Zbog veoma kratkih rokova koji su joj postavljeni, agencija predlaže istraživanje sa sledećim mogućim rezultatima i njihovim karakteristikama. Istraživanje ima tri rezultata: informaciju X1 – slaba prodaja (što znači nisku potražnju), X2 – srednja prodaja (što znači srednju potražnju), i X3 – velika prodaja (što znači veliku potražnju), pri čemu pouzdanost rezultata nije potpuna, tj. manja je od 100%. Kao što je već rečeno, povoljan rezultat (X2 ili X3) ne garantuje da će potražnja biti velika, kao što ni nepovoljan rezultat (X1) ne znači obavezno da će potražnja biti niska. Može se dobiti povoljan ili nepovoljan rezultat, bez obzira na stvarno stanje na tržištu.

Agencija je obavestila upravu da ako na tržištu postoji niska potražnja (S1), onda su verovatnoće da je prodaja slaba 0.80, srednja 0.10 i velika 0.10. Ako je potražnja srednja (S2), onda su verovatnoće da je prodaja slaba 0.20, srednja 0.60 i velika 0.20. I konačno, ako je potražnja visoka (S3), onda su verovatnoće da je prodaja slaba 0.10, srednja 0.30 i velika 0.60. Ove verovatnoće obeležavaju se sa $V(X_k | S_j)$ i nazivaju uslovne verovatnoće.

Tabela 8.3.

Informacija	S		
	S_1	S_2	S_3
X_1	0.8	0.2	0.1
X_2	0.1	0.6	0.3
X_3	0.1	0.2	0.6
$\sum$	1.0	1.0	1.0

Odrediti a posteriori verovatnoće javljanja pojedinih događaja, S1, S2, S3, pod uslovom da je istraživanjem tržišta dobivena informacija: X_1 (1. slučaj), X_2 (2. slučaj) i X_3 (3. slučaj). Zatim, konstruisati drvo odlučivanja i izračunati očekivane vrednosti akcija A_1 i A_2 u slučaju angažovanja agencije i bez angažovanja agencije. Odrediti očekivanu vrednost delimične informacije, tj. maksimalnu cenu angažovanja agencije koja je ekonomski opravdana.

REŠENJE

Pretpostavimo da je rezultat istraživanja tržišta nepovoljan, tj. da je dobivena informacija X1. Iako nesavršena, informacija govori u prilog javljanja dogadaja S1 i utiče na prvobitno ubeđenje koje treba korigovati. Drugim rečima, prvobitne verovatnoće v(S1)=0.25, v(S2)=0.50 i v(S3)=0.25 treba revidirati na osnovu nove informacije, X1.

Primenom Bayesove teoreme računaju se a posteriori verovatnoće javljanja pojedinih događaja, S1, S2, S3, pod uslovom da je istraživanjem tržišta dobivena informacija X_1 :

$$v(S_1|X_1) = \frac{v(S_1)\cdot v(X_1|S_1)}{v(S_1)\cdot v(X_1|S_1) + v(S_2)\cdot v(X_1|S_2) + v(S_3)\cdot v(X_1|S_3)}$$

$$v(S_1|X_1) = \frac{0.25\cdot 0.80}{0.25\cdot 0.80 + 0.50\cdot 0.20 + 0.25\cdot 0.10} = 0.6154$$

$$v(S_2|X_1) = \frac{v(S_2)\cdot v(X_1|S_2)}{v(S_1)\cdot v(X_1|S_1) + v(S_2)\cdot v(X_1|S_2) + v(S_3)\cdot v(X_1|S_3)}$$

$$v(S_2|X_1) = \frac{0.50\cdot 0.20}{0.25\cdot 0.80 + 0.50\cdot 0.20 + 0.25\cdot 0.10} = 0.3077$$

$$v(S_3|X_1) = \frac{v(S_3)\cdot v(X_1|S_3)}{v(S_1)\cdot v(X_1|S_1) + v(S_2)\cdot v(X_1|S_2) + v(S_3)\cdot v(X_1|S_3)}$$

$$v(S_3|X_1) = \frac{0.25\cdot 0.10}{0.25\cdot 0.80 + 0.50\cdot 0.20 + 0.25\cdot 0.10} = 0.0969$$

Verovatnoće $v(S_1| X_1)$, $v(S_2| X_1)$ i $v(S_3| X_1)$su a posteriori verovatnoće događaja S1, S2 i S3 jer su određene nakon dobivanja dopunske informacije. Nepovoljan rezultat istraživanja (slaba prodaja - X1) pozitivno se odrazio na verovatnoću javljanja niske potražnje, koja se povećala sa 0.25 na 0.615. Takođe, informacija je nepovoljno uticala na verovatnoću pojave srednje potražnje, koja se sa 0.50 smanjila na 0.308, i velike potražnje, koja se sa 0.25 smanjila na 0.077, što je i realno ako je predviđena slaba prodaja. Nakon korekcije početnih verovatnoća događaja, vrši se revizija samog problema odlučivanja u vidu tabele a posteriornih verovatnoća (tabela).

Tabela 8.4 Problem izbora kada je rezultat istraživanja X_1

S	VEROVATNOĆA apriori $v(S_j)$	uslovna $v(X_1\|S_j)$	zajednička $v(S_j)\cdot v(X_1\|S_j)$	a posteriori $v(S_j\|X_1)$
S_1	0.25	0.80	$0.25\cdot 0.80 = 0.200$	$0.200 \mid 0.325 = 0.615$
S_2	0.50	0.20	$0.50\cdot 0.20 = 0.100$	$0.100 \mid 0.325 = 0.308$
S_3	0.25	0.10	$0.25\cdot 0.10 = 0.025$	$0.025 \mid 0.325 = 0.077$
Σ	1.00		0.325	1.000

Drugi slučaj: Pretpostavimo da je rezultat tržišnih ispitivanja povoljan, tj. da je dobijena informacija srednja prodaja (X2). Primenom Bayesove teoreme računaju se verovatnoće javljanja događaja S1, S2 i S3 pod uslovom da je sadržaj dobivene informacije X2:

$$v(S_1|X_2) = \frac{v(S_1)\cdot v(X_2|S_1)}{v(S_1)\cdot v(X_2|S_1) + v(S_2)\cdot v(X_2|S_2) + v(S_3)\cdot v(X_2|S_3)}$$

$$v(S_1|X_2) = \frac{0.25\cdot 0.10}{0.25\cdot 0.10 + 0.50\cdot 0.60 + 0.25\cdot 0.30} = 0.062$$

$$v(S_2|X_2) = \frac{v(S_2)\cdot v(X_2|S_2)}{v(S_1)\cdot v(X_2|S_1) + v(S_2)\cdot v(X_2|S_2) + v(S_3)\cdot v(X_2|S_3)}$$

$$v(S_2|X_2) = \frac{0.50\cdot 0.60}{0.25\cdot 0.10 + 0.50\cdot 0.60 + 0.25\cdot 0.30} = 0.750$$

$$v(S_3|X_2) = \frac{v(S_3)\cdot v(X_2|S_3)}{v(S_1)\cdot v(X_2|S_1) + v(S_2)\cdot v(X_2|S_2) + v(S_3)\cdot v(X_2|S_3)}$$

$$v(S_3|X_2) = \frac{0.25\cdot 0.30}{0.25\cdot 0.10 + 0.50\cdot 0.60 + 0.25\cdot 0.30} = 0.188$$

Kao i u prethodnom slučaju, vrednosti izračunatih a posteriornih verovatnoća prikazane su tabelarno:

Tabela 8.5 Problem izbora kada je rezultat istraživanja X_2

S	VEROVATNOĆA			
	apriori	uslovna $v(X_2\|S_j)$	zajednička $v(S_j)\cdot v(X_2\|S_j)$	a posteriori $v(S_j\|X_2)$
S_1	0.25	0.10	$0.25\cdot 0.10 = 0.025$	$0.025 \mid 0.400 = 0.062$
S_2	0.50	0.60	$0.50\cdot 0.60 = 0.300$	$0.300 \mid 0.400 = 0.750$
S_3	0.25	0.30	$0.25\cdot 0.30 = 0.075$	$0.075 \mid 0.400 = 0.188$
Σ	1.00		0.400	1.000

Treći slučaj: I konačno, pretpostavimo da je rezultat tržišnih ispitivanja velika prodaja (X3).
Primenom Bayesove teoreme računaju se verovatnoće javljanja događaja S1, S2 i S3 pod uslovom da je sadržaj dobijene informacije X3:

$$v(S_1|X_3) = \frac{v(S_1) \cdot v(X_3|S_1)}{v(S_1) \cdot v(X_3|S_1) + v(S_2) \cdot v(X_3|S_2) + v(S_3) \cdot v(X_3|S_3)}$$

$$v(S_1|X_3) = \frac{0.25 \cdot 0.10}{0.25 \cdot 0.10 + 0.50 \cdot 0.20 + 0.25 \cdot 0.60} = 0.091$$

$$v(S_2|X_3) = \frac{v(S_2) \cdot v(X_3|S_2)}{v(S_1) \cdot v(X_3|S_1) + v(S_2) \cdot v(X_3|S_2) + v(S_3) \cdot v(X_3|S_3)}$$

$$v(S_2|X_3) = \frac{0.50 \cdot 0.20}{0.25 \cdot 0.10 + 0.50 \cdot 0.20 + 0.25 \cdot 0.60} = 0.364$$

$$v(S_3|X_3) = \frac{v(S_3) \cdot v(X_3|S_3)}{v(S_1) \cdot v(X_3|S_1) + v(S_2) \cdot v(X_3|S_2) + v(S_3) \cdot v(X_3|S_3)}$$

$$v(S_3|X_3) = \frac{0.25 \cdot 0.60}{0.25 \cdot 0.10 + 0.50 \cdot 0.20 + 0.25 \cdot 0.60} = 0.545$$

Kao i u prethodnim slučajevima, vrednosti izračunatih a posteriornih verovatnoća dati su u tabeli.

Tabela 8.6 Problem izbora kada je rezultat istraživanja X_3

S	VEROVATNOĆA			
	apriori	uslovna $v(X_3\|S_j)$	zajednička $v(S_j) \cdot v(X_3\|S_j)$	a posteriori $v(S_j\|X_3)$
S_1	0.25	0.10	$0.25 \cdot 0.10 = 0.025$	$0.025 \mid 0.275 = 0.091$
S_2	0.50	0.20	$0.50 \cdot 0.20 = 0.100$	$0.100 \mid 0.275 = 0.364$
S_3	0.25	0.60	$0.25 \cdot 0.60 = 0.150$	$0.150 \mid 0.275 = 0.545$
Σ	1.00		0.275	1.000

Vrednosti očekivanih kajanja jednake mogućih akcija su:

$OK(A_1/X_3)$= 2.000.000 * 0,091 + 0 * 0.364 + 0 * 0.545 = 182.000
$OK(A_2/X_3)$= 0 * 0.091 + 1.500.000 * 0-364 + 4.000.000 * 0.545 = 2.726.000

Upoređujući brojne vrednosti očekivanih kajanja, OK (A1 /X 3)<OK(A2/X3),, dolazi se dozaključka da uprava treba da izabere akciju A1, tj. da ponudi tržištu novi proizvod. Prema tome, ako je predviđena slaba prodaja (na osnovu marketinških istraživanja), proizvod ne treba plasirati na tržište. Ako je predviđena srednja ili velika prodaja, optimalna odluka je da se novi proizvod plasira na tržište, tj.

$$\mathbf{PO(X)=} \quad \begin{matrix} \mathbf{A_2, X=X_1} \\ \mathbf{A_1, X=X_2} \\ \mathbf{A_1, X=X_3} \end{matrix}$$

Tako definisana funkcija naziva se optimalno pravilo odlučivanja (PO) ili optimalna strategija odlučivanja. Ona povezuje svaki rezultat istraživanja ili uzorkovanja X sa odgovarajućom ptimalnom akcijom.
Saglasno optimalnoj strategiji, uprava plasira proizvod na tržište uvek kada je procenjena srednja ili velika prodaja. Očekivani rizik optimalne strategije jednak je:

$$\mathbf{OR(PO)=OK(PO)=} \quad \sum \mathbf{OK(A_i/X_k) * v(X_k)}$$

gde je $OK(A_i/X_k)$ očekivano kajanje najbolje akcije, ako se dogodi Xk.
U tabeli 8.7 je prikazan proračun očekivanog rizika za navedeni primer.

Tabela 8.7

INFORMACIJA	Optimalna strategija	$OK(A_i/X_k)$	$V(X_k)$	OR(PO)
X_1	A_2	770.000	0.325	250.250
X_2	A_1	124.000	0.400	49.600
X_3	A_1	182.000	0.275	50.050
			1.000	349.900

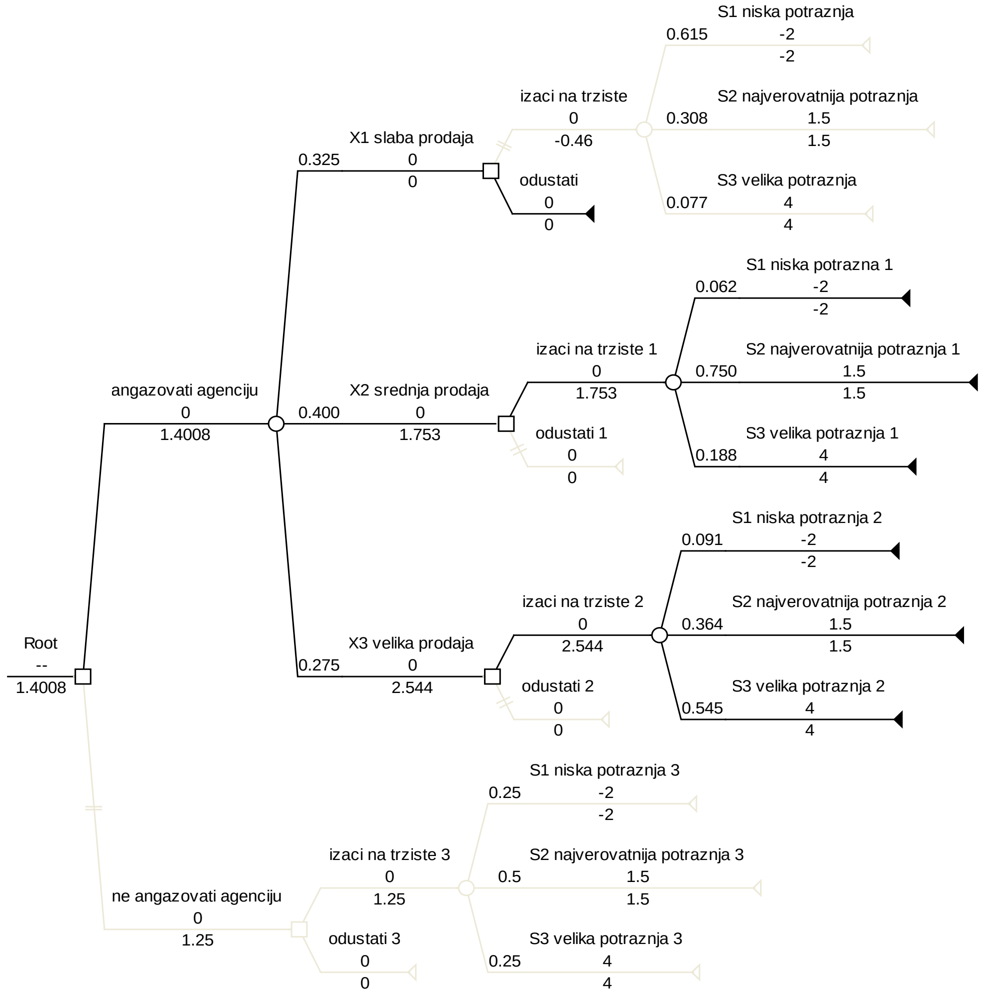
Ukoliko donosioc odluke ne bi koristio nikakvu analizu izabrao bi akciju A1, tj. plasirao bi proizvod na tržište. Očekivano kajanje od A1 zasnovano samo na apriori informacijama iznosi 500.000 din. To znači da donosioc odluke može platiti do 500.000 din. za prikupljanje informacija o mogućoj prodaji. Analiza sa informacijom uzorkovanja pokazuje da donosioc odluke očekuje rizik od 349.900 din. ukoliko izabere optimalnu strategiju. Razlika između vrednosti očekivanog kajanja najbolje akcije sa apriori verovatnoćama i očekivanog rizika optimalne strategije predstavlja očekivanu vrednost informacije uzorka, OVIU i iznosi:

OVIU = OVPI – OR(PO)

OVIU = 500.000 – 349.900 = 150.100

Očekivana vrednost informacije uzorka može se posmatrati kao zarada koja je proistekla iz nformacije uzorkovanja.

Na osnovu proračunatih vrednosti vršimo konstrukciju drveta odlučivanja:



Slika br 8.1 Drvo odlučivanja

9. SEKVENCIJALNO ODLUČIVANJE

Sekvencijalna analiza se bavi nizovima odluka koje hronološki slede jedna drugu i značajno su međusobno uslovljene; svaki sledeći korak je određen ishodom odluke koja mu je neposredno prethodila, dok izbori zavise od anticipiranih ishoda budućih akcija. Formalnu analizu sprovodimo primenom drveta odlučivanja u sledeća tri koraka:

- Konstruišemo drvo, tj. strukturišemo problem. Ovde je potrebno da pomirimo dva suprotna zahteva: da sačuvamo realnost problema i istovremeno obezbedimo preglednost i primenjivost modela;
- Ocenjujemo vrednosti ishoda i verovatnoće događaja u svim hronološki povezanim odlukama. U ovoj fazi, po potrebi, primenjujemo Bajesovu teoremu, tj. vršimo korekcije početnih verovatnoća događaja shodno mogućim rezultatima dopunskih informacija i njihovoj pouzdanosti.

Određujemo optimalnu strategiju (putanju kojom ćemo se kretati od početnog čvora do nekog od konačnih ishoda). U tom cilju primenjujemo indukciju unazad, koju na drvetu odlučivanja sprovodimo sa desna na levo, a izbor zasnivamo na principu MOV. [14]

Primer 9.1

Proizvođa- proizvodi artikal u seriji od 1000 jedinica. Pred njega se postavlja pitanje da li da izvrši 100% kontrolu svih proizvedenih jedinica ili da proizvodnju prihvati bez ikakve kontrole [8]. Pri tome raspolaže sledećim podacima:

- cena kontrole jednog proizvoda iznosi 1 din.
- cena zamene jednog proizvoda (u slučju da se proizvodnja prihvati bez kontrole i artikli plasiraju na tržište) iznosi 10 din.
- cena uzorkovanja iznosi 5 din.

Statističkom analizom pojave škarta u proizvodnji utvrđeno je da se u 75% slučajeva javlja 3% škarta, u 12% slučajeva 5% škarta i u 13% slučajeva čak 11% defektnih jedinica.

REŠENJE

Akcije:
A1 – 100% kontrola
A2 – bez kontrole

Stanja:
S1 = 0.03
S2 = 0.05
S3 = 0.11

Apriori verovatnoće pojedinih stanja:
v(S1) = 0.75
v(S2) = 0.12
v(S3) = 0.13

U ovom slučaju, funkcija plaćanja jednaka je funkciji troškova, i za akciju A1 iznosi:
ONV(A1) = 1000 kom * 1 din/kom = 1000 din.

A za akciju A2 zavisi od stanja prirode:
$ONV(A_2,S_j)$ = 1000 kom * 10 din/kom * S_j = 10000 S_j din

Odnosno:
ONV(A2, S1) = 1000 kom * 10 din/kom * 0.03 =300 din
ONV(A2, S2) = 1000 kom * 10 din/kom * 0.005 = 500 din
ONV(A2, S3) = 1000 kom * 10 din/kom * 0,11 = 1100 din

Očekivana novčna vrednost akcije A2 jednaka je:
$ONV(A2) = ONV(A_2,S_1)*v(S_1)+ONV(A_2,S_2) * v(S_2) + ONV(A_2,S_3) * v (S_3)$
ONV(A2) =300 * 0.75 + 500 * 0.12 + 1100 * 0.11 = 428 din.

Očekivana kajanja za akciju A1 i stanja S1 i S2 iznose:
OK(A1, S1) = ONV(A1) - ONV(A2, S1) = 1000 – 300 = 700 din
OK(A1, S2) = ONV(A1) - ONV(A2, S2) = 1000 – 500 = 500 din

dok je očekivano kajanje za akciju A2 i stanje S3 jednako:
OK(A2, S3) = ONV(A2, S3) - ONV(A1) = 1100 – 1000 = 100 din

Očekivano kajanje za akciju A1 jednako je:
$OK(A1) = OK(A_1,S_1) * v(S_1) + OK(A_1,S_2) *v(S_2) + OK(A_1,S_3) * v(S_3)$
OK(A1) = 700* 0.75 + 500 * 0.12 + 0* 0.13 = 585 din.

Očekivano kajanje za akciju A2 je:
$OK(A2) = OK(A_2,S_1) * v(S_1) + OK(A_2,S_2) * v(S_2) + OK(A_2,S_3) * v(S_3)$
OK(A2) = 0 * 0.75 + 0 * 0.12 + 100 * 0.13 = 13 din.

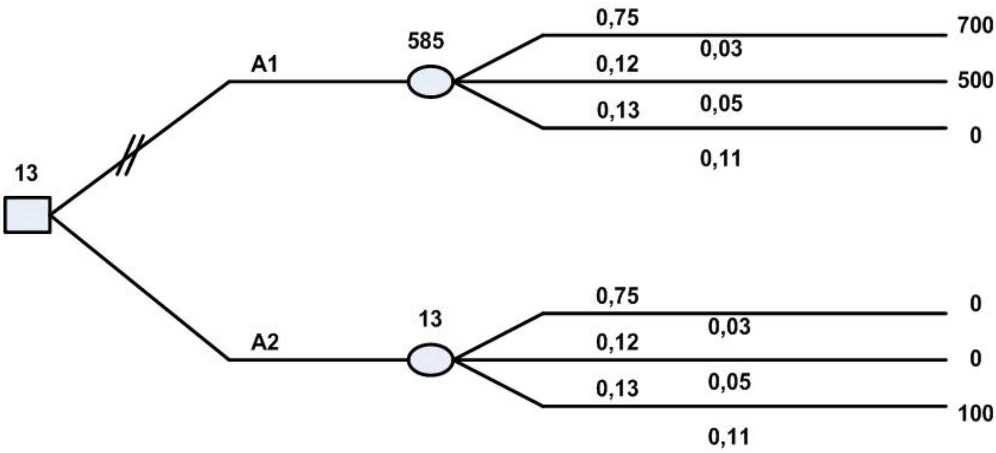
Vrednosti plaćanja i kajanja za obe akcije date su u tabeli br.9.1

Tabela 9.1 Tabela plaćanja i kajanja PLAĆANJE KAJANJE

S_j	$V(S_j)$	A_1	A_2	A_1	A_2
S_1=0.03	0.75	1000	300	700	0
S_2=0.05	0.12	1000	500	500	0
S_3=0.11	0.13	1000	1100	0	100
$\sum$		1000	428	585	13

Upoređujući brojne vrednosti očekivanih kajanja za posmatrane akcije A1 i A2, OK(A1)=585>OK(A2)=13, dolazi se do zaključka da uprava treba da izabere akciju A2, tj. Da se iše kvalitet proizvoda.

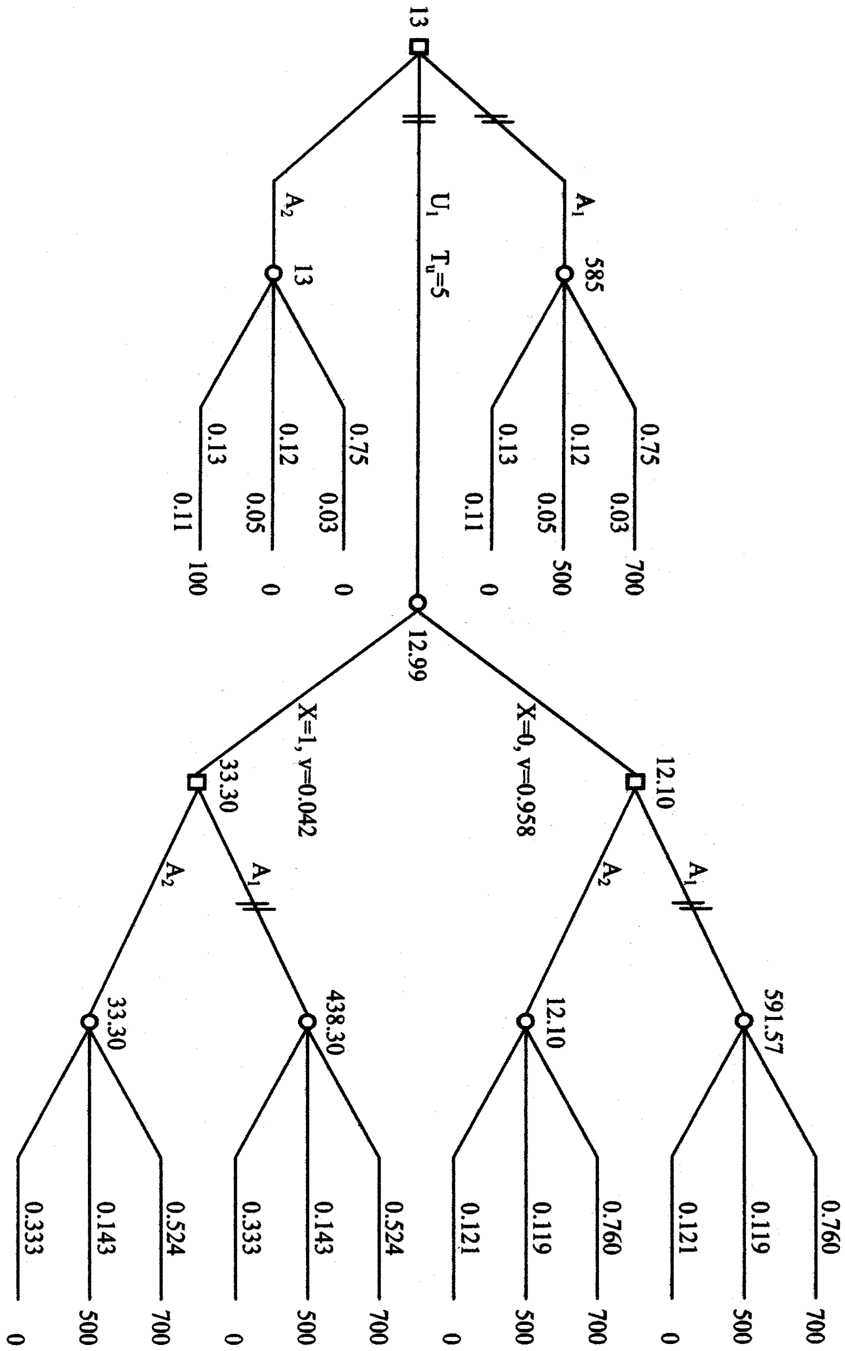
Isti problem je predstavljen grafički, drvetom odlučivanja (slika 6).



Slika 9.1 Drvo odlučivanja

Prelazna etapa ka sekvencijalnom problemu odlučivanja je mogućnost donosioca odluke da u cilju pribavljanja dodatnih informacija izvrši samo jedan eksperiment. Tako, za napred dati problem, vrši se uzorkovanje jednog uzorka (n=1), pri čemu se dobiva rezultat X (broj defektnih jedinica), koji može imati dve vrednosti : 0 defektnih i 1 defektni komad. Cilj je Polazna osnova drveta odlučivanja ista je kao na slici . Međutim, pored dve konačne akcije (A1 i A2), postoji i mogućnost eksperimentisanja, odnosno uzimanja jednog uzorka, što se predstavlja trećom granom (U1) novog drveta odlučivanja (slika). Iako se proračun vrši tek kada se drvo kompletira, sigurno je da se akcija A1 može odbaciti (precrtati) jer je gora od akcije A2. Što se tiče akcija A2 i U1, zna se da su troškovi uzorkovanja (Tu=5 din.) manji od očekivanog kajanja akcije A2, što predstavlja jedini kriterijum za sprovođenje uzorkovanja.

Analiza se nastavlja granom U1 i prvim čvorom mogućnosti. Na tom čvoru mogućnosti su lovljene rezultatom uzorkovanja, koji je jednak X=0 ili X=1 defektan komad. Zbog toga iz čvora polaze dve grane kojima se dodeljuju marginalne verovatnoće nastupanja određenog rezultata uzorkovanja. Na krajevima tih grana nalaze se čvorovi odlučivanja gde se vrši izbor između akcija A1 i A2. Izbor akcije je uslovljen prethodno sprovedenim uzorkovanjem, tako da se očekivane vrednosti kajanja svake od akcija dobivaju korišćenjem a posteriori verovatnoća nastupanja pojedinih stanja. Na završecima grana nalaze se vrednosti očekivanih kajanja.



Slika 9.2 Drvo odlučivanja

Prvi slučaj: U slučaju kada da je rezultat uzorkovanja X=0, uzorkovana jedinica nije defektna, uslovne verovatnoće za različita stanja jednake su:

$v(X=0/S_j) = 1 - S_j$

$v(X=0/S_1) = 1- S_1 = 1- 0.03 = 0.97$

$v(X=0/S_2) = 1- S_2 = 1- 0.05 = 0.95$

$v(X=0/S_3) = 1 – 0.11 = 0.89$

Problem izbora kada je rezultat uzorkovanja X=0 dat je u tabeli 9.2

Tabela 9.2 Problem izbora kada je rezultat istraživanja X=0

S	VEROVATNOĆA			
	Apriori	Uslovna	Zajednička	A posteriori
	$V(S_j)$	$V(X/S_j)$	$V(S_j)*v(X/S_j)$	$V(S_j/X)$
S_1	0.75	0.97	0.75*0.97=0.728	0.728 / 0958=0760.
S_2	0.12	0.95	0.12*0.95=0.114	0.114 / 0958 = 0.119
S_3	0.13	0.89	0.13*0.89=0.116	0.116 / 0.958 =0.121
$\sum$	1.00		0.958	1.00

Kao i u slučaju analize odlučivanja bez uzorkovanja, funkcija plaćanja za akciju A1 iznosi:
ONV(A1) = 1000 kom * 1 din/kom = 1000 din.

a za akciju A2 zavisi od stanja prirode:
ONV(A2, Sj) = 1000 kom * 10 din/kom * S_j = 10000 * S_j

odnosno:
ONV(A2, S1) = 1000 kom * 10 din/kom * 0.03 = 300 din.

ONV(A2, S2) = 1000 kom * 10 din/kom * 0.05 = 500 din.
ONV(A2, S3) = 1000 kom * 10 din/kom * 0.11 = 1100 din.

Očekivana novčana vrednost akcije A2 jednaka je:
$ONV(A2) = ONV(A_2,S_1) * v(S_1/X) + ONV(A_2,S_2) * v(S_2/X) + ONV(A_2,S_3) * v(S_3$

$ONV(A_2) = 300 * 0.760 + 500 * 0,119 +1100 * 0.121 = 420.52$ din.

Očekivana kajanja za akciju A_1 i stanja S_1 i S_2 iznose:
$OK(A_1,S_1) = ONV(A_1) - ONV(A_2,S_1) = 1000 -300 = 700$ din.
$OK(A_1,S_2) = ONV(A_1) – ONV(A_2,S_2) = 1000 – 500 = 500$ din.

dok je očekivano kajanje za akciju A2 i stanje S3 jednako:
OK(A2, S3) = ONV(A2, S3) - ONV(A1) = 1100 – 1000 = 100 din
Očekivano kajanje za akciju A1 jednako je:
$OK(A1) = OK(A_1,S_1) * v(S_1/X) + OK(A_1,S_2) * v(S_2/X) + OK(A_1,S_3) * v(S_3/X)$
OK(A1) = 700 * 0.760 + 500 * 0.119 + 0 * 0.121 = 591,57 din.

Očekivano kajanje za akciju A2 je:
$OK(A2) = OK(A_2,S_1) * v(S_1/X) + OK(A_2,S_2) * v(S_2/X) + OK(A_2,S_3) * v(S_3/X)$
OK(A2) = 0 * 0.760 +0 * 0.119 +100 * 0.121 = 12.10 din

Vrednosti plaćanja i kajanja za obe akcije date su u tabeli 9.3

Tabela 9.3 Tabela plaćanja iksajanja u slučaju X=0

S_j	$V(X/S_J)$	Plaćanje		Kajanje	
		A_1	A_2	A_1	A_2
S_1=0.003	0.97	1000	300	700	0
S_2=0.005	0.95	1000	500	500	0
S_3=0.11	0.89	1000	1100	0	100
$\sum$		1000	420.50	591.57	12.10

Obzirom da je OK(A1)=591.57 > OK(A2)=12.10, u slučaju za X=0 (nema defektnih jedinica), najbolja akcija je A2 (bez kontrole).

Drugi slučaj: U slučaju kada da je rezultat uzorkovanja X=1, uzorkovana jedinica je
defektna, uslovne verovatnoće za različita stanja jednake su:

$v(X=1/S_j)=v(S_j)$
$v(X=1/S_1)=0.03$
$v(X=1/S_2)=0.05$
$v(X=1/S_3)=0.11$

Problem izbora kada je rezultat uzorkovanja X=0 dat je u tabeli 9.4 Funkcija plaćanja za akciju A1 iznosi:

ONV(A1) = 1000 kom * 1 din/kom = 1000 din.

Tabela 9.4 Problem izbora kada je rezultat istraživanja X=1

S	VEROVATNOĆA			
	Apriori	Uslovna	Zajednička	A posteriori
	$V(S_j)$	$V(X/S_j)$	$V(S_j)*v(X/S_j)$	$V(S_j/X)$
S_1=0.03	0.75	0.03	0.75*0.03=0.022	0.022/0.042=0.524
S_2=0.05	0.12	0.05	0.12*0.05=0.006	0.006/0.042=0.143
S_3=0.11	0.13	0.11	0.13*0.11=0.014	0.014/0.042=0.333
$\sum$	1.00		0.042	1.000

A za akciju A_2 zavisi od stanja prirode:

$ONV(A_2,S_j)$ = 1000 kom * 10 din/kom * S_j = 10000 * S_j din.

odnosno
ONV(A2, S1) = 1000 kom * 10 din/kom * 0.03 = 300 din.
ONV(A2, S2) = 1000 kom * 10 din/kom * 0.05 = 500 din.
ONV(A2, S3) = 1000 kom * 10 din/kom * 0.11 = 1100 din.

Očekivana novčana vrednost akcije A2 jednaka je:
ONV(A2) =$ONV(A_2,S_1)$ * $v(S_1)$ + $ONV(A_2,S_2)$ * $v(S_2)$ +$ONV(A_2,S_3)$ * $v(S_3)$
ONV(A2) = 300 * 0.524 + 500 * 0.143 + 100 * 0.333 = 595.00 din

Očekivana kajanja za akciju A1 i stanja S1 i S2 iznose:
OK(A1, S1) = ONV(A1) - ONV(A2, S1) = 1000 – 300 = 700 din
OK(A1, S2) = ONV(A1) - ONV(A2, S2) = 1000 – 500 = 500 din

dok je očekivano kajanje za akciju A2 i stanje S3 jednako:
OK(A2, S3) = ONV(A2, S3) - ONV(A1) = 1100 – 1000 = 100 din

Očekivano kajanje za akciju A1 jednako je:
OK(A1) = $OK(A_1,S_1)$ * $v(S_1/X)$ + $OK(A_1,S_2)$ * $v(S_2/X)$ + $OK(A_1,S_3)$ * $v(S_3/X)$
OK(A1) =700 * 0.524 + 500 * 0.143 + 0 * 0.333 = 438.30 din.

Očekivano kajanje za akciju A2 je:

$OK(A2) = OK(A_2,S_1) * v(S_1/X) + OK(A_2,S_2) * v(S_2/X) + OK(A_2,S_3) * v(S3/X)$

$OK(A_2) = 0 * 0.524 + 0* 0.1430+ 100 * 0.333 = 33.30$

Vrednosti plaćanja i kajanja za obe akcije date su u tabeli 9.5

Tabela 9.5 Tabela plaćanja i kajanja u slučaju X=1

S_j	$V(X/S_j)$	Plaćanje		Kajanje	
		A1	A_2	A_1	A_2
S_1=0.03	0.03	1000	300	700	0
S_2=0.05	0.05	1000	500	500	0
S_3=0.11	0.11	1000	1100	0	100
$\sum$		1000	595.00	438.30	33.30

Upoređujući brojne vrednosti očekivanih kajanja za posmatrane akcije A1 i A2, OK(A1)=438.30>OK(A2)=33.30, dolazi se do zaključka da uprava treba da izabere akciju A2, tj. da ne kontroliše kvalitet proizvoda.

Sa izračunatim vrednostima moguće je krenuti unazad i popuniti drvo odlučvanja konkretnim vrednostima. Najpre se posmatra grana X=0. Očekivana vrednost kajanja akcije A1 je 591.57, a akcije A2 12.10. Kao bolja bira se akcija A2; njena vrednost očekivanog kajanja prenosi se u odgovarajući čvor mogućnosti, dok se akcija A1 precrta. Slično se postupa sa granom X=1, gde se takođe bira akcija A2 kao bolja, sa očekivanim kajanjem 33.30.

Dalje, dolazi se do sledećeg čvora mogućnosti, gde se bira rezultat uzorka, X=0 ili X=1, na osnovu vrednosti očkivanog kajanja uzorkovanja, koja je jednaka:

$$\mathbf{OK(U_1)=OK(A_2,X=0)*\sum v(S_j)*v(X=0/S_j)+OK(A_2,X=1)*\sum v(S_j)*v(X=1/S_j)}$$

$OK(U_1)$= 12.10 * 0.958 + 33,30 * 0.042 = 12.99 din

Vrednost 12.99 din. dodeljuje se čvoru mogućnosti grane U1. Na tu vrednost dodaju se troškovi uzorkovanja Tu=5 din., što ukupno iznosi za akciju U1 17.99 din. Donosioc odluke ima sve elemente za izbor između akcija A2 i U1, obzirom da je A1 već odbačena. Naravno, on bira akciju A2.

Konačno rešenje ovog problema je izbor akcije A2, tj. uprava će prihvatiti proizvodnju bez kontrole.

Naravno, postoje situacije kada se donosioc odluke ne može zadovoljiti rezultatima ndobivenim proračunima na osnovu samo jednog eksperimenta. Tada se preduzima niz eksperimenata jedan za drugim, sekvencijalno, u cilju zadovoljenja potreba donosioca odluke za relevantnim informacijama. Pri uzimanju novih uzoraka mora se voditi računa o vrednostima informacija koje se iz njih dobivaju, kao i o troškovima samog uzorkovanja. Kako je u ovakvim situacijama odlučivanja ostavljena mogućnost uzorkovanja do beskonačnosti, potrebno je primeniti tzv. kriterijum zaustavljanja da bi se eliminisala beskonačnost. Naime, pri formiranju drveta odlučivanja stalno se upoređuju očekivana kajanja konačnih akcija sa troškovima uzorkovanja. Uzorkovanje ne treba vršiti ukoliko se na bilo kom delu drveta nađe akcija čije je očekivano kajanje manje od troškova uzorkovanja. Time se grananje na tom delu drveta zaustavlja i prelazi se na ispitivanje ostalih delova, koje traje do potpunog blokiranja svih grananja.

Celokupna analiza zasniva se na ocenjenim vrednostima elemenata odluke. Samim tim i konačan izbor može značajno zavisiti od tačnosti predviđenih vrednosti. Zato ovakvu analizu u praksi mora da prati i tzv. analiza osetljivosti, kojom se ispituje stepen osetljivosti ili otpornosti obivenog rezultata na promene ocenjenih vrednosti ishoda i verovatnoća događaja. Analiza otkriva da li je odluka o izboru strategije stabilna na male promene ocenjenih vrednosti pojedinih elemenata. Variranjem pojedinih vrednosti može se zaključiti, npr. da bi izabrana opcija bila prihvatljiva i uz niže cene proizvoda i nepovoljnije uslove na tržištu, ali i obrnuto, da bi male korekcije pojedinih ocenjenih vrednosti uslovile promenu konačne odluke; tada bi menadžeri morali da preispitaju odluku, ili da je odlože u cilju prikupljanja dopunskih informacija. Ali, čak i ako rezultati analize osetljivosti budu povoljni, to ne znači da firma odmah pristupa realizaciji projekta. Očekivani rezultat treba uporediti sa sličnim procenama rezultata ostalih projekata u firmi, ako takve postoje. Tek ako se utvrdi da je određena strategija razvoja bolja u odnosu na ostale, tj. ako je njena očekivana vrednost maksimalna, treba odobriti realizaciju projekta. Naravno, ostvareni rezultat neće biti jednak očekivanoj vrednosti; on će biti manji ili veći od nje u zavisnosti od stvarnih tržišnih okolnosti. [3]

Primer 9.2

Vlasnik stana razmišlja da osigura svoje kućne vrednosti od krađe na godinu dana. Svoju kućnu imovinu je procenio na 20 000 dolara.

Statistički podaci vezani za krađe i provale, ukazuju mu da je mogućnost provale u njegov stan u narednih godinu dana 0.03. Takođe, na osnovu statistike je utvrđeno da bi prilikom krađe njegovi gubici iznosili 10%, 20%, ili 40% od ukupne vrednosti njegove imovine sa odgovarajućim verovatnoćama od 0.5, 0.35 i 0.15, respektivno.

Vlasnik stana razmatra uslove tri firme za osiguranje.

Polisa osiguranja firme A iznosi 150 dolara godišnje. Firma se obavezuje da će nadoknaditi celokupni iznos gubitaka uslovljenih krađom.

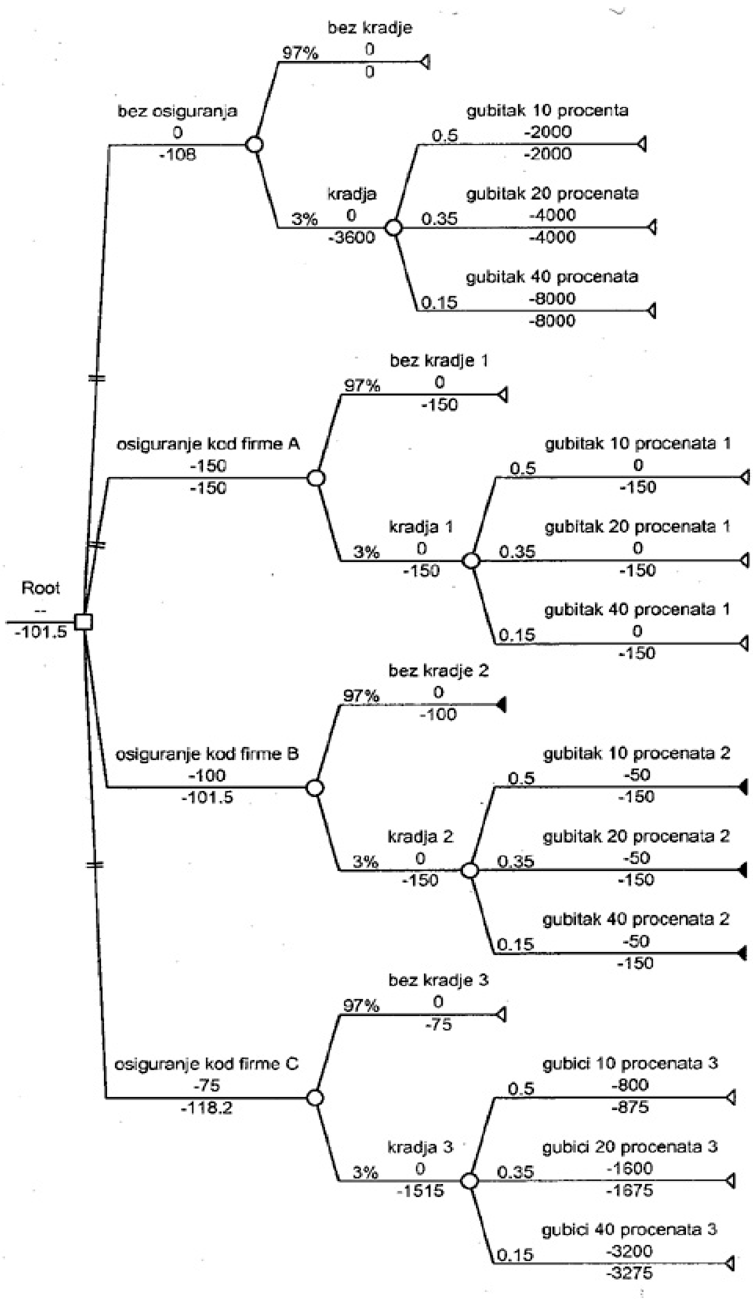
Polisa osiguranja firme B je jeftinija i iznosi 100 dolara godišnje, s tim što vlasnik preuzima obavezu da sam nadoknadi iznos od 50 dolara u slučaju bilo koje vrednosti gubitka.

Polisa osiguranja firme C je najjeftinija i iznosi 75 dolara na godišnjem nivou, ali se firma obavezuje da isplati samo 60% od ukupne vrednosti štete. [14]

Konstruisati drvo odlučivanja za ovaj problem i metodom MOV(ONV metod) izabrati najbolju alternativu.

REŠENJE

Drvo odlučivanja je prikazano na narednoj slici:



Slika 9.3 Drvo odlučivanja

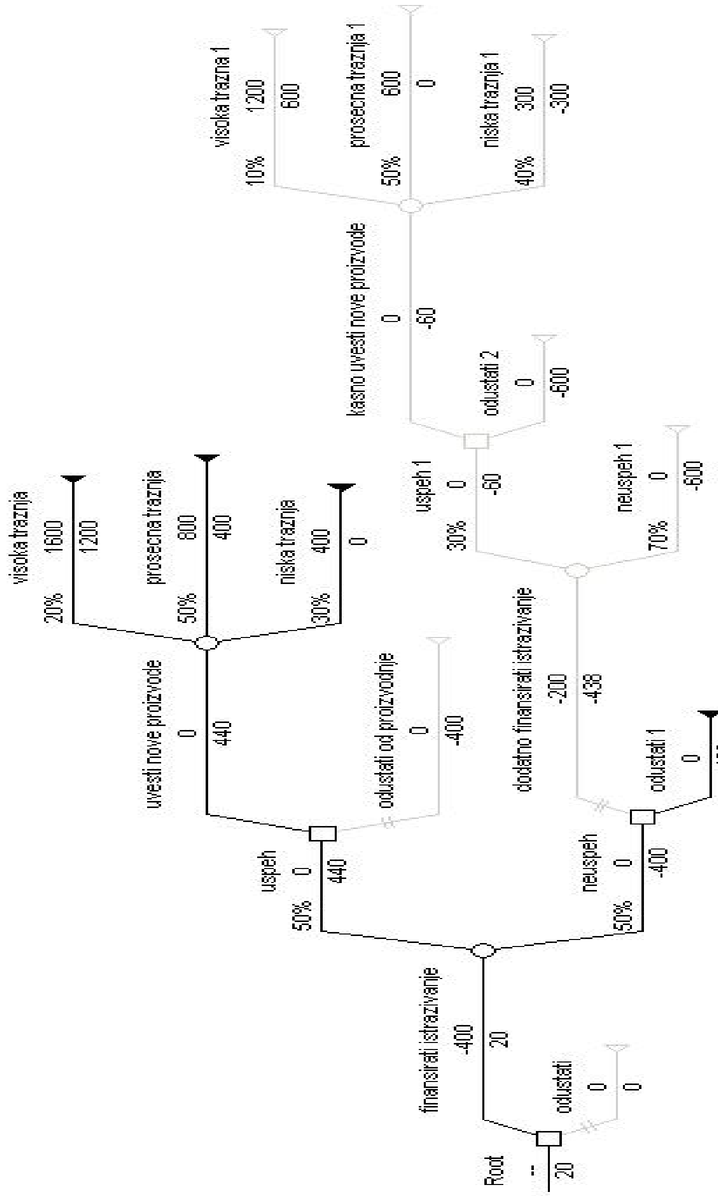
Na osnovu izračunatih vrednosti očekivanih vrednosti (OV) za svaku alternativu koje iznose:
-bez osiguranja: OV=-108
-osiguranje kod firme A: OV=-150
-osiguranje kod firme B: OV=-101.5
-osiguranje kod firme C: OV=-118.2
zaključujemo da je najbolja alternativa »osiguranje kod firme B« zato što ima najveću očekivanu vrednost.

Primer 9.3.

Kompanija FPE proizvodi preciznu elektroniku. Menadžeri treba da odluče da li da prihvate projekat razvoja nove serije veoma preciznih elektronskih mernih instrumenata, koji bi firmi omogućili značajnu konkurentsku prednost na tržištu. Troškovi istraživačkog projekta bi iznosili 400 000 evra. Odeljenje za marketing i prodaju ocenjuje da bi životni vek novih proizvoda bio pet godina, kao i da bi oni predstavljali veliki uspeh ako bi se mogli proizvesti i plasirati u periodu od dve godine. Menadžeri su ocenili očekivane profite i verovatnoće njihovog javljanja: u slučaju visoke tražnje (verovatnoća 0.2) profit bi iznosio 1.6 mil.evra; u slučaju prosečne tražnje (verovatnoća 0.5) profit bi iznosio 800 000 evra i u slučaju niske tražnje (verovatnoća 0.3) profit bi bio svega 400 000 evra. Ipak, imajući u vidu relativno skromne mogućnosti centra za istraživanje, šanse da se projekat uspešno završi u tako kratkom roku su relativno male, odnosno, menadžeri ih procenjuju na 50%. Ako se ovaj rok probije, onda bi firma mogla da podnese dodatne troškove za nastavak istraživanja. Ali, postoji realna opasnost da će neka od konkurentskih firmi do tada ponuditi slične proizvode i tako zauzeti deo tržišta na koji FPE pretenduje. Ako istraživački napori za dve godine ne urode plodom, onda bi se mogla obezbediti dodatna sredstva za nastavka istraživanja za još godinu dana od 200 000 evra. Ipak, menadžeri očekuju da će se šanse uspešne realizacije istraživanja smanjiti, pa joj prpisuju verovatnoću od 0.3. Ako za tri godine firma uspe da plasira nove proizvod, onda se, zbog moguće pojave konkurentskih proizvoda, očekuju znatno slabiji rezultati od prethodnih. Zato menadžeri predviđaju da će ukupan diskontovani profit za period od 4 godine (u zavisnosti od pojave visoke, prosečne ili niske tražnje) iznositi: 1.2 mil.evra (sa verovatnoćom od 0.1), 600 000 evra (sa verovatnoćom od 0.5) i 300 000 evra (sa verovatnoćom od 0.4). Konačno, ako firma u bilo kom periodu napusti projekat, konkurentski nastup sa sličnim proizvodima neće se tretirati kao oportunitetni gubitak. [14]

Konstruisati drvo odlučivanja i odrediti najbolju alternativu primenom MOV metode.

REŠENJE



Slika 9.4 Drvo odlučivanja za navedeni problem

Na osnovu proračunatih očekivanih vrednosti alternativa sledi da bi kompanija trebala da finansira istraživanje jer je OV ove akcije (20) veća od akcije odustati (0). U slučaju da projekat ne bude uspešno završen u predviđenom periodu od dve godine, kompanija bi trebala da odustane od dodatnog finansiranja jer je OV akcije »odustati« (-400) veća od OV akcije »dodatno finansirati« (-436).

Primer 9.4

Kompanija treba da donese odluku vezanu za novi proizvod, proizveden od strane njihovog istraživačkog tima. Menadžeri treba da odluče da li da se na tržište izađe sa probnom serijom proizvoda ili da se potpuno odustane od njegove proizvodnje. Procenjeno je da će ukupni troškovi lansiranja probne serije proizvoda na tržište iznositi 100 000 dolara. Iskustvo iz prošlosti pokazuje da samo 30% novih proizvoda bude prihvaćeno na tržištu. Ukoliko novi proizvod bude prihvaćen na tržištu, kompanija će se suočiti sa novom odlukom vezanom za veličinu fabrike koju je potrebno izgraditi u cilju serijske proizvodnje proizvoda. Izgradnja male fabrike, sa proizvodnim kapacitetom od 2000 jedinica proizvoda, bi koštala 150 000 dolara, dok bi izgradnja veće fabrike, sa proizvodnim kapacitetom od 4000 proizvoda godišnje, koštala 250 000 dolara. Odeljenje za marketing kompanije je procenilo da postoji verovatnoća od 40% da će konkurencija odgovoriti lansiranjem sličnog proizvoda i da će cena po proizvodu (u dolarima) iznositi:

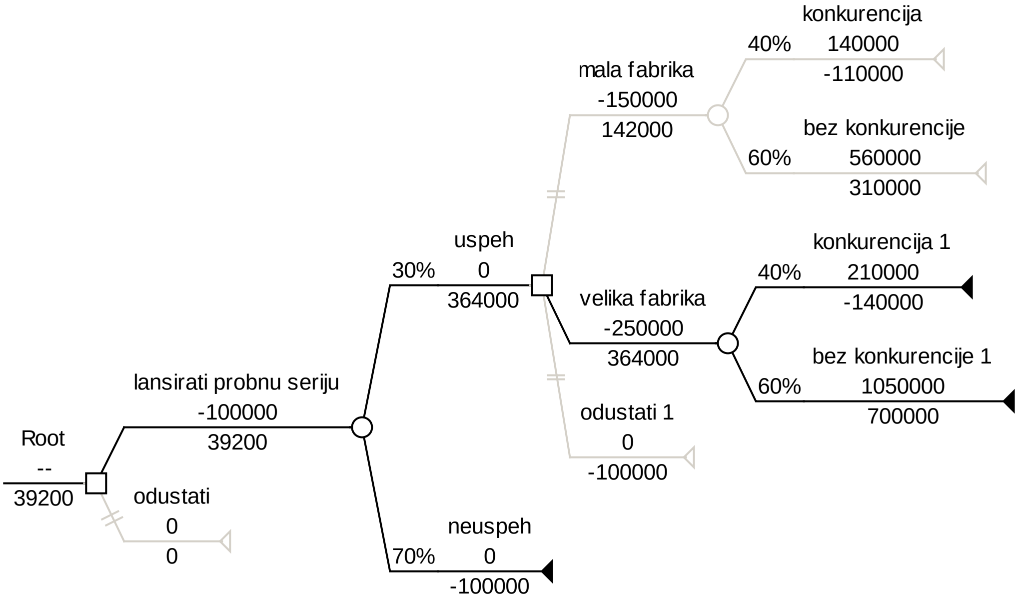
Tabela 9.6

	Velika fabrika	Mala fabrika
Sa konkurencijom	20	35
Bez konkurencije	50	65

Pretpostavljajući da je životni vek novog proizvoda na tržištu procenjen na 7 godina i da godišnji troškovi rada i velike i male fabrike jednaki (50 000 dolara) odrediti da li kompanija treba da izađe na tržište sa probnom serijom proizvoda. [14]

REŠENJE

U cilju rešavanja postavljenog problema konstruisano je drvo odlučivanja i metodom MOV određene su očekivane vrednosti svake alternative.



Slika 9.5 Drvo odlučivanja

Na osnovu dobijenih vrednosti može se zaključiti sledeće:

-kompanija treba da plasira na tržište probnu seriju proizvoda zato što je očekivana vrednost ove alternative (OV=39200) veća od očekivane vrednosti alternative »odustati« (OV=0).

-ukoliko probna serija doživi uspeh na tržištu onda bi najbolja alternativa bila »velika fabrika« zato što je njena očekivana vrednost (OV=364000) veća u odnosu na očekivane vrednosti akcija »mala fabrika« (OV=142000) i »odustati« (OV=-100000).

10. ODLUČIVANJE U USLOVIMA IZVESNOSTI

Pored profita, menadžer pri donošenju poslovnih odluka vodi računa i o drugim dimenzijama rezultata; neke od njih, poput očuvanja dobrih poslovnih odnosa ili unapređenja imidža firme, mogu imati i izvestan prioritet u odnosu na novčani bilans. Zato se, umesto jednom vrednošću, alternative ili ishodi akcija prikazuju sa nekoliko ili čitavim nizom karakteristika.

Neke od njih precizno se izražavaju u različitim jedinicama mere, dok se druge prikazuju opisno.

Izvesnost je definisana kao slučaj kada su poznate sve činjenice vezane za stanja prirode problema. U slučajevima kada postoji veći broj, obično protivurečnih, kriterijuma koristi se tzv. *višekriterijumsko odlučivanje* (VKO). Upravo ta činjenica predstavlja značajan korak ka realnosti problema koji se metodima višekriterijumskog odlučivanja mogu rešavati.

Prisustvo većeg broja kriterijuma u modelima odlučivanja ima i svoje nedostatke. U matematičkom smislu modeli su vrlo složeni, svaki realni problem se rešava praktično od slučaja do slučaja, a najznačajniji su:

- *Više ciljeva/atributa* - svaki problem ima više ciljeva, odnosno, atributa, tako da donosioc odluke prilikom postavljanja problema mora odrediti primenljive ciljeve/atribute.
- *Protivurečnost kriterijuma* – najčešće je više kriterijuma međusobno protivurečno (npr. kvalitet i cena robe).
- *Neuporedive jedinice mere* - svaki cilj/atribut ima različitu jedinicu mere.
- *Dizajn/izbor* - rešenje problema dizajna i izbora je ili određivanje najbolje alternative ili izbor najbolje između prethodno određenih krajnjih alternativa.

Saglasno poslednjoj karakteristici, problemi višekriterijumskog odlučivanja mogu se klasifikovati u dve grupe: višeciljno (VCO) i višeatributivno (VAO) odlučivanje. Njihove razlike, prema Yoonu i Hwangu, date su u tabeli 20.

Tabela 10.1 Razlike između VCO i VAO

	VCO	**VAO**
KRITERIJUM(definisan)	CILJEVIMA	ATRIBUTIMA
CILJ	EKSPLICITAN	IMPLICITAN
ATRIBUT	IMPLICITAN	EKSPLICITAN
OGRANIČENJA	AKTIVNA	NEAKTIVNA
AKCIJE(alternative	BESKONAČAN BROJ kontinualne	KONAČAN BROJ diskretne
INTEGRACIJA SA DO	IZRAZITA	NIJE IZRAZITA
PRIMENA	PROJEKTOVANJE	IZBOR/EVALUACIJA

Naravno, nemoguće je i nepotrebno upoznavanje sa svakim od postojećih metoda, jer ih ima u velikom broju i neprekidno se razvijaju novi. Ali, treba raditi na razumevanju osnovnih principa primene nekih od metoda i putem računarskih programa, i diskusiji razultata.

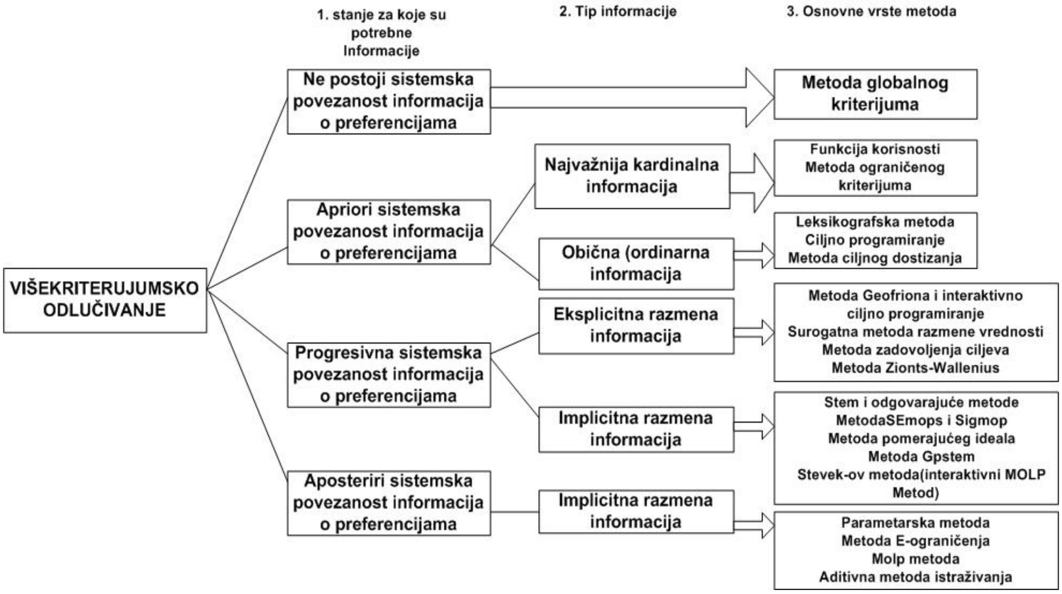
10.1 METODI VIŠECILJNOG ODLUČIVANJA

Svi do sada razvijeni metodi višeciljnog odlučivanja (VCO) imaju sledeće karakteristike:

- skup ciljeva koji mogu biti kvantifikovani,
- skup dobro definisanih ograničenja, i
- proces dobijanja informacija (eksplicitnih ili implicitnih) o identifikovanim ciljevima.

Poslednja osobina je posebno značajna. Naime, većinu realnih ciljeva je vrlo teško kvantifikovati, pa je za korišćenje metoda iz ove grupe potrebno raspolagati procesom koji bi bio u stanju da bezbedi određeni nivo kvantifikacije svih ciljeva.

Klasifikacija metoda VKO po Hwangu i Yoonu data je na slici 10.1.1



Slika 10.1.1 Klasifikacija metoda višekriterijumskog odlučivanja

Poznati svetski autori saglasni su da se većina realnih problema može rešavati primenom nteraktivnih metoda, kada donosioc odluke aktivno učstvuje u kreiranju i analizi efikasnih rešenja, a na kraju procesa bira konačno, najprihvatljivije rešenje.

Primer 10.1.1

Za navedeni matematički model naći rešenje koristei se metodima višeciljnog odlučivanja.

Funkcije kriterijuma:
max f1(x) = x1 + 2 x2
max f2(x) = 2 x1 + x2
max f3(x) = -x1 + 2x2

Ograničenja:
g1(x) x1 + 0x2 ≤ 6
g2(x) 0x1 + 2x2 ≤ 10
g3(x) 3x1 + 0x2 ≤ 27
g4(x) 8x1 + 0x2 ≥ 8

Promenljive:
x1, x2 $\geq$ 0

REŠENJE

Najpre se određuju marginalna rešenja, koja predstavljaju optimalna rešenja za pojedine kriterijume, a potom i idealne vrednosti funkcija svakog od kriterijuma.

Određivanje marginalnih rešenja:
max f1(x) = x1 + 2x2
max f2(x) = 2 x1+ 5x2
max f3(x) = -x1 + 2x2

g1(x) x1 + 0 x2 $\leq 10 \Rightarrow$ x1 ≤ 6
g2(x) 0 x1 +2 x2 $\leq 10 \Rightarrow$ x2 ≤ 5
g3(x) 3 x1 + 0 x2 $\leq 27 \Rightarrow$ x1 ≤ 9
g4(x) 8 x1 + 0 x2 $\geq 8 \Rightarrow$ x1 $\geq$ 1
x1, x2 ≥ 0

U koordinatnom sistemu (x1, x2) određene su tačke (1,0), (6,0), (6,5), (1,5), koje predstavljaju
marginalna rešenja za funkcije kriterijuma.

Idealna vrednost funkcije kriterijuma f1(x)

f1(x)= x1 + 2x2

g1(x) x1 + 0x2 ≤ 6
g2(x) 0x1 + 2 ≤ 10
g3(x) 3x1 + 0x2 ≤ 27
g4(x) 8x1 + 0x2 ≥ 8
x1, x2 ≥ 0

f1(x) = 1 * 1 + 2 * 0= 1
f1(x) = 1 * 6 + 2 * 0 = 6
f1(x) =1 * 6 + 2 * 5 = 16
f1(x) = 1 * 1 + 2 * 5 = 11

Idealna vrednost funkcije kriterijuma f1(x) jednaka je maksimalnoj vrednosti funkcije $f^{+}_{1(X)}$=16 za marginalno rešenje $x^{(1)}$=(6,5).

Idealna vrednost funkcije kriterijuma f2(x)
f2(x) =2 x1+x2

g1(x) x1 + 0x2 $\leq$ 6
g2(x) 0x1 + 2x2 $\leq$ 10
g3(x) 3 x1 + 0x2 $\leq$ 27
g4(x) 8x1 + 0x2 $\geq$ 8

x1, x2 $\geq$ 0

f2(x) = 2 *1 +1 * 0 = 2
f2(x) = 2 * 6 + 1 * 0 = 12
f2(x) = 2 * 6 + 1 * 5 = 17
f2(x) = 2 * 1 + 1 * 5 = 7
Idealna vrednost funkcije kriterijuma f2(x) jednaka je maksimalnoj vrednosti funkcije $f^{*}_{2(x)}$= 17 za marginalno rešenje $x^{(2)*}$=(6,5)

Idealna vrednost funkcije kriterijuma f3(x)
f3(x) = -x1 + 2x2

g1(x) x1 + 0x2 $\leq$ 6
g2(x) 0x1 + 2x2 $\leq$ 10
g3(x) 3x1 + 0x2 $\leq$ 27
g4(x) 8x1 + 0x2 $\geq$ 8

x1, x2 $\geq$ 0

f3(x) = -1 * 1 + 2* 0 = -1
f3(x) = -1 * 6 + 2 * 0 = -6
f3(x) = -1 * 6 + 2 * 5 =4
f3(x) = -1 * 1 + 2 * 5 = 9
Idealna vrednost funkcije kriterijuma f3(x) jednaka je maksimalnoj vrednosti funkcije
$f^{*}_{3(x)}$=9 za marginalno rešenje $x^{(3)*}$ =(1,5).

Tabela 10.1.1 Marginalna rešenja na funkcije kriterijuma i skup ograničenja

Vrednost promenljivih		Vrednost kriterijuma			Ostvarene vrednosti ograničenja			
X_1	X_2	f_1	f_2	f_3	$g_1 \leq 6$	$g_2 \leq 5$	$g_3 \leq 9$	$g_4 \geq 1$
6	5	16	17	4	6	10	18	48
6	5	16	17	4	6	10	18	48
1	5	11	7	9	1	10	3	8

U tabeli su date vrednosti funkcija i ograničenja za marginalne tačke kod kojih su vrednosti funkcija idealne. Tačka (6,5) se javlja u dva slučaja ,obzirom da se u toj tački nalazi idealna vrednost funkcije f_1 i funkcije f_2.

10.1.2 Metod globalnog kriterijuma

Metod globalnog kriterijuma izuzetno je jednostavan i ne zahteva preferencije o kriterijumima. Nakon određivanja idealnih vrednosti kriterijuma formira se pomoćni jednokriterijumski model sa ograničenjima kao u modelu i funkcijom kriterijuma: [3]

$$\textbf{min } \mathbf{f_r(x)} = \sum_k \left(\frac{f_k^*(x) - f_k(x)}{f_k^*(x)} \right)^r, \quad \mathbf{r} \geq 1$$

Rešenje problema jednako je minimalnoj vrednosti jednokriterijumskog modela, a predstavlja odabranu varijantu zbira normalizovanih odstojanja ostvarenih vrednosti od idealnih vrednosti kriterijuma.

Primer 10.1.2

Razmatra se napred prikazani primer i najjednostavnija varijanta formiranja funkcije kriterijuma u pomoćnom modelu metoda globalnog kriterijuma kada je r=1.

max f1(x) = x1 + 2x2
max f2(x) = 2x1 - x2
max f3(x) = -x1 + 2x2

g1(x) x1 + 0x2 $\leq$ 6
g2(x) 0x1 + 2x2 $\leq$ 10
g3(x) 3x1 + 0x2 $\leq$ 27
g4(x) 8x1 + 0x2 $\geq$ 8

x1, x2 $\geq$ 0

Idealne vrednosti kriterijuma:

$f^*_{1(x)} = 16$

$f^*_{2(x)} = 17$

$f^*_{3(x)} = 9$

Globalna funkcija (za r=1):

$$\mathbf{minf_{r-1}(x)=}\frac{f_1^*(x)-f_1(x)}{f_1^*(x)}+\frac{f_2^*(x)-f_2(x)}{f_2^*(x)}+\frac{f_3^*(x)-f_3(x)}{f_3^*(x)}$$

$$\mathbf{minf_{r-1}(x)=}\frac{16-(x_1+2x_2)}{16}+\frac{17-(2x_1+x_2)}{17}+\frac{9-(-x_1+2x_2)}{9}$$

min $f_{r=1}(x)=3 - 0{,}069x_1 - 0{,}406x_2$

$g_1(x)$ $x_1 + 0x_2 \leq 6$
$g_2(x)$ $0x_1 + 2x_2 \leq 10$
$g_3(x)$ $3x_1 + 0x_2 \leq 27$
$g_4(x)$ $8x_1 + 0x_2 \geq 8$

Tabela 10.1.2

Vrednost promenljivih		min $f_{r=1}(x)=3-0{,}069x_1-0{,}406x_2$
X_1	X_2	
6	5	0,586
6	5	0,586
1	5	0,931

Možemo zaključiti:

min $f_{r=1}(x) = 3 - 0{,}069x_1 - 0{,}406x_2 = 0{,}586$ za $x^* = (6,5)$

10.1.3 Metod sa funkcijom korisnosti

Za primenu ovog metoda neophodno je znati preferencije za kriterijume koje se unapred, apriori, ukljuuju u model. Preferencije se određuju na osnovu analize značajnosti kriterijuma za svaki konkretan slučaj, i to je najvažnija, kardinalna informacija o problemu. Najpre se formira pomoćni jednokriterijumski model u vidu funkcije korisnosti U(f):

$$\mathbf{max\ U(f) = U\left\{ f_{1(x)}, f_{2(x)}, \ldots\ldots f_{p(x)} \right\}}$$

koja se rešava uz primenu postojećih ograničenja (p.o.):
Zatim se nađeno optimalno rešenje uvodi u svaki od kriterijuma i određuju njihove konkretne
$gi(x) \leq 0$ za svako $i \in 1$

$x_j \geq 0$ za svako $j \in J$

Potom se nađeno optimalno rešenje uvodi u svaki od kriterijuma i određuju njihove konkretne vrednosti.rednosti.

Funkcija korisnosti zavisi od prirode rešavanog problema. Najčešće se koriste sledeće
separabilne funkcije od k-tih funkcija modela višeciljnog odlučivanja:

$U(F) = \sum_k f_k(x)$

$U(f) = \Pi_k f_{k(x)}$

$U(f) = \sum_k t_k * f_k(x)$

Primer 10.1.3

Ilustruje se rešavanje prethodnog primera sa sledećim težinama za kriterijume:
t1=0.6, t2=0.3 i t3=0.1.

max f1(x) = x1 + 2x2
max f2(x) =2 x1 + x2
max f3(x) = - x1 + 2x2

g1(x) x1 + 0x2 $\leq$ 6
g2(x) 0x1 + 2x2 $\leq$ 10
g3(x) 3x1 + 0x2 $\leq$ 27
g4(x) 8x1 + 0x2 $\geq$ 8
x1, x2 $\geq$ 0

Elementi vektora težinskih koeficijenata:
t1 = 0.6
t2 = 0.3
t3 = 0.1

Uvođenjem vrednosti težinskih koeficijenata u funkciju korisnosti dobija se
max U(f) = $t_1 * f_1(x) + t_2 * f_2(x) + t_3 * f_3(x)$
max U(f) = $0,6(x_1 + 2x_2) + 0,3(2x_1 + x_2) + 0,1(-x_1 + 2x_2)$

max $U_{(f)} = 1,2x_1 + 0,7x_2$

g1(x) x_{11} + 0x2 $\leq$ 6
g2(x) 0x1 + 2x2 $\leq$ 10
g3(x) 3 x1 + 0x2 $\leq$ 27
g4(x) 8x1 + 0x2 $\geq$ 8

x1, x2 $\geq$ 0

Tabela 10.1.3

Vrednosti promenljivih		$\max U_{(f)} = 1.2x_1 + 0.7x_2$	Vrednosti kriterijuma		
X1	X2		f1	f2	f3
6	5	10.70	16	17	4
6	5	10.70	16	17	4
1	5	4.7	11	7	9

Možemo zaključiti daje max f(x)= $1.2x_1 + 0.7x_2 = 10,70$ za $x^* = (6,5)$

10.1.4 Metod ograničavanja kriterijuma

Metod ograničavanja kriterijuma jedan je od najstarijih metoda rešavanja modela višeciljnog dlučivanja, čiji se elementi direktno ili indirektno uključuju u procedure drugih metoda. Po ovom metodu vrši se optimizacija najznačajnijeg kriterijuma, neka je to s-ti kriterijum, dok se ostali prevode u ograničenja sa zahtevima da se ostvare željene vrednosti tih kriterijuma. Kao i kod metoda sa funkcijom korisnosti, i u ovom metodu se preferencije o kriterijumima zadaju unapred, apriori, i to je najvažnija, kardinalna informacija. Prvo se definiše jednokriterijumski pomoćni model koji odgovara polaznom modelu višeciljnog odlučivanja:

$\max f_s(x)$

p.o.

$g_{i(x)} \leq 0,\ i=1,2,...,m$

$$\mathbf{f_k(x)} \begin{cases} \geq \ \mathbf{L_k} \\ \leq \ \mathbf{H_k} \end{cases} \mathbf{,k \neq \mathit{s},\ \ k=1,2,....,p}$$

$x_j \geq 0,\ j=1,2,...,n$

gde veličine Lk i Hk predstavljaju donju i gornju granicu, respektivno, za k-te kriterijume prevedene u ograničenja, $k \neq s$, k=1,2,...,p. Određivanjem optimalnog rešenja modela dobiva se uslovljena optimalna vrednost s-tog kriterijuma, koja se uvodi u ostale kriterijume radi proračuna njihovih vrednosti. U tu svrhu mogu se koristiti odgovarajuće granice i izravnavajuće promenljive pripradajućih ograničenja.

Za razliku od prethodnih metoda višeciljnog odlučivanja koji zahtevaju određivanje maksimalnih vrednosti, ovaj metod se sprovodi uvođenjem samo donjih granica za k-te kriterijume u ograničenja. Pri tome se mora imati na umu koje su moguće vrednosti tih kriterijuma, što se određuje na osnovu analize tabele sa idealnim vrednostima kriterijuma i posledicama marginalnih rešenja na kriterijume. [3]

Primer 10.1.4

Neka se u napred razmatranom primeru smatra da je prvi kriterijum (s=1) od najvećeg značaja. Potrebno je odrediti maksimalnu vrednost tog kriterijuma sa zahtevom da se ostalim kriterijumima ostvare najmanje 60% idealnih vrednosti.

max f1(x) = x1 + 2x2
max f2(x) = 2 x1 + x2
max f3(x) = -x1 +2x2

g1(x) x1 + 0x2 ≤6
g2(x) 0x1 + 2x2≤ 10
g3(x) 3x1 + 0x2 ≤27
g4(x)8x1 + 0x2 ≥8

x1, x2 ≥ 0

$0{,}60\ f_2^*\ (x) = 0{,}60 * 17 = 10{,}20$

$0{,}60\ f_3^*\ (x\ ) = 0{,}60 * 9 = 5{,}40$

max $f_1(x) = x_1 + 2x_2$

g1(x) x1 + 0x2 ≤ 6
g2(x) 0x1 + 2x2 ≤ 10
g3(x) 3x1 + 0x2 ≤ 27
g4(x) 8x1 + 0x2 ≥8
g5(x) 2x1 + x2 ≥10,20
g6(x) -x1 + 2x2 ≥ 5.4
x1, x2 ≥0

Tabela 10.1.4

Vrednosti promenljivih		f_1	Ostvarene vrednosti ograničenja					
X_1	X_2		$g_{\leq}6$	$g_{2\leq}10$	$g_{3\leq}27$	$g_{4\geq}8$	$g_{5\geq}10{,}20$	$g_{6\geq}5{,}40$
6	5	16	6	10	18	48	17	4
6	5	16	6	10	18	48	17	4
1	5	11	1	10	3	8	7	9

Može se zaključiti iz priloženog da je:
$f_1^\circ = 16$ za $x^* = (6,5)$

10.1.5 Leksikografski metod

Leksikografski metod polazi od zahteva da se kriterijumima problema višeciljnog odlučivanja definiše leksikografski poredak (tzv. "strogi" redosled), odnosno apriori sistemska povezanost informacija o preferencijama. Neka redosled indeksa kriterijuma (k=1,2,...,p) označava njihov redosled značajnosti. Metod se sprovodi rešavajući "p" jednokriterijumskih modela uvodeći u svaki naredni model, pored ulaznih ograničenja, i postignutu vrednost za kriterijum višeg ranga iz prethodnog modela. Rešenje iz poslednjeg koraka predstavlja rešenje problema višeciljnog odlučivanja. [10]

Po analogiji, Leksikofrafski metod sprovodimo sekvencijalno, u nekoliko koraka:

- U prvom koraku biramo kriterijum na osnovu koga ćemo da utvrdimo rang-listu alternativa. „Abecedu“ u ovom slučaju predstavlja rang-lista atributa, koju formirao na osnovu njihovog relatiovnog značaja. Tako se na prvom mestu nalazi atribut koga smatramo najznačajnijim i koji dominantno utiče na izbor; na drugom mestu je drugi najznačajniji atribut itd. Rang-lista atributa ima subjektivan karakter, što znači da različiti pojedinci različito vrednuju atribute i formiraju različite rang-liste. Samim tim, njihovi konačni izbori iz istog skupa alternativa se međusobno razlikuju.
- U drugom koraku alternative poredimo po prvorangiranom atributu i biramo najbolju. Na primer, ako prilikom izbora poslovnog prostora apsolutni prioritet dajemo lokaciji, onda je pravilo izbora: izaberi prostor sa najboljom lokacijom. Ako se jedna alternativa izdvaja kao superiorna po ovom atributu, onda njenim izborom rešavamo problem. Ali, ako postoji više alternativa sa najboljom lokacijom, postupak nastavljamo uvođenjem novog atributa.
- U trećem koraku, preostale alternative (u podskupu najboljih alternativa po prvom atributu) poredimo na osnovu drugog po značaju atributa; ako ni on nije dovoljan za konačan izbor, uvodimo i treći atribut sa rang-liste itd, do konačne odluke.

Jednakost alternativa po jednom atributu u praksi prihvatamo fleksibilno, dve opcije smatramo jednako dobrim ako se one međusobno neznatno razlikuju po datom atributu.

Primer 10.1.5

Rešiti napred razmatrani problem primenom leksikografskog metoda, ako je redosled važnosti kriterijuma: f2, f1, f3.

Prvi korak:
max $f_2(x) = 2\,x1 + x2$

g1(x) $x1 + 0x2 \leq 6$
g2(x) $0x1 + 2x2 \leq 10$
g3(x) $3x1 + 0x2 \leq 27$
g4(x) $8x1 + 0x2 \geq 8$
$x1, x2 \geq 0$

Rešenje: $f^*(x) = 17$ za $x^{(2)*} = (6,5)$

Drugi korak:
max $f1(x) = x1 + 2x2$

g1(x) $x1 + 0x2 \leq 6$
g2(x) $0x1 + 2x2 \leq 10$
g3(x) $3x1 + 0x2 \leq 27$
g4(x) $8x1 + 0x2 \geq 8$
$g_5(x)$ $2x_1 + x_{2 \geq 5}$
$x1, x2 \geq 0$

Rešenje: $f(x) = 16$ za $x^{(2)*} = (6,5)$

Treći korak:
max $f3(x) = -x1 + 2x2$

g1(x) $x1 + 0x2 \leq 6$
g2(x) $0x1 + 2x2 \leq 10$
g3(x) $3x1 + 0x2 \leq 27$
g4(x) $8x1 + 0x2 \geq 8$
$g_5(x)$ $2x_1 + x_{2 \geq 5}$
$g_6(x)$ $x_1 + 2x_2 \geq 16$
$x1, x2 \geq 0$

Rešenje: $f(x) = 4$ za $x^{(2)*} = (6,5)$

10.2 IZBOR IZMEĐU SLOŽENIH ALTERNATIVA (VIŠEATRIBUTIVNO ODLUČIVANJE)

Izabrane karakteristike po kojima se alternative među sobom razlikuju, i na osnovu kojih vršimo njihovo poređenje i evaluaciju, nazivamo atributima ili kriterijumima. Ako atributima pridružimo željeni pravac kretanja (na primer, ako „cenu“ i „kvadraturu“ prikažemo u obliku „minimizacije cene“ i „maksimizacije kvadrature“), mi definišemo ciljeve koje odlukom želimo da postignemo. Zato se ova oblast naziva višeatributivna, višekriterijalna ili višeciljna teorija odlučivanja.

10.2.1 Model višeatributivnog odlučivanja

Pretpostavimo da odluku donosimo u uslovima izvesnosti. Izbor vršimo između m složenih opcija A_i, i=1,2,...,m, koje ocenjujemo na osnovu k različitih atributa (kriterijuma), X_j, j=1,2,...k. Zato ishod svake opcije (umesto jednim brojem) prikazujemo vektorom: $A_i=(x_{i1}, x_{i2},..., x_{ij}, ..., x_{ik})$, gde x_{ij} predstavlja vrednost alternative A_i po atributu X_j. Problem izbora iz skupa ovako formulisanih, složenih alternativa, možemo da prikažemo sledećom tabelom. Redovi tabela sadrže detaljan opis ishoda alternativa, A_i, po svim relevantnim karakteristikama, X_j (tabela 10.2.1). [10]

Tabela 10.2.1

Alternativa	Atribut					
	X_1	X_2	...	X_j	...	X_k
A_1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1j}	...	x_{1k}
A_2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2j}	...	x_{2k}
.	...	...	...	...	...	...
A_i	x_{i1}	x_{i2}	...	x_{ij}	...	x_{ik}
.	...	...	...	...	...	...
A_m	x_{m1}	x_{m2}	...	x_{mj}	...	x_{mk}

Osobine atributa

Atributi se među sobom razlikuju po brojnim svojstvima, od kojih ovde izdvajamo samo dva. To su:

- preciznost sa kojom ih možemo meriti, i

- smer korelacije između vrednosti atributa i korisnisti koju nam oni pružaju.

Po stepenu merljivosti razlikujemo dve grupe atributa:

- kvantitativne i
- kvalitativne atribute.

Kvantitativni atributi su karakteristike alternativa koje možemo precizno da merimo na tzv. kardinalnim skalama (intervalnoj skali i skali odnosa ili relacionoj skali). U ovu grupu atributa spadaju, pored ostalih i obim proizvodnje, ostvareni prihod, relativno učešće škarta i sl. Atribute izražavamo u različitim mernim jedinicama (novcu, m^2, tonama, procentima itd.), a ponekad isti atribut možemo da merimo na više mernih skala.

Kvalitativni atributi su one karakteristike čije modalitete ne možemo da izrazimo numerički. Unutar ove grupe razlikujemo dve podgrupe:

- Prvu podgrupu čine atributi čije vrednosti ne možemo precizno da merimo, ali ih ipak možemo rangirati po intenzitetu. Takvi su, na primer, znanje i inteligencija kandidata, bezbednost na radu, pouzdanost dobavljača i sl. Na osnovu ovih karakteristika možemo da formiramo rang-listu po prioritetu.

- Drugu podgrupu čine „čisto“ kvalitativni atributi, na osnovu kojih ne možemo vršiti nikakvo kvantitativno poređenje alternativa. Pojavne oblike atributa kao što su vrsta radnog iskustva kandidata, dizajn proizvoda, lokacija stana i sl. Možemo samo da svrstamo u srodne grupe. Ali, ako ovu vrstu atributa koristimo za ocenjivaje alternativa, onda njihovim modalitetima pridružujemo opise kojima izražavamo naše ukuse i preferencije.

U postupku ocenjivanja alternativa kvantitativni i kvalitativni atributi su često ravnopravno zastupljeni i trebalo bi da imaju isti tretman. Ipak, poređenje alternativa na osnovu atributa različite merljivosti u praksi predstavlja ozbiljan problem, o kojem ćemo uskoro govoriti.

Nezavisno od stepena merljivosti, atributi se među sobom razlikuju i po smeru korelacije između njihovih vrednosti i korisnosti koju nam pružaju. Po smeru slaganja razlikujemo:

- prihodne atribute,

- rashodne atribute,
- nemonotone atribute.

Ako sa porastom vrednosti atributa raste i naša korisnost, atribut nazivamo prihodnim. Ako sa porastom vrednosti atributa naša korisnost opada, onda atribut nazivamo rashodnim. Treću grupu čine tzv. nemonotoni atributi, koji u jednom segmentu svojih vrednosti imaju direktnu, a u drugom segmentu inverznu korelaciju sa našom korisnošću. Na primer, optimalne vrednosti temperature i količine svetlosti u radnoj prostoriji nalaze se unutar intervala mogućih vrednosti atributa ($x_{min}<x_{opt}<x_{max}$).

Izbor atributa i njihova formulacija

Kao što smo reklli, atributi predstavljaju karakteristike alternativa koje smatramo relevantnim u konkretnom izboru. Za razliku od alternativa koje su nam, po pretpostavci unapred date, atribute uvek samostalno biramo i formulišemo.

Izbor atributa predstavlja izuzetno važnu fazu u procesu višeatributivnog odlučivanja. U njoj određujemo način na koji ćemo pratiti realizaciju postavljenih ciljeva. Zato lista treba da bude:

- kompletna i
- isključujuća.

Kompletnost liste atributa podrazumeva da smo obuhvatili sve aspekte problema koje smatramo značajnim pri izboru.

Lista atributa treba da je „ isključujuća“. To znači da atribute treba da definišemo tako da ne postoji preklapanje njihovih sadržaja.

Poseban problem predstavljaju kvalitativne karakteristike. Radi preciznosti ocenjivanja i međusobnog poređenja alternativa, kvalitativne karakteristike je poželjno (kad god je to moguće) da izrazimo kvantitativnim pokazateljem, tzv. „predstavnikom“ (proxy variable), koji će prikazati suštinu odgovarajućeg cilja.

Ipak za neke kvalitativne ciljeve ne možemo da nađemo lako odgovarajući kvantitativni pokazatelj. Tada smo primorani da koristimo manje precizne skale, od kojih smo se sa nekim već sreli u praksi (kvalitet hotelskih usluga izražen je brojem zvezdica i sl.). Ipak, ove skale moraju imati dovoljno nivoa, kako bismo mogli da prikažemo jasnu razliku između modaliteta posmatranog kvalitativnog atributa.

Transformacije atributa

Podaci za konkretni problem višeatributivnog odlučivanja mogu biti takvi da ih je nemoguće direktno primeniti (opisni podaci) ili otežavaju rešavanje modela (veliki brojevi ili mali brojevi u celom modelu ili za neke kriterijume). Usled toga, neophodno je, u prvom slučaju,
ili poželjno, u drugom slučaju, izvršiti odgovarajuće transformacije atributa. Transformacije atributa u cilju primene modela višeatributivnog odlučivanja obuhvataju: [10]

- kvantifikaciju kvalitativnih atributa,
- modifikaciju atributa istog kriterijuma,
- normalizaciju i linearizaciju atributa, i
- definisanje težinskih koeficijenata kriterijuma.

Kvantifikacija kvalitativnih atributa

Rešavanje modela višeatributivnog odlučivanja u opštem slučju zahteva korišćenje kvantitativnih (brojnih) podataka, tako da u slučajevima kada ima kvalitativnih (opisnih) podataka treba ih prevesti u brojne podatke. U tu svrhu se koriste varijante skala transformacija, kao što je linearna skala transformacije prikazana na slici 10.1.2

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Izuzetno niska			niska		srednja		visoka		Izuzetno visoka	

Slika 10.1.2. Linearna skala kvantifikacije kvalitativnih atributa

10.2.2 Metodi izbora

Idealan slučaj pri izboru između složenih alternativa bio bi onaj u kojem postoji „univerzalno“ dominantna opcija, tj. opcija koja je po svim atributima jednako dobra i barem po jednom atributu bolja od svih ostalih. Ali u praksi to najčešće nije slučaj. Dobro plaćeni posao podrazumeva malo slobodnog vremena i sl. Drugim rečima, ciljevi koje želimo da dostignemo često su međusobno konfliktni, pa ne možemo istovremeno da ih realizujemo.

Brojne metode izbora (koje su predložene u literaturi, pre svega u okviru operacionih istraživanja) možemo klasifikovati u srodne grupe. Ovde ćemo prihvatiti podelu na dve grupe metoda, koju je predložio Hogart (R. Hogarth). To su:

- kompenzacijski metodi i
- nekompenzacijski metodi.

Primenom kompenzacijskih metoda ispoljavamo aktivan odnos prema konfliktu između pojedinih ciljeva i nastojimo da ga razrešimo tako što tolerišemo neke loše osobine alternative, pod uslovom da su ostale osobine veoma povoljne.

Druga grupa, nekmpenzacijski metodi, ne dozvoljava ovu vrstu „trampe“. Da bi bile izabrane, alternative moraju da ispune odgovarajuće uslove po svakom atributu posebno. Ako se dogodi da ni jedna opcija ne zadovoljava sve navedene uslove, onda je potebno da preispitamo i ublažimo uvedena ograničenja, ili da odložimo izbor. [10]

Nekompenzacijski metodi

Iz grupe nekompenzacijskih metoda, izdvajamo sledeća četiri:

- Metod konjukcije;
- Metod disjunkcije;
- Leksikografski metod;
- Metod eliminacije po aspektima.

Metod konjukcije

Primenom ovog metoda unapred postavljamo minimalne uslove koje alternative moraju da zadovolje po svakom ili po većini atributa. Ako je u pitanju prihodni atribut (čiju vrednost nastojimo da maksimiziramo), onda vednost alternative po tom atributu mora biti iznad „minimalnog“ prihvatljivog nivoa, a ako je reč o rashodnom atributu (čiju vrednost želimo da minimiziramo), onda se ona mora naći ispod „maksimalne“ vrednosti koju smo odredili.

Metod disjunkcije

U ovom slučaju određujemo ciljni nivo za svaki atribut i alternativu biramo ako ona zadovolji barem jedan od ovih zahteva. Prilikom sastavljanja svog konsultantskog tima, menadžer bira pojedince koji su ili sposobni da globalno sagledavaju probleme ili su eksperti za pojedine oblasti. U zavisnosti od problema koji rešava, on će dati prednost jednom od saradnika, svestan činjenice da je izabrani konsultant u ostalim (trenutno manje važnim oblastima) inferioran u odnosu na neke druge članove tima.

Eliminacija po aspektima

Ovaj metod je u izvesnom smislu sličan Leksikografskom i takođe ga sprovodimo u koracima. Aspekti su karakteristike ili atributi, od kojih u svakom koraku slučajnim putem biramo jedan i iz analize eliminišemo sve alternative koje ga ne poseduju. Zatim uvodimo novi aspekt, ponovo isključujemo sve alternative koje nemaju datu karakteristiku i proces nastavljamo sve dok u skupu posmatranih ne ostane samo jedna alternativa.

Kompenzacijski metodi

Nesumnjiva prednost kompenzacijskih metoda je što se oni zasnivaju na svim relevantnim informacijama o alternativama. Ali, ovakav pristup rađa i brojne probleme u primeni, jer polazi od pretpostavke da smo sposobni da poredimo razlike između vrednosti različitih atributa. Na primer, poređenjem dve firme možemo da zaključimo da veća plata za 100 evra u jednoj od njih nije dovoljna da bi kompenzirala slabije uslove rada ili manje slobodnog vremena u odnosu na drugu firmu i slično.

Maksimizacija „agregatne“ korisnosti (linearni model)

Primena linearnog modela bazira se na konceptu korisnosti, što znači da svakoj alternativi, $A_i=(x_{i1}, x_{i2}, \dots , x_{ij}, \dots ,x_{ik})$, $i=1,2,\dots m$, pridružujemo korisnost:

$$\mathbf{u(A_i)=U(x_{i1},x_{i2}, \dots, x_{ij}, \dots , x_{ik}), \quad i=1,2,\dots,m}$$

i biramo akciju sa maksimalnom korisnošću, tj:

$$\mathbf{\max_{i} u(A_i), \qquad i=1,2,\dots m.}$$

Ali, problem određivanja korisnosti složenih alternativa je daleko teži od do sada posmatranog (gde su ishodi alternativa bili prikazani samo jednom numeričkom vrednošću). Ipak, možemo ga uprostiti uvođenjem nekih pretpostavki. Jedna od njih je linearnost, na osnovu koje korisnost složene alternative prikazujemo linearnom funkcijom, tj. zbirom korisnosti koje pripisujemo vrednostima svakog pojedinog atributa, u(xij), j=1,2,...k.

$$\mathbf{u(A_i)= \sum u(x_{ij}).}$$

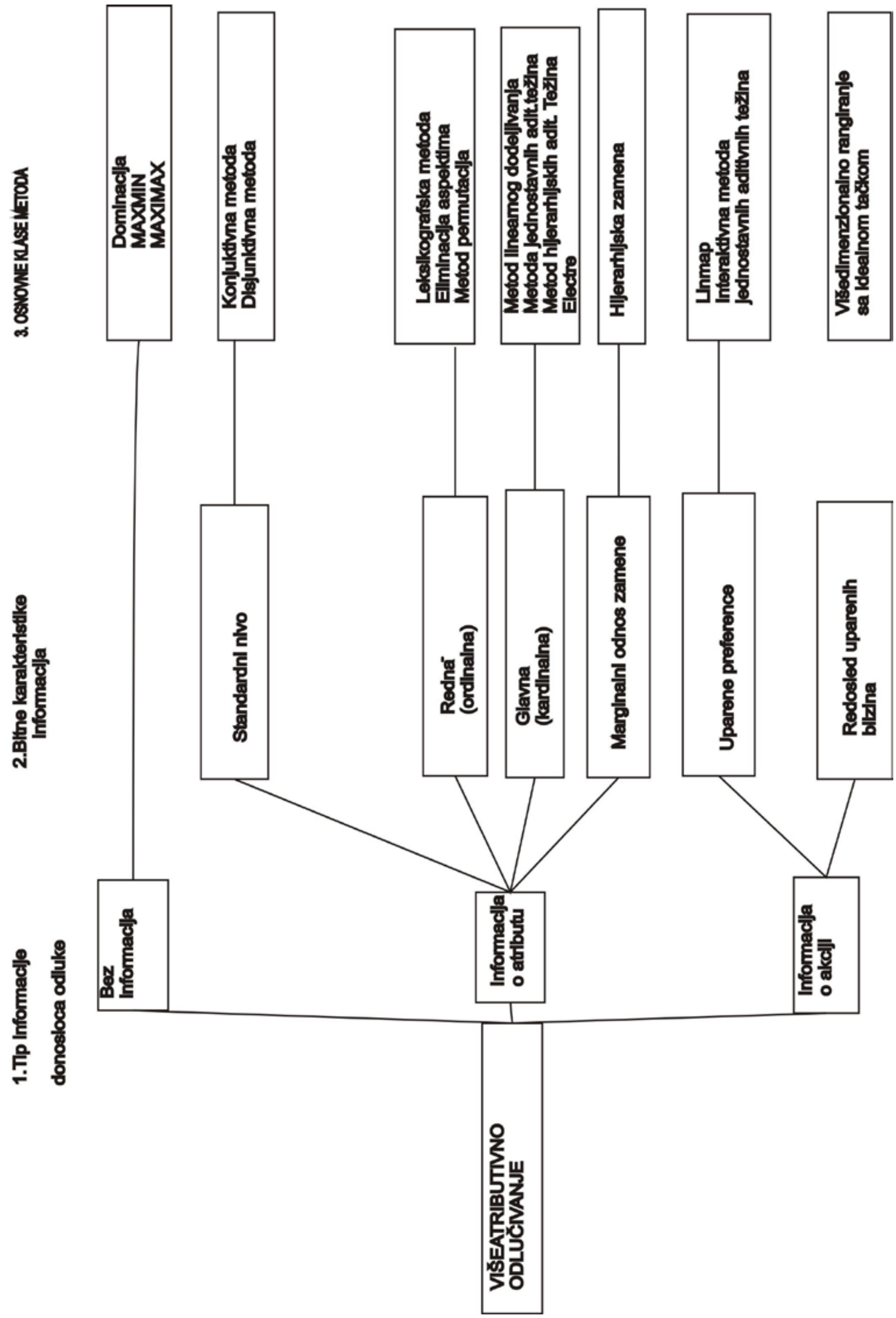
Ali, da bismo korisnost alternative mogli da prikažemo u ovom elegantnom obliku, neophodno je da bude zadovoljen uslov preferencijske nezavisnosti.

Preferencijska nezavisnost podrazumeva da naše preferencije između vrednosti jednog atributa ne zavise od vrednosti ostalih atributa. Ako bismo, na primer, stanove poredili na osnovu samo dva atributa, cene i kvadrature, onda je uslov nezavisnosti ispunjen ako:

- za svaku fiksnu cenu preferiramo stan sa većom kvadraturom, i
- za svaku fiksnu kvadraturu preferiramo stan sa nižom cenom. [10]

10.2.3 Metodi ELECTRE I-IV

Metod ELECTRE I (ELimination and ET Choice Translating REality) prvi put je objavio Roy sa svojim saradnicima (1971.). Za određivanje delimičnih poredaka alternativa najčešće se koristi metod ELECTRE I, a za potpuno uređenje skupa alternativa metod ELECTRE II. Ovi metodi omogućavaju parcijalno uređenje skupa rešenja na osnovu preferencija donosioca odluke, a pogodne su za diskretne probleme i raznorodne kriterijumske funkcije. Modeli dozvoljavaju uključivanje subjektivnih procena, bilo kroz vrednosti kriterijumskih funkcija, bilo kroz relativne važnosti pojedinih kriterijuma. Metodi ELECTRE III i IV su metodi “višeg” ranga. [8]



Slika 10.1.3 Klasifikacija metoda Višeatributivnog odlučivanja

Primer 10.2.3.1

TIR – Energana kupac parnih kotlova je u situaciji da bira između četiri modela: a_1, a_2, a_3 i a_4. Izbor će izvršiti koristeći sledeće kriterijume:

A_1 – veličina kotla (m^2)
A_2 – potrošnja uglja (t/h)
A_3 – mogućnost opterećenja (kp)
A_4 – cena (10^7 din)
A_5 – pouzdanost (kvalitativna ocena)

Početna matrica odlučivanja ima oblik:

$$O := \begin{Bmatrix} 170 & 7 & 1600 & 60 & visoka \\ 200 & 12 & 1200 & 90 & vrlovisoka \\ 180 & 9 & 1500 & 75 & prose\check{c}ro \\ 160 & 6 & 1700 & 50 & niska \end{Bmatrix}$$

REŠENJE

Transformacija kvalitativnih atributa

Koristeći pristup tzv. bipolarnih skala, a za opseg skale od 0 do 10, gde je 1 – vrlo nizak nivo, 3 – nizak, 5 – srednji (prosečni), 7 – visok, i 9 – vrlo visok nivo, matrica odlučivanja je u potpunosti kvantifikovana:

$$O := \begin{Bmatrix} 170 & 7 & 1600 & 60 & 7 \\ 200 & 12 & 1200 & 90 & 9 \\ 180 & 9 & 1500 & 75 & 5 \\ 160 & 6 & 1700 & 50 & 3 \end{Bmatrix}$$

korak 1: Izračunavanje normalizovane matrice odlučivanja N

Najpre se računaju normalizovani elementi matrice odlučivanja primenom formule:

$$\mathbf{n_{ij}} = \frac{\mathbf{x_{ij}}}{\sqrt{\sum_{\mathbf{j=1}}^{\mathbf{m}} \mathbf{x_{ij}^2}}}$$

gde je x_{ij} – vrednost akcije a_i, i = 1,2, ...,m u odnosu na atribut j, k_j, j = 1,2,...,n.

Tako da su:

$$n_{11} = \frac{x_{11}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{170}{\sqrt{170^2 + 200^2 + 180^2 + 160^2}} = \frac{170}{356.23} = 0.477$$

$$n_{12} = \frac{x_{12}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{7}{\sqrt{7^2 + 12^2 + 9^2 + 6^2}} = \frac{7}{17.60} = 0.397$$

$$n_{13} = \frac{x_{13}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{1600}{\sqrt{1600^2 + 1200^2 + 1500^2 + 1700^2}} = \frac{1600}{3023.24} = 0.529$$

$$n_{14} = \frac{x_{14}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{60}{\sqrt{60^2 + 90^2 + 75^2 + 50^2}} = \frac{60}{140.80} = 0.426$$

$$n_{15} = \frac{x_{15}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{7}{\sqrt{7^2 + 9^2 + 5^2 + 3^2}} = \frac{7}{12.81} = 0.546$$

$$n_{21} = \frac{x_{21}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{200}{\sqrt{170^2 + 200^2 + 180^2 + 160^2}} = \frac{200}{356.23} = 0.561$$

$$n_{22} = \frac{x_{22}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{12}{\sqrt{7^2 + 12^2 + 9^2 + 6^2}} = \frac{12}{17.60} = 0.681$$

$$n_{23} = \frac{x_{23}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{1200}{\sqrt{1600^2 + 1200^2 + 1500^2 + 1700^2}} = \frac{1200}{3023.24} = 0.396$$

$$n_{24} = \frac{x_{24}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{90}{\sqrt{60^2 + 90^2 + 75^2 + 50^2}} = \frac{90}{140.80} = 0.639$$

$$n_{25} = \frac{x_{25}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{9}{\sqrt{7^2 + 9^2 + 5^2 + 3^2}} = \frac{9}{12.81} = 0.702$$

$$n_{31} = \frac{x_{31}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{180}{\sqrt{170^2 + 200^2 + 180^2 + 160^2}} = \frac{180}{356.23} = 0.505$$

$$n_{32} = \frac{x_{32}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{9}{\sqrt{7^2 + 12^2 + 9^2 + 6^2}} = \frac{9}{17.60} = 0.511$$

$$n_{33} = \frac{x_{33}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{1500}{\sqrt{1600^2 + 1200^2 + 1500^2 + 1700^2}} = \frac{1500}{3023.24} = 0.496$$

$$n_{34} = \frac{x_{34}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{75}{\sqrt{60^2 + 90^2 + 75^2 + 50^2}} = \frac{75}{140.80} = 0.532$$

$$n_{35} = \frac{x_{35}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{5}{\sqrt{7^2 + 9^2 + 5^2 + 3^2}} = \frac{5}{12.81} = 0.390$$

$$n_{41} = \frac{x_{41}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{160}{\sqrt{170^2 + 200^2 + 180^2 + 160^2}} = \frac{160}{356.23} = 0.449$$

$$n_{42} = \frac{x_{42}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{6}{\sqrt{7^2 + 12^2 + 9^2 + 6^2}} = \frac{6}{17.60} = 0.340$$

$$n_{43} = \frac{x_{43}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{1700}{\sqrt{1600^2 + 1200^2 + 1500^2 + 1700^2}} = \frac{1700}{3023.24} = 0.562$$

$$n_{44} = \frac{x_{44}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{50}{\sqrt{60^2 + 90^2 + 75^2 + 50^2}} = \frac{50}{140.80} = 0.355$$

$$n_{45} = \frac{x_{45}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{3}{\sqrt{7^2 + 9^2 + 5^2 + 3^2}} = \frac{3}{12.81} = 0.234$$

Normalizovana matrica odlučivanja glasi:

$$N := \begin{Bmatrix} 0{,}477 & 0{,}397 & 0{,}529 & 0{,}426 & 0{,}546 \\ 0{,}561 & 0{,}681 & 0{,}396 & 0{,}639 & 0{,}702 \\ 0{,}505 & 0{,}511 & 0{,}496 & 0{,}532 & 0{,}390 \\ 0{,}449 & 0{,}340 & 0{,}562 & 0{,}355 & 0{,}234 \end{Bmatrix}$$

korak 2: Izračunavanje težinske normalizovane matrice odlučivanja TN

Donosilac odluke aktivno učestvuje u proceduri rešavanja problema i određuje preference, odnosno težine korisničkih kriterijuma, posle čega se izračunava težinska normalizovana matrica odlučivanja.

$$\mathbf{TN = N \cdot T}$$

U ovom slučaju, matrica težinskih koeficijenata je:

T: = (0,1   0,2   0,1   0,3   0,3)

Zbir elemenata ovog vektora je jednak jedinici.

Tako da težinska normalizovana matrica odlučivanja glasi:

$$TN := \begin{Bmatrix} 0{,}0477 & 0{,}0794 & 0{,}0529 & 0{,}1278 & 0{,}1639 \\ 0{,}0561 & 0{,}1362 & 0{,}0396 & 0{,}1917 & 0{,}2108 \\ 0{,}0505 & 0{,}1022 & 0{,}0496 & 0{,}1596 & 0{,}1171 \\ 0{,}0449 & 0{,}0680 & 0{,}0562 & 0{,}1065 & 0{,}0702 \end{Bmatrix}$$

korak 3: Određivanje skupova saglasnosti S i nesaglasnosti NS

U ovom koraku upoređuju se parovi akcija p i r (p,r = 1,2,...,m i $p \neq r$). Najpre se formira skup saglasnosti S_{pr} za akcije a_p i a_r, koji se sastoji od svih kriterijuma (J = {j|j=1,...,n}), za koje je akcija a_p poželjnija od akcije a_r, odnosno:

$$\mathbf{S_{pr} = \{j \mid x_{pj} \geq x_{rj}\}}$$

Ukoliko se radi o kriterijumu tipa minimizacije, znak jednakosti je suprotan.

Zatim se formira komplementaran skup nesaglasnosti:

$$\mathbf{NS_{pr} = J - S_{pr} = \{j \mid x_{pj} < x_{rj}\}}$$

Tabela 10.2.2

	Skup saglasnosti	Skup nesaglasnosti
p = 1, r = 2	2, 3, 4	1, 5
p = 1, r = 3	2, 3, 4, 5	1
p = 1, r = 4	1, 5	2, 3, 4
p = 2, r = 1	1, 5	2, 3, 4
p = 2, r = 3	1, 5	2, 3, 4
p = 2, r = 4	1, 5	2, 3, 4
p = 3, r = 1	1	2, 3, 4, 5
	Skup saglasnosti	Skup nesaglasnosti
p = 3, r = 2	2, 3, 4	1, 5
p = 3, r = 4	1, 5	2, 3, 4
p = 4, r = 1	2, 3, 4	1, 5
p = 4, r = 2	2, 3, 4	1, 5
p = 4, r = 3	2, 3, 4	1, 5

korak 4: Određivanje matrice saglasnosti MS

Matrica saglasnosti određuje se na osnovu skupa saglasnosti. Elemente matrice čine indeksi saglasnosti, čija je vrednost jednaka sumi težinskih koeficijenata koji odgovaraju pripadajućim elementima skupova saglasnosti.

$$\mathbf{s_{pr} = \sum_{j \in S_{pr}} t_j}$$

Za dati primer indeksi saglasnosti jednaki su:

$s_{11} = 0$
$s_{12} = t_2 + t_3 + t_4 = 0.2 + 0.1 + 0,3 = 0.6$
$s_{13} = t_2 +$ t3 $+ t_4 + t_5 = 0,2 + 0.1 + 0.3 + 0.3 = 0.9$
$s_{14} = t_1 + t_5 = 0.1 + 0.3 = 0.4$

$s_{21} = t_1 + t_5 = 0.1 + 0.3 = 0.4$
$s_{22} = 0$
$s_{23} = t_1 + t_5 = 0.1 + 0.3 = 0.4$
$s_{24} = t_1 + t_5 = 0.1 + 0.3 = 0.4$

$s_{31} = t_1 = 0.1$

$s_{32} = t_2 + t_3 + t_4 = 0,2 + 0.1 + 0.3 = 0.6$
$s_{33} = 0$
$s_{34} = t_1 + t_5 = 0.1 + 0.3 = 0.4$

$s_{41} = t_2 + t_3 + t_4 = 0,2 + 0.1 + 0.3 = 0.6$
$s_{42} = t_2 + t_3 + t_4 = 0,2 + 0.1 + 0.3 = 0.6$
$s_{43} = t_2 + t_3 + t_4 = 0,2 + 0.1 + 0.3 = 0.6$
$s_{44} = 0$

Tako da je matrica saglasnosti:

$$MS := \begin{Bmatrix} 0 & 0,6 & 0,9 & 0,4 \\ 0,4 & 0 & 0,4 & 0,4 \\ 0,1 & 0,6 & 0 & 0,4 \\ 0,6 & 0,6 & 0,6 & 0 \end{Bmatrix}$$

korak 5: Određivanje matrice nesaglasnosti MNS

Matrica nesaglasnosti određuje se na osnovu skupa nesaglasnosti. Elemente matrice čine indeksi nesaglasnosti, koji se određuju na osnovu formule:

$$\mathbf{ns_{pr}} = \frac{\max\limits_{\mathbf{j \in NS_{pr}}} \left| \mathbf{tn_{pj}} - \mathbf{tn_{rj}} \right|}{\max\limits_{\mathbf{j \in J}} \left| \mathbf{tn_{pj}} - \mathbf{tn_{rj}} \right|}$$

gde je tn – element težinske normalizovane matrice odlučivanja.

$$ns_{12} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{12}} \left(\left| tn_{11} - tn_{21} \right|, \left| tn_{15} - tn_{25} \right| \right)}{\max\limits_{j \in J} \left(\left| tn_{11} - tn_{21} \right|, \left| tn_{12} - tn_{22} \right|, \left| tn_{13} - tn_{23} \right|, \left| tn_{14} - tn_{24} \right|, \left| tn_{15} - tn_{25} \right| \right)}$$

$$ns_{12} = \frac{0.04685}{0.06392} = 0.7329$$

$$ns_{13} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{13}} \left(\left| tn_{11} - tn_{31} \right| \right)}{\max\limits_{j \in J} \left(\left| tn_{11} - tn_{31} \right|, \left| tn_{12} - tn_{32} \right|, \left| tn_{13} - tn_{33} \right|, \left| tn_{14} - tn_{34} \right|, \left| tn_{15} - tn_{35} \right| \right)}$$

$$ns_{13} = \frac{0.0028}{0.0468} = 0.0599$$

$$ns_{14} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{14}}\left(\left|tn_{12} - tn_{42}\right|, \left|tn_{13} - tn_{43}\right|, \left|tn_{14} - tn_{44}\right|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(\left|tn_{11} - tn_{41}\right|, \left|tn_{12} - tn_{42}\right|, \left|tn_{13} - tn_{43}\right|, \left|tn_{14} - tn_{44}\right|, \left|tn_{15} - tn_{45}\right|\right)}$$

$$ns_{14} = \frac{0.0213}{0.0937} = 0.22743$$

$$ns_{21} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{21}}\left(\left|tn_{22} - tn_{12}\right|, \left|tn_{23} - tn_{13}\right|, \left|tn_{24} - tn_{14}\right|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(\left|tn_{21} - tn_{11}\right|, \left|tn_{22} - tn_{12}\right|, \left|tn_{23} - tn_{13}\right|, \left|tn_{24} - tn_{14}\right|, \left|tn_{25} - tn_{15}\right|\right)}$$

$$ns_{21} = \frac{0.0639}{0.0639} = 1$$

$$ns_{23} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{23}}\left(\left|tn_{22} - tn_{32}\right|, \left|tn_{23} - tn_{33}\right|, \left|tn_{24} - tn_{34}\right|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(\left|tn_{21} - tn_{31}\right|, \left|tn_{22} - tn_{32}\right|, \left|tn_{23} - tn_{33}\right|, \left|tn_{24} - tn_{34}\right|, \left|tn_{25} - tn_{35}\right|\right)}$$

$$ns_{23} = \frac{0.0341}{0.0937} = 0.3637$$

$$ns_{24} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{24}}\left(\left|tn_{22} - tn_{42}\right|, \left|tn_{23} - tn_{43}\right|, \left|tn_{24} - tn_{44}\right|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(\left|tn_{21} - tn_{41}\right|, \left|tn_{22} - tn_{42}\right|, \left|tn_{23} - tn_{43}\right|, \left|tn_{24} - tn_{44}\right|, \left|tn_{25} - tn_{45}\right|\right)}$$

$$ns_{24} = \frac{0.0852}{0.14055} = 0.6064$$

$$ns_{31} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{31}}\left(\left|tn_{32} - tn_{12}\right|, \left|tn_{33} - tn_{13}\right|, \left|tn_{34} - tn_{14}\right|, \left|tn_{35} - tn_{15}\right|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(\left|tn_{31} - tn_{11}\right|, \left|tn_{32} - tn_{12}\right|, \left|tn_{33} - tn_{13}\right|, \left|tn_{34} - tn_{14}\right|, \left|tn_{35} - tn_{15}\right|\right)}$$

$$ns_{31} = \frac{0.04685}{0.04685} = 1$$

$$ns_{32} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{32}}\left(\left|tn_{31} - tn_{21}\right|, \left|tn_{35} - tn_{25}\right|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(\left|tn_{31} - tn_{21}\right|, \left|tn_{32} - tn_{22}\right|, \left|tn_{33} - tn_{23}\right|, \left|tn_{34} - tn_{24}\right|, \left|tn_{35} - tn_{25}\right|\right)}$$

$$ns_{32} = \frac{0.0937}{0.0937} = 1$$

$$ns_{34} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{34}}\left(\left|tn_{32} - tn_{42}\right|, \left|tn_{33} - tn_{43}\right|, \left|tn_{34} - tn_{44}\right|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(\left|tn_{31} - tn_{41}\right|, \left|tn_{32} - tn_{42}\right|, \left|tn_{33} - tn_{43}\right|, \left|tn_{34} - tn_{44}\right|, \left|tn_{35} - tn_{45}\right|\right)}$$

$$ns_{34} = \frac{0.0531}{0.0531} = 1$$

$$ns_{41} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{41}}\left(\left|tn_{41} - tn_{11}\right|, \left|tn_{45} - tn_{15}\right|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(\left|tn_{41} - tn_{11}\right|, \left|tn_{42} - tn_{12}\right|, \left|tn_{43} - tn_{13}\right|, \left|tn_{44} - tn_{14}\right|, \left|tn_{45} - tn_{15}\right|\right)}$$

$$ns_{41} = \frac{0.0937}{0.0937} = 1$$

$$ns_{42} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{42}}\left(\left|tn_{41} - tn_{21}\right|, \left|tn_{45} - tn_{25}\right|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(\left|tn_{41} - tn_{21}\right|, \left|tn_{42} - tn_{22}\right|, \left|tn_{43} - tn_{23}\right|, \left|tn_{44} - tn_{24}\right|, \left|tn_{45} - tn_{25}\right|\right)}$$

$$ns_{42} = \frac{0.1405}{0.1405} = 1$$

$$ns_{43} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{43}}\left(\left|tn_{41} - tn_{31}\right|, \left|tn_{45} - tn_{35}\right|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(\left|tn_{41} - tn_{31}\right|, \left|tn_{42} - tn_{32}\right|, \left|tn_{43} - tn_{33}\right|, \left|tn_{44} - tn_{34}\right|, \left|tn_{45} - tn_{35}\right|\right)}$$

$$ns_{43} = \frac{0.0468}{0.0532} = 0.8794$$

Tako da matrica nesaglasnosti glasi:

$$MNS := \begin{Bmatrix} 0 & 0,7329 & 0,0599 & 0,2274 \\ 1 & 0 & 0,3637 & 0,6064 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0,8794 & 0 \end{Bmatrix}$$

korak 6: Određivanje matrice saglasne dominacije MSD

Matrica saglasne dominacije određuje se na osnovu vrednosti praga indeksa saglasnosti, koji se može definisati kao prosečni indeks saglasnosti:

$$\mathbf{PIS} = \frac{\sum_{p=1}^{m}\sum_{r=1}^{m} s_{pr}}{m(m-1)}$$

pri čemu je $p \neq r$.

Potom se formira matrica saglasne dominacije na osnovu sledećeg kriterijuma:

$$\mathbf{msd_{pr} = 1 \text{ za } s_{pr} \geq PIS}$$

$$\mathbf{msd_{pr} = 0 \text{ za } s_{pr} < PIS}$$

U ovom slučaju,

$$PIS = \frac{0+0.6+0.9+0.4+0.4+0+0.4+0.4+0.1+0.6+0+0.4+0.6+0.6+0.6+0}{4(4-1)} = \frac{6}{12} = 0,50$$

Tako da matrica saglasne dominacije glasi:

$$MSD := \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{Bmatrix}$$

korak 7: Određivanje matrice nesaglasne dominacije MNSD

Matrica nesaglasne dominacije izračunava se analogno MSD; najpre se računa prosečan indeks nesaglasnosti:

$$\mathbf{PINS} = \frac{\sum_{p=1}^{m}\sum_{r=1}^{m} \mathbf{ns_{pr}}}{\mathbf{m(m-1)}}$$

pri čemu je $p \neq r$.

Potom se formira matrica nesaglasne dominacije na osnovu sledećeg kriterijuma:

$$\mathbf{mnsd_{pr} = 1 \text{ za } ns_{pr} \leq PINS}$$

$$\mathbf{mnsd_{pr} = 0 \text{ za } ns_{pr} > PINS}$$

U ovom slučaju je:

$$PINS = \frac{0+0.7329+0.0599+0.2274+1+0+0.3637+0.6064+1+1+0+1+1+1+0.8794+0}{4(4-1)} =$$

$$= \frac{8{,}9599}{12} = 0.7391$$

Tako da je matrica nesaglasne dominacije:

$$MNSD := \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

korak 8: Određivanje matrice agregatne dominacije MAD

Elementi matrice agregatne dominacije jednaki su proizvodu elemenata na odgovarajućoj poziciji u matricama saglasne i nesaglasne dominacije:

$$\mathbf{ad_{pr} = sd_{pr} \cdot nsd_{pr}}$$

tako da, u ovom slučaju, matrica ima sledeće vrednosti:

$$MAD := \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

korak 9: Eliminisanje manje poželjnih akcija („$\rightarrow$" = „dominira")

Tabela 10.2.3

	A_1	A_2	A_3	A_4	
A_1	0	1	1	0	$A_1 \rightarrow A_2, A_3$
A_2	0	0	0	0	A_2 ne dominira
A_3	0	0	0	0	A_3 ne dominira
A_4	0	0	0	0	A_4 ne dominira

Alternativa A_1 dominira nad A_2 i A_3, dok ostale alternative (A_2, A_3 i A_4) ne dominiraju, tako da je alternativa A_1 najprihvatljivija.

Primer 10.2.3.2

Kompanija planira da promoviše svoj proizvod. Razmatraju se šest mogućih načina reklamiranja: u internacionalnim novinama News, u novinama Herald, reklamiranje putem bilborda postavljenim u većim gradovima, putem pošte i emitovanjem TV spotova na CMM ili NCB kanalu.

Svaki mogući način promocije proizvoda tj. svaka raspoloživa alternativa se ocenjuje na osnovu 5 kriterijuma-atributa: cena (izražena u 1000 US$), veličina ciljnog auditorijuma (izražena kao x*10 000 primalaca poruke), trajanje promocije (u danima), efikasnost (izražena na skali 0-100) i broj angažovanih ljudi iz kompanije tokom promocije. Težinski koeficijenti dodeljeni svakom atributu su redom: 12, 40, 12, 22, 14.
Primenom ELECTRE I metode odrediti najbolju alternativu.

REŠENJE

Tabela. 10.2.4 Polazni podaci

atribut	C1 Cena	C2 Veličina auditorijuma	C3 Trajanje promocije	C4 Efikasnost	C5 Broj angažovanih osoba.
min/max	min	max	max	max	min
News	60	900	22	51	8
Herald	30	520	31	13	1
Panels	40	650	20	58	2
Mailing	92	750	60	36	3
CMM	52	780	58	90	1
NCB	80	920	4	75	6

Tabela 10.2.5 Polazna matrica

	C1	C2	C3	C4	C5
Tip ekstrema	min	max	max	max	min
A1	60	900	22	51	8
A2	30	520	31	13	1
A3	40	650	20	58	2
A4	92	750	60	36	3
A5	52	780	58	90	1
A6	80	920	4	75	6
Tez. koef.	0.12	0.40	0.12	0.22	0.14

korak 1: Izračunavanje normalizovane matrice odlučivanja N

Najpre se računaju normalizovani elementi matrice odlučivanja primenom formule:

$$\mathbf{n_{ij}} = \frac{\mathbf{x_{ij}}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} \mathbf{x_{ij}^2}}}$$

gde je x_{ij} – vrednost akcije a_i, i = 1,2, ...,m u odnosu na atribut j, k_j, j = 1,2,...,n.

Tako da su:

$$n_{11} = \frac{x_{11}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{60}{\sqrt{60^2 + 30^2 + 40^2 + 92^2 + 52^2 + 80^2}} = 0.39001$$

$$n_{12} = \frac{x_{12}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{900}{\sqrt{900^2 + 520^2 + 650^2 + 750^2 + 780^2 + 920^2}} = 0.47969$$

$$n_{13} = \frac{x_{13}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{22}{\sqrt{22^2 + 31^2 + 20^2 + 60^2 + 58^2 + 4^2}} = 0.23419$$

$$n_{14} = \frac{x_{14}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{51}{\sqrt{51^2 + 13^2 + 58^2 + 36^2 + 90^2 + 75^2}} = 0.35064$$

$$n_{15} = \frac{x_{15}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{8}{\sqrt{8^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 1^2 + 6^2}} = 0.74600$$

$$n_{21} = \frac{x_{21}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{30}{\sqrt{60^2 + 30^2 + 40^2 + 92^2 + 52^2 + 80^2}} = 0.195$$

$$n_{22} = \frac{x_{22}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{520}{\sqrt{900^2 + 520^2 + 650^2 + 750^2 + 780^2 + 920^2}} = 0.27715$$

$$n_{23} = \frac{x_{23}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{31}{\sqrt{22^2 + 31^2 + 20^2 + 60^2 + 58^2 + 4^2}} = 0.32999$$

$$n_{24} = \frac{x_{24}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{13}{\sqrt{51^2 + 13^2 + 58^2 + 36^2 + 90^2 + 75^2}} = 0.08938$$

$$n_{25} = \frac{x_{25}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{1}{\sqrt{8^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 1^2 + 6^2}} = 0.09325$$

$$n_{31} = \frac{x_{31}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{40}{\sqrt{60^2 + 30^2 + 40^2 + 92^2 + 52^2 + 80^2}} = 0.26000$$

$$n_{32} = \frac{x_{32}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{650}{\sqrt{900^2 + 520^2 + 650^2 + 750^2 + 780^2 + 920^2}} = 0.34644$$

$$n_{33} = \frac{x_{33}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{20}{\sqrt{22^2 + 31^2 + 20^2 + 60^2 + 58^2 + 4^2}} = 0.21290$$

$$n_{34} = \frac{x_{34}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{58}{\sqrt{51^2 + 13^2 + 58^2 + 36^2 + 90^2 + 75^2}} = 0.39877$$

$$n_{35} = \frac{x_{35}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{2}{\sqrt{8^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 1^2 + 6^2}} = 0.18650$$

$$n_{41}=\frac{x_{41}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m}x_{ij}^{2}}}=\frac{92}{\sqrt{60^2+30^2+40^2+92^2+52^2+80^2}}=0.59801$$

$$n_{42}=\frac{x_{42}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m}x_{ij}^{2}}}=\frac{750}{\sqrt{900^2+520^2+650^2+750^2+780^2+920^2}}=0.39974$$

$$n_{43}=\frac{x_{43}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m}x_{ij}^{2}}}=\frac{60}{\sqrt{22^2+31^2+20^2+60^2+58^2+4^2}}=0.63870$$

$$n_{44}=\frac{x_{44}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m}x_{ij}^{2}}}=\frac{36}{\sqrt{51^2+13^2+58^2+36^2+90^2+75^2}}=0.24751$$

$$n_{45}=\frac{x_{45}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m}x_{ij}^{2}}}=\frac{3}{\sqrt{8^2+1^2+2^2+3^2+1^2+6^2}}=0.27975$$

$$n_{51}=\frac{x_{51}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m}x_{ij}^{2}}}=\frac{52}{\sqrt{60^2+30^2+40^2+92^2+52^2+80^2}}=0.33800$$

$$n_{52}=\frac{x_{52}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m}x_{ij}^{2}}}=\frac{780}{\sqrt{900^2+520^2+650^2+750^2+780^2+920^2}}=0.41573$$

$$n_{53}=\frac{x_{53}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m}x_{ij}^{2}}}=\frac{58}{\sqrt{22^2+31^2+20^2+60^2+58^2+4^2}}=0.61741$$

$$n_{54} = \frac{x_{54}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{90}{\sqrt{51^2 + 13^2 + 58^2 + 36^2 + 90^2 + 75^2}} = 0.61878$$

$$n_{55} = \frac{x_{55}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{1}{\sqrt{8^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 1^2 + 6^2}} = 0.09325$$

$$n_{61} = \frac{x_{61}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{80}{\sqrt{60^2 + 30^2 + 40^2 + 92^2 + 52^2 + 80^2}} = 0.52001$$

$$n_{62} = \frac{x_{62}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{920}{\sqrt{900^2 + 520^2 + 650^2 + 750^2 + 780^2 + 920^2}} = 0.49035$$

$$n_{63} = \frac{x_{63}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{4}{\sqrt{22^2 + 31^2 + 20^2 + 60^2 + 58^2 + 4^2}} = 0.04258$$

$$n_{64} = \frac{x_{64}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} = \frac{75}{\sqrt{51^2 + 13^2 + 58^2 + 36^2 + 90^2 + 75^2}} = 0.51565$$

Tabela 10.2.6 Normalizovana matrica odlučivanja glasi:

	C1	C2	C3	C4	C5
A1	0.390	0.47969	0.23419	0.35064	0.746
A2	0.195	0.277	0.330	0.089	0.093
A3	0.260	0.346	0.213	0.399	0.187
A4	0.598	0.400	0.639	0.248	0.28
A5	0.338	0.416	0.617	0.619	0.093
A6	0.520	0.490	0.043	0.516	0.560

korak 2: Izračunavanje težinske normalizovane matrice odlučivanja TN

Donosilac odluke aktivno učestvuje u proceduri rešavanja problema i određuje preference, odnosno težine korisničkih kriterijuma, posle čega se izračunava težinska normalizovana matrica odlučivanja.

$$\mathbf{TN = N \cdot T}$$

U ovom slučaju, matrica težinskih koeficijenata je:

T: = (0,12   0,40   0,12   0,22   0,14)

Zbir elemenata ovog vektora je jednak jedinici.

Tabela 10.2.7 Težinska normalizovana matrica odlučivanja

	C1	C2	C3	C4	C5
A1	0.047	0.192	0.028	0.077	0.104
A2	0.023	0.111	0.04	0.02	0.013
A3	0.031	0.139	0.026	0.09	0.026
A4	0.072	0.160	0.077	0.054	0.039
A5	0.041	0.166	0.074	0.136	0.013
A6	0.062	0.196	0.055	0.1134	0.078

korak 3: Određivanje skupova saglasnosti S i nesaglasnosti NS

U ovom koraku upoređuju se parovi akcija p i r (p,r = 1,2,...,m i $p \neq r$). Najpre se formira skup saglasnosti S_{pr} za akcije a_p i a_r, koji se sastoji od svih kriterijuma (J = {j|j=1,...,n}), za koje je akcija a_p poželjnija od akcije a_r, odnosno:

$$\mathbf{S_{pr} = \{j \mid x_{pj} \geq x_{rj}\}}$$

Ukoliko se radi o kriterijumu tipa minimizacije, znak jednakosti je suprotan. Zatim se formira komplementaran skup nesaglasnosti:

$$\mathbf{NS_{pr} = J - S_{pr} = \{j \mid x_{pj} < x_{rj}\}}$$

Tabela 10.2.8

Akcija p	Akcija r	Skup saglasnosti	Skup nesaglasnosti
1	2	2, 4,	1, 3, 5
1	3	2,3,	1,4,5
1	4	1,2,4,	3,5
1	5	2	1,3,4,5
1	6	1,3,	2,4,5
2	1	1,3,5	2, 4,
2	3	1,3,5	2,4
2	4	1,5	2,3,4
2	5	1,5	2,3,4,5
2	6	1,3,5	2,4
3	1	1,4,5	2,3
3	2	2,4	1,3,5
3	4	1,4,5	2,3
3	5	1	2,3,4,5
3	6	1,3,5	2,4
4	1	3,5	1,2,4
4	2	2,3,4	1,5
4	3	2,3	1,4,5
4	5	3	1,2,4,5
4	6	3,5	1,2,4
5	1	1,3,4,5	2
5	2	2,3,4,5	1
5	3	2,3,4,5	1
5	4	1,2,4,5	3
5	6	1,3,4,5	2
6	1	2,4,5	1,3
6	2	2,4	1,3,5
6	3	2,4	1,3,5
6	4	1,2,4	3,5
6	5	2	1,3,4,5

korak 4: Određivanje matrice saglasnosti MS

Matrica saglasnosti određuje se na osnovu skupa saglasnosti. Elemente matrice čine indeksi saglasnosti, čija je vrednost jednaka sumi težinskih koeficijenata koji odgovaraju pripadajućim elementima skupova saglasnosti.

$$\mathbf{s_{pr} = \sum_{j \in S_{pr}} t_j}$$

Za dati primer indeksi saglasnosti jednaki su:

Tez. koef.	0.12	0.40	0.12	0.22	0.14

S_{11}=0
S_{12}=t_2+t_4=0.40+0.22=0.62
S_{13}=t_2+t_3=0.40+0.12=0.52
S_{14}=t_1+t_2+t_4=0.12+0.40+0.22=0.74
S_{15}=t_2=0.40
S_{16}=t_1+t_3=0.12+0.12=0.24
S_{21}=t_1+t_3+t_5=0.12+0.12+0.14=0.38
S_{22}=0
S_{23}=t_1+t_3+t_5=0.12+0.12+0.14=0.38
S_{24}=t_1+t_5=0.12+0.14=0.26
S_{25}=t_1+t_5=0.12+0.14=0.26
S_{26}=t_1+t_3+t_5=0.12+0.12+0.14=0.38
S_{31}=t_1+t_4+t_5=0.12+0.22+0.14=0.48
S_{32}=t2+t4=0.40+0.22=0.62
S_{33}=0
S_{34}= t_1+t_4+t_5=0.12+0.22+0.14=0.48
S_{35}=t1=0.12
S_{36}= t_1+t_3+t_5=0.12+0.12+0.14=0.38
S_{41}= t_3+t_5=0.12+0.14=0.26
S_{42}=t2+t3+t4=0.40+0.12+0.22=0.74
S_{43}= t_2+t_3=0.40+0.12=0.52
S_{44}=0
S_{45}=t3=0.12
S_{46}= t_3+t_5=0.12+0.14=0.26
S_{51}= t_1+t_3+t_4+t_5=0.12+0.12+0.22+0.14=0.60
S_{52}= t_2+t_3+t_4+t_5=0.40+0.12+0.22+0.14=0.88
S_{53}= t_2+t_3+t_4+t_5=0.40+0.12+0.22+0.14=0.88
S_{54}= t_1+t_2+t_4+t_5=0.12+0.40+0.22+0.14=0.88
S_{55}=0
S_{56}= t_1+t_3+t_4+t_5=0.12+0.12+0.22+0.14=0.60
S_{61}= t_2+t_4+t_5=0.40+0.22+0.14=0.76
S_{62}= t2+t4=0.40+0.22=0.62
S_{63}= t2+t4=0.40+0.22=0.62
S_{64}= t_1+t_2+t_4=0.12+0.40+0.22=0.74

$S_{65}= t_2=0.40$
$S_{66}=0$

Tabele 10.2.9 Matrica saglasnosti:

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
A1	0	0.62	0.52	0.74	0.40	0.24
A2	0.38	0	0.38	0.26	0.26	0.38
A3	0.48	0.62	0	0.48	0.12	0.38
A4	0.26	0.74	0.52	0	0.12	0.26
A5	0.60	0.88	0.88	0.88	0	0.60
A6	0.76	0.62	0.62	0.74	0.40	0

korak 5: Određivanje matrice nesaglasnosti MNS

Matrica nesaglasnosti određuje se na osnovu skupa nesaglasnosti. Elemente matrice čine indeksi nesaglasnosti, koji se određuju na osnovu formule:

$$\mathbf{ns_{pr}} = \frac{\max\limits_{\mathbf{j \in NS_{pr}}} \left|\mathbf{tn_{pj}} - \mathbf{tn_{rj}}\right|}{\max\limits_{\mathbf{j \in J}} \left|\mathbf{tn_{pj}} - \mathbf{tn_{rj}}\right|}$$

gde je tn – element težinske normalizovane matrice odlučivanja.

$$ns_{12} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{12}} \left(|tn_{11} - tn_{21}|, |tn_{13} - tn_{23}|, |tn_{15} - tn_{25}|\right)}{\max\limits_{j \in J} \left(|tn_{11} - tn_{21}|, |tn_{12} - tn_{22}|, |tn_{13} - tn_{23}|, |tn_{14} - tn_{24}|, |tn_{15} - tn_{25}|\right)}$$

$$ns_{12} = 1$$

$$ns_{13} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{13}} \left(|tn_{11} - tn_{31}|, |tn_{14} - tn_{34}|, |tn_{15} - tn_{35}|\right)}{\max\limits_{j \in J} \left(|tn_{11} - tn_{31}|, |tn_{12} - tn_{32}|, |tn_{13} - tn_{33}|, |tn_{14} - tn_{34}|, |tn_{15} - tn_{35}|\right)}$$

$$ns_{13} = 1$$

$$ns_{14} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{14}} \left(|tn_{13} - tn_{43}|, |tn_{15} - tn_{45}|\right)}{\max\limits_{j \in J} \left(|tn_{11} - tn_{41}|, |tn_{12} - tn_{42}|, |tn_{13} - tn_{43}|, |tn_{14} - tn_{44}|, |tn_{15} - tn_{45}|\right)}$$

$$ns_{14} = 1$$

$$ns_{15} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{15}} \left(|tn_{11} - tn_{51}|, |tn_{13} - tn_{53}|, |tn_{14} - tn_{54}||tn_{15} - tn_{55}|\right)}{\max\limits_{j \in J} \left(|tn_{11} - tn_{51}|, |tn_{12} - tn_{52}|, |tn_{13} - tn_{53}|, |tn_{14} - tn_{54}|, |tn_{15} - tn_{55}|\right)}$$

$$ns_{15} = 1$$

$$ns_{16} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{16}}\left(|tn_{11} - tn_{51}|, |tn_{12} - tn_{62}|, |tn_{14} - tn_{64}||tn_{15} - tn_{65}|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(|tn_{11} - tn_{61}|, |tn_{12} - tn_{62}|, |tn_{13} - tn_{63}|, |tn_{14} - tn_{64}|, |tn_{15} - tn_{65}|\right)}$$

$$ns_{16} = 1$$

$$ns_{21} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{21}}\left(|tn_{22} - tn_{12}|, |tn_{24} - tn_{14}|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(|tn_{21} - tn_{11}|, |tn_{22} - tn_{12}|, |tn_{23} - tn_{13}|, |tn_{24} - tn_{14}|, |tn_{25} - tn_{15}|\right)}$$

$$ns_{21} = 0.887$$

$$ns_{23} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{23}}\left(|tn_{22} - tn_{32}|, |tn_{24} - tn_{34}|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(|tn_{21} - tn_{31}|, |tn_{22} - tn_{32}|, |tn_{23} - tn_{33}|, |tn_{24} - tn_{34}|, |tn_{25} - tn_{35}|\right)}$$

$$ns_{23} = 1$$

$$ns_{24} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{24}}\left(|tn_{22} - tn_{42}|, |tn_{23} - tn_{43}|, |tn_{24} - tn_{44}|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(|tn_{21} - tn_{41}|, |tn_{22} - tn_{42}|, |tn_{23} - tn_{43}|, |tn_{24} - tn_{44}|, |tn_{25} - tn_{45}|\right)}$$

$$ns_{24} = 1$$

$$ns_{25} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{25}}\left(|tn_{22} - tn_{42}|, |tn_{23} - tn_{43}|, |tn_{24} - tn_{44}|, |tn_{25} - tn_{55}|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(|tn_{21} - tn_{51}|, |tn_{22} - tn_{52}|, |tn_{23} - tn_{53}|, |tn_{24} - tn_{54}|, |tn_{25} - tn_{55}|\right)}$$

$$ns_{25} = 1$$

$$ns_{26} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{26}}\left(|tn_{22} - tn_{62}|, |tn_{24} - tn_{64}|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(|tn_{21} - tn_{61}|, |tn_{22} - tn_{62}|, |tn_{23} - tn_{63}|, |tn_{24} - tn_{64}|, |tn_{25} - tn_{65}|\right)}$$

$$ns_{26} = 1$$

$$ns_{31} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{31}}\left(|tn_{32} - tn_{12}|, |tn_{33} - tn_{13}|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(|tn_{31} - tn_{11}|, |tn_{32} - tn_{12}|, |tn_{33} - tn_{13}|, |tn_{34} - tn_{14}|, |tn_{35} - tn_{15}|\right)}$$

$$ns_{31} = 0.680$$

$$ns_{32} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{32}}\left(|tn_{31} - tn_{21}|, |tn_{33} - tn_{23}||tn_{35} - tn_{25}|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(|tn_{31} - tn_{21}|, |tn_{32} - tn_{22}|, |tn_{33} - tn_{23}|, |tn_{34} - tn_{24}|, |tn_{35} - tn_{25}|\right)}$$

$$ns_{32} = 0.206$$

$$ns_{34} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{34}}\left(|tn_{32}-tn_{42}|,|tn_{33}-tn_{43}|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(|tn_{31}-tn_{41}|,|tn_{32}-tn_{42}|,|tn_{33}-tn_{43}|,|tn_{34}-tn_{44}|,|tn_{35}-tn_{45}|\right)}$$

$$ns_{34} = 1$$

$$ns_{35} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{35}}\left(|tn_{32}-tn_{52}|,|tn_{33}-tn_{53}|,|tn_{34}-tn_{54}|,|tn_{35}-tn_{55}|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(|tn_{31}-tn_{51}|,|tn_{32}-tn_{52}|,|tn_{33}-tn_{53}|,|tn_{34}-tn_{54}|,|tn_{35}-tn_{55}|\right)}$$

$$ns_{35} = 1$$

$$ns_{36} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{36}}\left(|tn_{32}-tn_{62}|,|tn_{34}-tn_{64}|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(|tn_{31}-tn_{61}|,|tn_{32}-tn_{62}|,|tn_{33}-tn_{63}|,|tn_{34}-tn_{64}|,|tn_{35}-tn_{65}|\right)}$$

$$ns_{36} = 1$$

$$ns_{41} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{41}}\left(|tn_{41}-tn_{11}|,|tn_{42}-tn_{12}|,|tn_{44}-tn_{14}|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(|tn_{41}-tn_{11}|,|tn_{42}-tn_{12}|,|tn_{43}-tn_{13}|,|tn_{44}-tn_{14}|,|tn_{45}-tn_{15}|\right)}$$

$$ns_{41} = 0.490$$

$$ns_{42} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{42}}\left(|tn_{41}-tn_{21}|,|tn_{45}-tn_{25}|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(|tn_{41}-tn_{21}|,|tn_{42}-tn_{22}|,|tn_{43}-tn_{23}|,|tn_{44}-tn_{24}|,|tn_{45}-tn_{25}|\right)}$$

$$ns_{42} = 0.986$$

$$ns_{43} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{43}}\left(|tn_{41}-tn_{31}|,|tn_{44}-tn_{34}||tn_{45}-tn_{35}|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(|tn_{41}-tn_{31}|,|tn_{42}-tn_{32}|,|tn_{43}-tn_{33}|,|tn_{44}-tn_{34}|,|tn_{45}-tn_{35}|\right)}$$

$$ns_{43} = 0.794$$

$$ns_{45} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{45}}\left(|tn_{41}-tn_{51}|,|tn_{42}-tn_{52}||tn_{44}-tn_{54}||tn_{45}-tn_{55}|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(|tn_{41}-tn_{51}|,|tn_{42}-tn_{52}|,|tn_{43}-tn_{53}|,|tn_{44}-tn_{54}|,|tn_{45}-tn_{55}|\right)}$$

$$ns_{45} = 1$$

$$ns_{46} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{46}}\left(|tn_{41}-tn_{61}|,|tn_{42}-tn_{62}||tn_{44}-tn_{64}|\right)}{\max\limits_{j \in J}\left(|tn_{41}-tn_{61}|,|tn_{42}-tn_{62}|,|tn_{43}-tn_{63}|,|tn_{44}-tn_{64}|,|tn_{45}-tn_{65}|\right)}$$

$$ns_{46} = 0.825$$

$$ns_{51} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{51}} \left(\left| tn_{52} - tn_{12} \right| \right)}{\max\limits_{j \in J} \left(\left| tn_{51} - tn_{11} \right|, \left| tn_{52} - tn_{12} \right|, \left| tn_{53} - tn_{13} \right|, \left| tn_{54} - tn_{14} \right|, \left| tn_{55} - tn_{15} \right| \right)}$$

$$ns_{51} = 0.280$$

$$ns_{52} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{52}} \left(\left| tn_{51} - tn_{21} \right| \right)}{\max\limits_{j \in J} \left(\left| tn_{51} - tn_{21} \right|, \left| tn_{52} - tn_{22} \right|, \left| tn_{53} - tn_{23} \right|, \left| tn_{54} - tn_{24} \right|, \left| tn_{55} - tn_{25} \right| \right)}$$

$$ns_{52} = 0.147$$

$$ns_{53} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{53}} \left(\left| tn_{51} - tn_{31} \right| \right)}{\max\limits_{j \in J} \left(\left| tn_{51} - tn_{31} \right|, \left| tn_{52} - tn_{32} \right|, \left| tn_{53} - tn_{33} \right|, \left| tn_{54} - tn_{34} \right|, \left| tn_{55} - tn_{35} \right| \right)}$$

$$ns_{53} = 0.193$$

$$ns_{54} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{54}} \left(\left| tn_{53} - tn_{43} \right| \right)}{\max\limits_{j \in J} \left(\left| tn_{51} - tn_{41} \right|, \left| tn_{52} - tn_{42} \right|, \left| tn_{53} - tn_{43} \right|, \left| tn_{54} - tn_{44} \right|, \left| tn_{55} - tn_{45} \right| \right)}$$

$$ns_{54} = 0.031$$

$$ns_{56} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{56}} \left(\left| tn_{52} - tn_{62} \right| \right)}{\max\limits_{j \in J} \left(\left| tn_{51} - tn_{61} \right|, \left| tn_{52} - tn_{62} \right|, \left| tn_{53} - tn_{63} \right|, \left| tn_{54} - tn_{64} \right|, \left| tn_{55} - tn_{65} \right| \right)}$$

$$ns_{56} = 0.433$$

$$ns_{61} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{61}} \left(\left| tn_{61} - tn_{11} \right|, \left| tn_{63} - tn_{13} \right| \right)}{\max\limits_{j \in J} \left(\left| tn_{61} - tn_{11} \right|, \left| tn_{62} - tn_{12} \right|, \left| tn_{63} - tn_{13} \right|, \left| tn_{64} - tn_{14} \right|, \left| tn_{65} - tn_{15} \right| \right)}$$

$$ns_{61} = 0.633$$

$$ns_{62} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{61}} \left(\left| tn_{61} - tn_{21} \right|, \left| tn_{63} - tn_{23} \right|, \left| tn_{65} - tn_{25} \right| \right)}{\max\limits_{j \in J} \left(\left| tn_{61} - tn_{21} \right|, \left| tn_{62} - tn_{22} \right|, \left| tn_{63} - tn_{23} \right|, \left| tn_{64} - tn_{24} \right|, \left| tn_{65} - tn_{25} \right| \right)}$$

$$ns_{62} = 0.696$$

$$ns_{63} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{61}} \left(\left| tn_{61} - tn_{31} \right|, \left| tn_{63} - tn_{33} \right|, \left| tn_{65} - tn_{35} \right| \right)}{\max\limits_{j \in J} \left(\left| tn_{61} - tn_{31} \right|, \left| tn_{62} - tn_{32} \right|, \left| tn_{63} - tn_{33} \right|, \left| tn_{64} - tn_{34} \right|, \left| tn_{65} - tn_{35} \right| \right)}$$

$ns_{63} = 0.907$

$$ns_{64} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{64}} \left(\left| tn_{63} - tn_{43} \right|, \left| tn_{65} - tn_{45} \right| \right)}{\max\limits_{j \in J} \left(\left| tn_{61} - tn_{41} \right|, \left| tn_{62} - tn_{42} \right|, \left| tn_{63} - tn_{43} \right|, \left| tn_{64} - tn_{44} \right|, \left| tn_{65} - tn_{45} \right| \right)}$$

$ns_{64} = 1$

$$ns_{65} = \frac{\max\limits_{j \in NS_{65}} \left(\left| tn_{61} - tn_{51} \right| \left| tn_{63} - tn_{53} \right|, \left| tn_{64} - tn_{54} \right|, \left| tn_{65} - tn_{5} \right| \right)}{\max\limits_{j \in J} \left(\left| tn_{61} - tn_{51} \right|, \left| tn_{62} - tn_{52} \right|, \left| tn_{63} - tn_{53} \right|, \left| tn_{64} - tn_{54} \right|, \left| tn_{65} - tn_{55} \right| \right)}$$

$ns_{65} = 1$

Tabela 10.2.10 Matrica nesaglasnosti:

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
A1	0	1.00	1.000	1.000	1.000	1.000
A2	0.887	0	1.000	1.000	1.000	1.000
A3	0.680	0.206	0	1.000	1.000	1.000
A4	0.490	0.986	0.794	0	1.000	0.825
A5	0.280	0.147	0.193	0.031	0	0.433
A6	0.633	0.696	0.907	1.000	1.000	0

korak 6: Određivanje matrice saglasne dominacije MSD

Matrica saglasne dominacije određuje se na osnovu vrednosti praga indeksa saglasnosti, koji se može definisati kao prosečni indeks saglasnosti:

$$\mathbf{PIS} = \frac{\sum_{p=1}^{m} \sum_{r=1}^{m} \mathbf{s_{pr}}}{\mathbf{m(m-1)}}$$

pri čemu je $p \neq r$.

Potom se formira matrica saglasne dominacije na osnovu sledećeg kriterijuma:

$$\mathbf{msd_{pr} = 1 \text{ za } s_{pr} \geq PIS}$$

$$\mathbf{msd_{pr} = 0 \text{ za } s_{pr} < PIS}$$

U ovom slučaju,

$$PIS = \frac{0+0.62+0.52+0.74+0.40+0.24+0.38+0+0.38+...+0.74+0.40+0}{6(6-1)}$$

$$= \frac{15.14}{30} = 0.505$$

Tabela 10.2.11 Matrica saglasne dominacije:

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
A1	0	1	1	1	0	0
A2	0	0	0	0	0	0
A3	0	1	0	0	0	0
A4	0	1	1	0	0	0
A5	1	1	1	1	0	1
A6	1	1	1	1	0	0

korak 7: Određivanje matrice nesaglasne dominacije MNSD

Matrica nesaglasne dominacije izračunava se analogno MSD; najpre se računa prosečan indeks nesaglasnosti:

$$\mathbf{PINS} = \frac{\sum_{p=1}^{m}\sum_{r=1}^{m} \mathbf{ns_{pr}}}{\mathbf{m(m-1)}}$$

pri čemu je $p \neq r$.

Potom se formira matrica nesaglasne dominacije na osnovu sledećeg kriterijuma:

$$\mathbf{mnsd_{pr} = 1 \text{ za } ns_{pr} \leq PINS}$$

$$\mathbf{mnsd_{pr} = 0 \text{ za } ns_{pr} > PINS}$$

U ovom slučaju je:

$$\mathbf{PINS} = \frac{0+1+1+1+1+1+0.887+0+...+0.907+1+1+0}{6*(6-1)} = \frac{21.712}{30} = \mathbf{0.724}$$

Tabela 10.2.12 Matrica nesaglasne dominacije

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
A1	0	0	0	0	0	0
A2	0	0	0	0	0	0
A3	1	1	0	0	0	0
A4	1	0	0	0	0	0
A5	1	1	1	1	0	1
A6	1	1	0	0	0	0

korak 8: Određivanje matrice agregatne dominacije MAD

Elementi matrice agregatne dominacije jednaki su proizvodu elemenata na odgovarajućoj poziciji u matricama saglasne i nesaglasne dominacije:

$$\mathbf{ad_{pr} = sd_{pr} \cdot nsd_{pr}}$$

tako da, u ovom slučaju, matrica ima sledeće vrednosti:

Tabela 10.2.13 Matrica agregatne dominacije

a1	0	0	0	0	0
0	a2	0	0	0	0
0	1	a3	0	0	0
0	0	0	a4	0	0
1	1	1	1	a5	1
1	1	0	0	0	a6

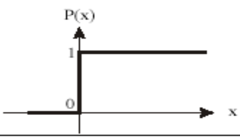
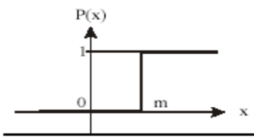
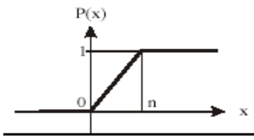
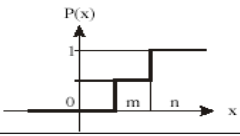
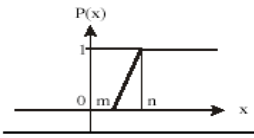
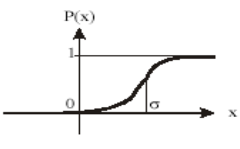
a1 ne dominira ni nad jednom akcijom
a2 ne dominira ni nad jednom akcijom
a3 dominira nad: a2
a4 ne dominira ni nad jednom akcijom
a5 dominira nad akcijama: a1, a2, a3, a4, a6
a6 dominira nad akcijama: a1, a2

Najbolja akcija: a5

10.2.4 Metodi PROMETHEE I-IV

Metod PROMETHEE (Preference Ranking Organization METHod for Enrichment Evaluation) razvili su Brans i saradnici (1984.). U odnosu na ostale metode iz ove oblasti, PROMETHEE ima niz prednosti, kao što su izuzetna jednostavnost, ekonomski značaj korišćenih parametara, i otpuno odsustvo pratećih efekata rangiranja.U ovaj metod autori su uveli tzv. “opšte” kriterijume, jer su na osnovu iskustva došli do zaključka da se oni mogu koristiti pri rešavanju većine realnih problema višeatributivnog odlučivanja. Dodelili su im odgovarajuće funkcije P(x), i definisali roj i vrstu parametara koje je potrebno definisati u konkretnoj situaciji (tabela 10.2.14).[8]

Tabela 10.2.14 Vrste opšteg kriterijuma

Funkcija preferencije P(x)	Vrsta opšteg kriterijuma	
	Tip I: Običan kriterijum $P(x)=\begin{cases}0, x\le 0\\ 1, x>0\end{cases}$	-
	Tip II: Kvazi kriterijum $P(x)=\begin{cases}0, x\le m\\ 1, x>m\end{cases}$	m
	Tip III: Kriterijum sa linearnom preferencijom $P(x)=\begin{cases}0, x<0\\ x/n, o\le x\le n\\ 1, x>n\end{cases}$	n
	Tip IV: Nivo kriterijum $P(x)=\begin{cases}0, x\le m\\ 1/2, m<x<n\\ 1, x\ge n\end{cases}$	m, n
	Tip V: Kriterijum linearne preferencije sa područjem indiferentnosti $P(x)=\begin{cases}0, x\le m\\ \frac{x-m}{n-m}, m<x\le n\\ 1, x>n\end{cases}$	m, n
	Tip VI: Gaussov kriterijum $P(x)=1-e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$	σ

Metod PROMETHEE ima dosta prednosti u odnosu na druge metode među kojima treba istaći:
- Izuzetno je jednostavan
- Parametri koji se koriste kod ovog metoda imaju ekonomski značaj
- Prateći efekti rangiranja su potpuno eliminisani

Podaci za ovaj metod se obično prikazuju pomoću tabele 10.2.15 koja ima izgled kao na slici:

Tabela 10.2.15

	$k_1(.)$	$k_{2(.)}$	....	$k_{j(.)}$	...	$k_{p(.)}$
a_1	$k_1(a_1)$	$k_2(a_1)$	...	$k_j(a_1)$	...	$k_p(a_1)$
a_2	$k(a_2)$	$k_2(a_2)$	...	$k_j(a_2)$	...	$k_p(a_2)$
...	...	...	...	....	...	...
a_i	$k_1(a_i)$	$k_2(a_i)$	...	$k_j(a_i)$	...	$k_p(a_i)$
...	...	...	...	...	...	...
a_n	$k_1(a_n)$	$k_2(a_n)$	...	$k_j(a_n)$	...	$k_p(a_n)$

Na osnovu tabele se može zaključiti da su sa a_i obeležene sve raspoložive akcije koje treba rangirati, a sa $k_1, k_2, ..., k_p$, p kriterijuma koji su prethodno izabrani.

Metod PROMETHEE I pomaže donosiocu odluke za delimično rangiranje akcija

Metod PROMETHEE II pomaže donosiocu odluke za potpuno rangiranje akcija

Primena ovog metoda se rešava po koracima sto će biti prikazano na konkretnom primeru.

Primer 10.2.4.1

Kupac privatnog automobila je u situaciji da bira između četiri modela: a1, a2, a3 i a4. Izbor će izvršiti koristeći sledeće kriterijume: [8]

A1 – maksimalna brzina (km/h)
A2 – potrošnja goriva (l/100 km)
A3 – mogućnost opterećenja (kp)
A4 – cena (107 din)
A5 – pouzdanost (kvalitativna ocena)
A6 – sposobnost manevrisanja (kvalitativna ocena)

Početna matrica odlučivanja ima oblik:

$$O := \begin{pmatrix} 150 & 10 & 1500 & 6.0 & \text{visoka} & \text{prosecna} \\ 180 & 15 & 1100 & 9.0 & \text{vrlovisoka} & \text{visoka} \\ 160 & 12 & 1400 & 7.5 & \text{prosecna} & \text{vrlovisoka} \\ 140 & 9 & 1600 & 5.0 & \text{niska} & \text{prosecna} \end{pmatrix}$$

Koristeći pristup tzv. bipolarnih skala, a za opseg skale od 0 do 10, gde je 1 – vrlo nizak nivo, 3 – nizak, 5 – srednji (prose-ni), 7 – visok, i 9 – vrlo visok nivo, matrica odlučivanja je u potpunosti kvantifikovana

$$O := \begin{pmatrix} 150 & 10 & 1500 & 6.0 & 7 & 5 \\ 180 & 15 & 1100 & 9.0 & 9 & 7 \\ 160 & 12 & 1400 & 7.5 & 5 & 9 \\ 140 & 9 & 1600 & 5.0 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

korak 1: Definisanje tipa, parametara i težina kriterijuma

Donosioc odluke aktivno učestvuje u proceduri rešavanja problema i određuje tipove opšteg kriterijuma, parametre i težine korisničkih kriterijuma.
U ovom slučaju, donosilac odluke je odlučio:

	k_1 I	k_2 V	k_3 IV	k_4 III	k_5 IV	k_6 II
m	-	0.2	0.2	-	1.0	3.0
n	-	0.5	0.3	2.5	2.0	-
t	0.1	0.2	0.1	0.3	0.2	0.1

korak 2: Određivanje funkcija preferencije Pj(ai, as)

Funkcija preferencije određuje se na osnovu razlike vrednosti kriterijuma određene alternative ai sa ostalim alternativama as, i, s = 1,2,3,4, razmatrajući svaki kriterijum kj, j = 1,…,6.

k_j	a_l	a_s	$x = k_j(a_l) - k_j(a_s)$	$P_j(a_l, a_s)$
k_1 tip I	1	2	1.5 – 1.8 = - 0.3	0
		3	1.5 – 1.6 = - 0.1	0
		4	1.5 – 1.4 = 0.1	1
k_2 tip V (min) m = 0.2, n = 0.5		2	1.0 – 1.5 = - 0.5	1
		3	1.0 – 1.2 = - 0.2	0
		4	1.0 – 0.9 = 0.1	0
k_3 tip IV m = 0.2, n = 0.3		2	1.5 – 1.1 = 0.4	1
		3	1.5 – 1.4 = 0.1	0
		4	1.5 – 1.6 = - 0.1	0
k_4 tip III (min) n = 2.5		2	6.0 – 9.0 = - 3.0	1
		3	6.0 – 7.5 = - 1.5	0.6
		4	6.0 – 5.0 = 1.0	0
k_5 tip IV m = 1.0, n = 2.0		2	7.0 – 9.0 = - 2.0	0
		3	7.0 – 5.0 = 2.0	1
		4	7.0 – 3.0 = 4.0	1
k_6 tip II m = 3.0		2	5.0 – 7.0 = - 2.0	0
		3	5.0 – 9.0 = - 4.0	0
		4	5.0 – 5.0 = 0	0
k_1 tip I	2	1	1.8 – 1.5 = 0.3	1
		3	1.8 – 1.6 = 0.2	1
		4	1.8 – 1.4 = 0.4	1
k_2 tip V (min) m = 0.2, n = 0.5		1	1.5 – 1.0 = 0.5	0
		3	1.5 – 1.2 = 0.3	0
		4	1.5 – 0.9 = 0.6	0
k_3 tip IV m = 0.2, n = 0.3		1	1.1 – 1.5 = - 0.4	0
		3	1.1 – 1.4 = - 0.3	0
		4	1.1 – 1.6 = - 0.5	0
k_4 tip III (min) n = 2.5		1	9.0 – 6.0 = 3.0	0
		3	9.0 – 7.5 = 1.5	0
		4	9.0 – 5.0 = 4.0	0
k_5 tip IV m = 1.0, n = 2.0		1	9.0 – 7.0 = 2.0	1
		3	9.0 – 5.0 = 4.0	1
		4	9.0 – 3.0 = 6.0	1
k_6 tip II m = 3.0		1	7.0 – 5.0 = 2.0	0
		3	7.0 – 9.0 = - 2.0	0
		4	7.0 – 5.0 = 2.0	0

k_j	a_i	a_s	$x = k_j(a_i) - k_j(a_s)$	$P_j(a_i, a_s)$
k_1 tip I	3	1	1.6 – 1.5 = 0.1	1
		2	1.6 – 1.8 = - 0.2	0
		4	1.6 – 1.4 = 0.2	1
k_2 tip V (min) m = 0.2, n = 0.5		1	1.2 – 1.0 = 0.2	0
		2	1.2 – 1.5 = - 0.3	0.33
		4	1.2 – 0.9 = 0.3	0
k_3 tip IV m = 0.2, n = 0.3		1	1.4 – 1.5 = - 0.1	0
		2	1.4 – 1.1 = 0.3	1
		4	1.4 – 1.6 = - 0.2	0
k_4 tip III (min) n = 2.5		1	7.5 – 6.0 = 1.5	0
		2	7.5 – 9.0 = - 1.5	0.6
		4	7.5 – 5.0 = 2.5	0
k_5 tip IV m = 1.0, n = 2.0		1	5.0 – 7.0 = - 2.0	0
		2	5.0 – 9.0 = - 4.0	0
		4	5.0 – 3.0 = 2.0	1
k_6 tip II m = 3.0		1	9.0 – 5.0 = 4.0	1
		2	9.0 – 7.0 = 2.0	0
		4	9.0 – 5.0 = 4.0	1
k_1 tip I	4	1	1.4 – 1.5 = - 0.1	0
		2	1.4 – 1.8 = - 0.4	0
		3	1.4 – 1.6 = - 0.2	0
k_2 tip V (min) m = 0.2, n = 0.5		1	0.9 – 1.0 = - 0.1	0
		2	0.9 – 1.5 = - 0.6	1
		3	0.9 – 1.2 = - 0.3	0.33
k_3 tip IV m = 0.2, n = 0.3		1	1.6 – 1.5 = 0.1	0
		2	1.6 – 1.1 = 0.5	1
		3	1.6 – 1.4 = 0.2	0
k_4 tip III (min) n = 2.5		1	5.0 – 6.0 = - 1.0	0.4
		2	5.0 – 9.0 = - 4.0	1
		3	5.0 – 7.5 = - 2.5	1
k_5 tip IV m = 1.0, n = 2.0		1	3.0 – 7.0 = - 4.0	0
		2	3.0 – 9.0 = - 6.0	0
		3	3.0 – 5.0 = - 2.0	0
k_6 tip II m = 3.0		1	5.0 – 5.0 = 0	0
		2	5.0 – 7.0 = - 2.0	0
		3	5.0 – 9.0 = - 4.0	0

korak 3: Određivanje indeksa preferencija IPj(ai, as)

Indeks preferencije za razmatrani par akcija (ai, as) jednak je sumi proizvoda težine kriterijuma i vrednosti funkcije preferencije:

$$IP(a_i, a_s) = \sum_{j=1}^{m} t_j \cdot P_j(a_i, a_s)$$

U ovom slučaju, indeksi preferencija jednaki su:

$$IP(a_1,a_2) = 0.1\cdot 0 + 0.2\cdot 1 + 0.1\cdot 1 + 0.3\cdot 1 + 0.2\cdot 0 + 0.1\cdot 0 = 0.60$$
$$IP(a_1,a_3) = 0.1\cdot 0 + 0.2\cdot 0 + 0.1\cdot 0 + 0.3\cdot 0.6 + 0.2\cdot 1 + 0.1\cdot 0 = 0.38$$
$$IP(a_1,a_4) = 0.1\cdot 1 + 0.2\cdot 0 + 0.1\cdot 0 + 0.3\cdot 0 + 0.2\cdot 1 + 0.1\cdot 0 = 0.30$$
$$IP(a_2,a_1) = 0.1\cdot 1 + 0.2\cdot 0 + 0.1\cdot 0 + 0.3\cdot 0 + 0.2\cdot 1 + 0.1\cdot 0 = 0.30$$
$$IP(a_2,a_3) = 0.1\cdot 1 + 0.2\cdot 0 + 0.1\cdot 0 + 0.3\cdot 0 + 0.2\cdot 1 + 0.1\cdot 0 = 0.30$$
$$IP(a_2,a_4) = 0.1\cdot 1 + 0.2\cdot 0 + 0.1\cdot 0 + 0.3\cdot 0 + 0.2\cdot 1 + 0.1\cdot 0 = 0.30$$
$$IP(a_3,a_1) = 0.1\cdot 1 + 0.2\cdot 0 + 0.1\cdot 0 + 0.3\cdot 0 + 0.2\cdot 0 + 0.1\cdot 1 = 0.20$$
$$IP(a_3,a_2) = 0.1\cdot 0 + 0.2\cdot 0.33 + 0.1\cdot 1 + 0.3\cdot 0.6 + 0.2\cdot 0 + 0.1\cdot 0 = 0.35$$
$$IP(a_3,a_4) = 0.1\cdot 1 + 0.2\cdot 0 + 0.1\cdot 0 + 0.3\cdot 0 + 0.2\cdot 1 + 0.1\cdot 1 = 0.40$$
$$IP(a_4,a_1) = 0.1\cdot 0 + 0.2\cdot 0 + 0.1\cdot 0 + 0.3\cdot 0.4 + 0.2\cdot 0 + 0.1\cdot 0 = 0.12$$
$$IP(a_4,a_2) = 0.1\cdot 0 + 0.2\cdot 1 + 0.1\cdot 1 + 0.3\cdot 1 + 0.2\cdot 0 + 0.1\cdot 0 = 0.60$$
$$IP(a_4,a_3) = 0.1\cdot 0 + 0.2\cdot 0.33 + 0.1\cdot 0 + 0.3\cdot 1 + 0.2\cdot 0 + 0.1\cdot 0 = 0.37$$

	a_1	a_2	a_3	a_4
a_1	0	0.60	0.38	0.30
a_2	0.30	0	0.30	0.30
a_3	0.20	0.35	0	0.40
a_4	0.12	0.60	0.37	0

korak 4: Određivanje ulaznih i izlaznih tokova akcija

Za određivanje ulaznog toka akcije koristi se izraz:

$$T^+(a) = \sum_{x\in A} IP(a,x) \text{ ili } T^+(a) = \frac{\sum_{x\in A} IP(a,x)}{i-1}$$

U ovom slučaju, ulazni tokovi jednaki su:

$$T^{+}(a_1)=\frac{0+0.40+0.38+0.30}{4-1}=\frac{1.28}{3}=0.43$$

$$T^{+}(a_2)=\frac{0.30+0+0.30+0.30}{4-1}=\frac{0.90}{3}=0.30$$

$$T^{+}(a_3)=\frac{0.20+0.35+0+0.40}{4-1}=\frac{0.95}{3}=0.32$$

$$T^{+}(a_4)=\frac{0.12+0.60+0.37+0}{4-1}=\frac{1.09}{3}=0.36$$

Za određivanje izlaznog toka akcije koristi se izraz:

$$\mathbf{T^{-}(a)=\sum_{x\in A} IP(x,a)}\ \text{ili}\ \mathbf{T^{-}(a)=\frac{\sum_{x\in A} IP(x,a)}{i-1}}$$

Tako da su izlazni tokovi jednaki:

$$T^{-}(a_1)=\frac{0+0.30+0.20+0.12}{4-1}=\frac{0.62}{3}=0.21$$

$$T^{-}(a_2)=\frac{0.60+0+0.35+0.60}{4-1}=\frac{1.55}{3}=0.52$$

$$T^{-}(a_3)=\frac{0.38+0.30+0+0.37}{4-1}=\frac{1.05}{3}=0.35$$

$$T^{-}(a_4)=\frac{0.30+0.30+0.40+0}{4-1}=\frac{1.00}{3}=0.33$$

	a_1	a_2	a_3	a_4	T^+
a_1	0	0.40	0.38	0.30	0.43
a_2	0.50	0	0.36	0.50	0.30
a_3	0.20	0.28	0	0.46	0.32
a_4	0.12	0.40	0.30	0	0.36
T^-	0.21	0.52	0.35	0.33	

korak 5: Određivanje parova potpunih poredaka $[P^+, I^+]$ i $[P^-, I^-]$

Određivanje parova potpunih poredaka vrši se na osnovu sledećih nejednačna i jednačina:

$$\begin{array}{ll} a_i\ P^+\ a_s & T^+(a_i) > T^+(a_s) \rightarrow \textbf{DA} \\ a_i\ P^+\ a_s & T^+(a_i) < T^+(a_s) \rightarrow \textbf{ne} \\ \\ a_i\ P^-\ a_s & T^-(a_i) < T^-(a_s) \rightarrow \textbf{DA} \\ a_i\ P^-\ a_s & T^-(a_i) > T^-(a_s) \rightarrow \textbf{ne} \\ \\ a_i\ I^+\ a_s & T^+(a_i) = T^+(a_s) \rightarrow \textbf{DA} \\ a_i\ I^-\ a_s & T^-(a_i) = T^-(a_s) \rightarrow \textbf{DA} \end{array}$$

U ovom slučaju,

$$\begin{array}{ll} (a_1, a_2) & \\ a_1\ P^+\ a_2 & T^+(a_1)\ 0.43 > 0.30\ T^+(a_2) \rightarrow \text{DA} \\ a_1\ P^-\ a_2 & T^-(a_1)\ 0.21 < 0.52\ T^-(a_2) \rightarrow \text{DA} \\ \\ (a_1, a_3) & \\ a_1\ P^+\ a_3 & T^+(a_1)\ 0.43 > 0.32\ T^+(a_3) \rightarrow \text{DA} \\ a_1\ P^-\ a_3 & T^-(a_1)\ 0.21 < 0.35\ T^-(a_3) \rightarrow \text{DA} \\ \\ (a_1, a_4) & \\ a_1\ P^+\ a_4 & T^+(a_1)\ 0.43 > 0.36\ T^+(a_4) \rightarrow \text{DA} \\ a_1\ P^-\ a_4 & T^-(a_1)\ 0.21 < 0.33\ T^-(a_4) \rightarrow \text{DA} \\ \\ (a_2, a_1) & \\ a_2\ P^+\ a_1 & T^+(a_2)\ 0.30 < 0.43\ T^+(a_1) \rightarrow \text{ne} \\ a_2\ P^-\ a_1 & T^-(a_2)\ 0.52 > 0.21\ T^-(a_1) \rightarrow \text{ne} \\ \\ (a_2, a_3) & \\ a_2\ P^+\ a_3 & T^+(a_2)\ 0.30 < 0.32\ T^+(a_3) \rightarrow \text{ne} \\ a_2\ P^-\ a_3 & T^-(a_2)\ 0.52 > 0.35\ T^-(a_3) \rightarrow \text{ne} \\ \\ (a_2, a_4) & \\ a_2\ P^+\ a_4 & T^+(a_2)\ 0.30 < 0.36\ T^+(a_4) \rightarrow \text{ne} \\ a_2\ P^-\ a_4 & T^-(a_2)\ 0.52 > 0.33\ T^-(a_4) \rightarrow \text{ne} \end{array}$$

(a_3, a_1)
$a_3\ P^+\ a_1 \quad T^+(a_3)\ 0.32 < 0.43\ T^+(a_1) \rightarrow$ ne
$a_3\ P^-\ a_1 \quad T^-(a_3)\ 0.35 > 0.21\ T^-(a_1) \rightarrow$ ne

(a_3, a_2)
$a_3\ P^+\ a_2 \quad T^+(a_3)\ 0.32 > 0.30\ T^+(a_2) \rightarrow$ DA
$a_3\ P^-\ a_2 \quad T^-(a_3)\ 0.35 < 0.52\ T^-(a_2) \rightarrow$ DA

(a_3, a_4)
$a_3\ P^+\ a_4 \quad T^+(a_3)\ 0.32 < 0.36\ T^+(a_4) \rightarrow$ ne
$a_3\ P^-\ a_4 \quad T^-(a_3)\ 0.35 > 0.33\ T^-(a_4) \rightarrow$ ne

(a_4, a_1)
$a_4\ P^+\ a_1 \quad T^+(a_4)\ 0.36 < 0.43\ T^+(a_1) \rightarrow$ ne
$a_4\ P^-\ a_1 \quad T^-(a_4)\ 0.33 > 0.21\ T^-(a_1) \rightarrow$ ne

(a_4, a_2)
$a_4\ P^+\ a_2 \quad T^+(a_4)\ 0.36 > 0.30\ T^+(a_2) \rightarrow$ DA
$a_4\ P^-\ a_2 \quad T^-(a_4)\ 0.33 < 0.52\ T^-(a_2) \rightarrow$ DA

(a_4, a_3)
$a_4\ P^+\ a_3 \quad T^+(a_4)\ 0.36 > 0.32\ T^+(a_3) \rightarrow$ DA
$a_4\ P^-\ a_3 \quad T^-(a_4)\ 0.33 < 0.35\ T^-(a_3) \rightarrow$ DA

	a_1				a_2				a_3				a_4			
	P^+	P^-	I^+	I^-	P^+	P^-	I^+	I^-	P^+	P^-	I^+	I^-	P^+	P^-	I^+	I^-
a_1	-	-	-	-	DA	DA	ne	ne	DA	DA	ne	ne	DA	DA	ne	ne
a_2	ne	ne	ne	ne	-	-	-	-	ne	ne	ne	ne	ne	ne	ne	ne
a_3	ne	ne	ne	ne	DA	DA	ne	ne	-	-	-	-	ne	ne	ne	ne
a_4	ne	ne	ne	ne	DA	DA	ne	ne	DA	DA	ne	ne	-	-	-	-

korak 6: Određivanje parcijalnih poredaka svih akcija (P^I, I^I, R)

Za razmatrani par akcija (ai, as) važi:
Akcija ai ima viši rang od as, odnosno, (ai P^I as) ako:

$$\mathbf{a_i\ P^+\ a_s \wedge a_i\ P^-\ a_s}$$
$$\mathbf{a_i\ P^+\ a_s \wedge a_i\ I^-\ a_s}$$
$$\mathbf{a_i\ I^+\ a_s \wedge a_i\ P^-\ a_s}$$

Akcije ai i as su indiferentne ($a_i\ I^I\ a_s$) ako:

$$\mathbf{a_i\ I^+\ a_s \wedge a_i\ I^-\ a_s}$$

Akcije ai i as nisu uporedive (ai R as) u svim ostalim slučajevima.

U ovom slučaju,

(a_1, a_2)
$a_1\ P^I\ a_2$ $a_1\ P^+\ a_2 \wedge a_1\ P^-\ a_2 \rightarrow$ DA $\wedge$ DA $\rightarrow$ DA
$a_1\ I^I\ a_2$ $a_1\ I^+\ a_2 \wedge a_1\ I^-\ a_2 \rightarrow$ ne $\wedge$ ne $\rightarrow$ ne
$a_1\ R\ a_2$ nisu neuporedive $\rightarrow$ ne

(a_1, a_3)
$a_1\ P^I\ a_3$ $a_1\ P^+\ a_3 \wedge a_1\ P^-\ a_3 \rightarrow$ DA $\wedge$ DA $\rightarrow$ DA
$a_1\ I^I\ a_3$ $a_1\ I^+\ a_3 \wedge a_1\ I^-\ a_3 \rightarrow$ ne $\wedge$ ne $\rightarrow$ ne
$a_1\ R\ a_3$ nisu neuporedive $\rightarrow$ ne

(a_1, a_4)
$a_1\ P^I\ a_4$ $a_1\ P^+\ a_4 \wedge a_1\ P^-\ a_4 \rightarrow$ DA $\wedge$ DA $\rightarrow$ DA
$a_1\ I^I\ a_4$ $a_1\ I^+\ a_4 \wedge a_1\ I^-\ a_4 \rightarrow$ ne $\wedge$ ne $\rightarrow$ ne
$a_1\ R\ a_4$ nisu neuporedive $\rightarrow$ ne

(a_2, a_1)
$a_2\ P^I\ a_1$ $a_2\ P^+\ a_1 \wedge a_2\ P^-\ a_1 \rightarrow$ ne $\wedge$ ne $\rightarrow$ ne
$a_2\ I^I\ a_1$ $a_2\ I^+\ a_1 \wedge a_2\ I^-\ a_1 \rightarrow$ ne $\wedge$ ne $\rightarrow$ ne
$a_2\ R\ a_1$ neuporedive $\rightarrow$ DA

(a_2, a_3)
$a_2\ P^I\ a_3$ $\quad a_2\ P^+\ a_3 \wedge a_2\ P^-\ a_3 \rightarrow$ ne $\wedge$ ne $\rightarrow$ ne
$a_2\ I^I\ a_3$ $\quad a_2\ I^+\ a_3 \wedge a_2\ I^-\ a_3 \rightarrow$ ne $\wedge$ ne $\rightarrow$ ne
$a_2\ R\ a_3$ $\quad$ neuporedive $\rightarrow$ DA

(a_2, a_4)
$a_2\ P^I\ a_4$ $\quad a_2\ P^+\ a_4 \wedge a_2\ P^-\ a_4 \rightarrow$ ne $\wedge$ ne $\rightarrow$ ne
$a_2\ I^I\ a_4$ $\quad a_2\ I^+\ a_4 \wedge a_2\ I^-\ a_4 \rightarrow$ ne $\wedge$ ne $\rightarrow$ ne
$a_2\ R\ a_4$ $\quad$ neuporedive $\rightarrow$ DA

(a_3, a_1)
$a_3\ P^I\ a_1$ $\quad a_3\ P^+\ a_1 \wedge a_3\ P^-\ a_1 \rightarrow$ ne $\wedge$ ne $\rightarrow$ ne
$a_3\ I^I\ a_1$ $\quad a_3\ I^+\ a_1 \wedge a_3\ I^-\ a_1 \rightarrow$ ne $\wedge$ ne $\rightarrow$ ne
$a_3\ R\ a_1$ $\quad$ neuporedive $\rightarrow$ DA

(a_3, a_2)
$a_3\ P^I\ a_2$ $\quad a_3\ P^+\ a_2 \wedge a_3\ P^-\ a_2 \rightarrow$ DA $\wedge$ DA $\rightarrow$ DA
$a_3\ I^I\ a_2$ $\quad a_3\ I^+\ a_2 \wedge a_3\ I^-\ a_2 \rightarrow$ ne $\wedge$ ne $\rightarrow$ ne
$a_3\ R\ a_2$ $\quad$ nisu neuporedive $\rightarrow$ ne

(a_3, a_4)
$a_3\ P^I\ a_4$ $\quad a_3\ P^+\ a_4 \wedge a_3\ P^-\ a_4 \rightarrow$ ne $\wedge$ ne $\rightarrow$ ne
$a_3\ I^I\ a_4$ $\quad a_3\ I^+\ a_4 \wedge a_3\ I^-\ a_4 \rightarrow$ ne $\wedge$ ne $\rightarrow$ ne
$a_3\ R\ a_4$ $\quad$ neuporedive $\rightarrow$ DA

(a_4, a_1)
$a_4\ P^I\ a_1$ $\quad a_4\ P^+\ a_1 \wedge a_4\ P^-\ a_1 \rightarrow$ ne $\wedge$ ne $\rightarrow$ ne
$a_4\ I^I\ a_1$ $\quad a_4\ I^+\ a_1 \wedge a_4\ I^-\ a_1 \rightarrow$ ne $\wedge$ ne $\rightarrow$ ne
$a_4\ R\ a_1$ $\quad$ neuporedive $\rightarrow$ DA

(a_4, a_2)

$a_4\ P^I\ a_2 \qquad a_4\ P^+\ a_2 \wedge a_4\ P^-\ a_2 \rightarrow DA \wedge DA \rightarrow DA$

$a_4\ I^I\ a_2 \qquad a_4\ I^+\ a_2 \wedge a_4\ I^-\ a_2 \rightarrow ne \wedge ne \rightarrow ne$

$a_4\ R\ a_2$ nisu neuporedive $\rightarrow$ ne

(a_4, a_3)

$a_4\ P^I\ a_3 \qquad a_4\ P^+\ a_3 \wedge a_4\ P^-\ a_3 \rightarrow DA \wedge DA \rightarrow DA$

$a_4\ I^I\ a_3 \qquad a_4\ I^+\ a_3 \wedge a_4\ I^-\ a_3 \rightarrow ne \wedge ne \rightarrow ne$

$a_4\ R\ a_3$ nisu neuporedive $\rightarrow$ ne

	a_1	a_2	a_3	a_4
a_1	-	DA	DA	DA
a_2	ne	-	ne	ne
a_3	ne	DA	-	ne
a_4	ne	DA	DA	-

korak 7: Određivanje matrice viših rangova

Matricu viših rangova čine elementi 1 i 0 koji zadovoljavaju uslov:
e = 1 za ai PI as, tj. ai ima viši rang od as
e = 0, u suprotnom
Tako da je matrica viših rangova za dati primer:

$$E := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Iz matrice viših rangova vidi se sledeće:
a1 → (a2, a3, a4), tj. akcija a1 dominira nad akcijama a2, a3 i a4
a2 ne dominira
a3 → a2, tj. akcija a3 dominira nad akcijom a2
a4 → (a2, a3), tj. akcija a4 dominira nad akcijama a2 i a3

korak 8: Konstrukcija grafa višeg ranga

Na slici 10.2.4.1 prikazan je graf višeg ranga po metodu PROMETHEE I.

Slika 10.2.4.1 Graf višeg ranga po metodu PROMETHEE I

PROMETHEE II

korak 9: Određivanje čistih tokova akcija

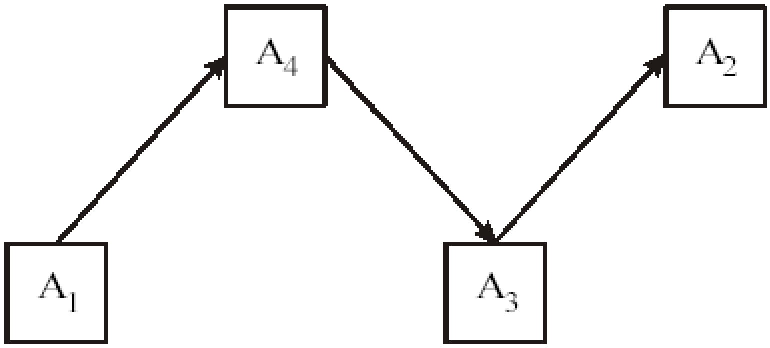
U ovom koraku računa sa razlika ulaznog i izlaznog toka svake od akcija.

	T^+	T^-	T
a_1	0.43	0.21	0.22
a_2	0.30	0.52	- 0.22
a_3	0.32	0.35	- 0.03
a_4	0.36	0.33	0.03

korak 10: Rangiranje akcija prema veličini čistih tokova

	T^+	T^-	T	RANG
a_1	0.43	0.21	0.22	1
a_2	0.30	0.52	- 0.22	4
a_3	0.32	0.35	- 0.03	3
a_4	0.36	0.33	0.03	2

Na slici 10.2.4.2 prikazan je graf višeg ranga po metodu PROMETHEE II.



Slika 10.2.4.2 Graf višeg ranga po metodu PROMETHEE II

Očigledno je da akcija a_1 dominira nad svim ostalim,isti rezultat je dobiven i primenom ELEKTRE.

Primer 10.2.4.2

Kompanija planira da promoviše svoj proizvod. Razmatraju se šest mogućih načina reklamiranja: u internacionalnim novinama News, u novinama Herald, reklamiranje putem bilborda postavljenim u većim gradovima, putem pošte i emitovanjem TV spotova na CMM ili NCB kanalu.

Svaki mogući način promocije proizvoda tj. svaka raspoloživa alternativa se ocenjuje na osnovu 5 kriterijuma-atributa: cena (izražena u 1000 US$), veličina ciljnog auditorijuma (izražena kao x*10 000 primalaca poruke), trajanje promocije (u danima), efikasnost (izražena na skali 0-100) i broj angažovanih ljudi iz kompanije tokom promocije. Težinski koeficijenti dodeljeni svakom atributu su redom: 12, 40, 12, 22, 14.

Primenom PROMETHEE II metode izvršiti rangiranje alternativa. Za svaki kriterijum koristiti običnu funkciju preferencije tj. običan kriterijum (tip. I). [14]

Tabela10.2.16 Polazni podaci

atribut	C1 Cena	C2 Veličina auditorijuma	C3 Trajanje promocije	C4 Efikasnost	C5 Broj angažovanih osoba.
min/max	min	max	max	max	min
News	60	900	22	51	8
Herald	30	520	31	13	1
Panels	40	650	20	58	2
Mailing	92	750	60	36	3
CMM	52	780	58	90	1
NCB	80	920	4	75	6

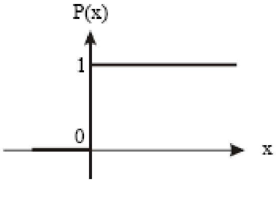
REŠENJE

korak 1: Definisanje tipa, parametara i težina kriterijuma

Tabela 10.2.17 Polazna matrica

	C1	C2	C3	C4	C5
Tip ekstrema	min	max	max	max	min
a1	60	900	22	51	8
a2	30	520	31	13	1
a3	40	650	20	58	2
a4	92	750	60	36	3
a5	52	780	58	90	1
a6	80	920	4	75	6
Tez. koef.	0.12	0.40	0.12	0.22	0.14

- obična funkcija preferencije tj. običan kriterijum (tip. I):

Funkcija preferencije P(x)	Vrsta opšteg kriterijuma	
	Tip I: Običan kriterijum $P(x)=\begin{cases}0, x\leq 0\\ 1, x>0\end{cases}$	-

-broj parametara koje treba definisati u slučaju običnog kriterijuma: 0
-težine kriterijuma su date u tekstu zadatka.

korak 2: Određivanje vrednosti funkcija preferencije Pj(ai, as) za svaki par akcija po svakom kriterijumu

k_j	a_i	a_s	$x=k_j(a_i)-k_j(a_s)$	$Pj(a_i,a_s)$
k_1 tip 1(min)	1	2	60-30=30	0
		3	60-40=20	0
		4	60-92=-32	1
		5	60-52=8	0
		6	60-80=-20	1
k_2 tip 1		2	900-520=380	1
		3	900-650=250	1
		4	900-750=150	1
		5	900-780=120	1
		6	900-920=-20	0
K_3 tip 1		2	22-31=-9	0
		3	22-20=2	1
		4	22-60=-38	0
		5	22-58=-36	0
		6	22-4=18	1
K_4 tip 1		2	51-13=38	1
		3	51-58=-7	0
		4	51-36=15	1
		5	51-90=-39	0
		6	51-75=-24	0
K_5 tip 1 (min)		2	8-1=7	0
		3	8-2=6	0
		4	8-3=5	0
		5	8-1=7	0
		6	8-6=2	0

k_j	a_i	a_s	$X=k_j(a_i)-k_j(a_s)$	$Pj(a_i,a_s)$
k_1 tip 1(min)	2	1	30-60=-30	1
		3	30-40=-10	1
		4	30-92=-62	1
		5	30-52=-22	1
		6	30-80=-50	1
k_2 tip 1		1	520-900=-380	0
		3	520-650=-130	0
		4	520-750=-230	0
		5	520-780=-260	0
		6	520-920=-400	0
K_3 tip 1		1	31-22=9	1
		3	31-20=11	1
		4	31-60=-29	0
		5	31-58=-27	0
		6	31-4=27	1
K_4 tip 1		1	13-51=-38	0
		3	13-58=-45	0
		4	13-36=-23	0
		5	13-90=-77	0
		6	13-75=-62	0
K_5 tip 1 (min)		1	1-8=-7	1
		3	1-2=-1	1
		4	1-3=-2	1
		5	1-1=0	1
		6	1-6=-5	1

k_j	a_i	a_s	$X=k_j(a_i)-k_j(a_s)$	$Pj(a_i,a_s)$
k_1 tip 1(min)	3	1	40-60=-20	1
		2	40-30=10	0
		4	40-92=-52	1
		5	40-52=-12	1
		6	40-80=-40	1
k_2 tip 1		1	650-900=-250	0
		2	650-520=130	1
		4	650-750=-100	0
		5	650-780=-130	0
		6	650-920=-270	0
K_3 tip 1		1	20-22=-2	0
		2	20-31=-11	0
		4	20-60=-40	0
		5	20-58=-38	0
		6	20-4=16	1
K_4 tip 1		1	58-51=7	1
		2	58-13=45	1
		4	58-36=22	1
		5	58-90=-32	0
		6	58-75=-17	0
K_5 tip 1 (min)		1	2-8=-6	1
		2	2-1=1	0
		4	2-3=-1	1
		5	2-1=1	0
		6	2-6=-4	1

k_j	a_i	a_s	$X=k_j(a_i)-k_j(a_s)$	$Pj(a_i,a_s)$
k_1 tip 1(min)	4	1	92-60=32	0
		2	92-30=62	0
		3	92-40=52	0
		5	92-52=40	0
		6	92-80=12	0
k_2 tip 1		1	750-900=-150	0
		2	750-520=230	1
		3	750-650=100	1
		5	750-780=-30	0
		6	750-920=-170	0
K_3 tip 1		1	60-22=38	1
		2	60-31=29	1
		3	60-20=40	1
		5	60-58=2	1
		6	60-4=56	1
K_4 tip 1		1	36-51=-15	0
		2	36-13=23	1
		3	36-58=-22	0
		5	36-90=-54	0
		6	36-75=-39	0
K_5 tip 1 (min)		1	3-8=-5	1
		2	3-1=2	0
		3	3-2=1	0
		5	3-1=2	0
		6	3-6=-3	1

	a_i	a_s	$X=k_j(a_i)-k_j(a_s)$	$Pj(a_i,a_s)$
k_1 tip 1(min)	5	1	52-60=-8	1
		2	52-30=22	0
		3	52-40=12	0
		4	52-92=-40	1
		6	52-80=-28	1
k_2 tip 1		1	780-900=-120	0
		2	780-520=260	1
		3	780-650=130	1
		4	780-750=30	1
		6	780-920=-140	0
K_3 tip 1		1	58-22=36	1
		2	58-31=27	1
		3	58-20=38	1
		4	58-60=-2	0
		6	58-4=54	1
K_4 tip 1		1	90-51=39	1
		2	90-13=77	1
		3	90-58=32	1
		4	90-36=54	1
		6	90-75=15	1
K_5 tip 1 (min)		1	1-8=-7	1
		2	1-1=0	1
		3	1-2=-1	1
		4	1-3=-2	1
		6	1-6=-5	1

k_j	a_i	a_s	$X=k_j(a_i)-k_j(a_s)$	$Pj(a_i,a_s)$
k_1 tip 1(min)	6	1	80-60=20	0
		2	80-30=50	0
		3	80-40=40	0
		4	80-92=-12	1
		5	80-52=28	0
k_2 tip 1		1	920-900=20	1
		2	920-520=400	1
		3	920-650=270	1
		4	920-750=170	1
		5	920-780=140	1
K_3 tip 1		1	4-22=-18	0
		2	4-31=-27	0
		3	4-20=-16	0
		4	4-60=-56	0
		5	4-58=-54	0
K_4 tip 1		1	75-51=24	1
		2	75-13=62	1
		3	75-58=17	1
		4	75-36=39	1
		5	75-90=-15	0
K_5 tip 1 (min)		1	6-8=-2	1
		2	6-1=5	0
		3	6-2=4	0
		4	6-3=3	0
		5	6-1=5	0

korak 3: Određivanje indeksa preferencija IPj(ai, as)
Indeks preferencije za razmatrani par akcija (ai, as) jednak je sumi proizvoda težine kriterijuma i vrednosti funkcije preferencije:

$$\mathbf{IP}(\mathbf{a}_i, \mathbf{a}_s) = \sum_{j=1}^{m} \mathbf{t}_j \cdot \mathbf{P}_j(\mathbf{a}_i, \mathbf{a}_s)$$

U ovom slučaju, indeksi preferencija jednaki su:

$IP(a_1,a_2)=0.12*0+0.40*1+0.12*0+0.22*1+0.14*0=0.62$

$IP(a_1,a_3)=0.12*0+0.40*1+0.12*1+0.22*0+0.14*0=0.52$
$IP(a_1,a_4)=0.12*1+0.40*1+0.12*0+0.22*1+0.14*0=0.74$
$IP(a_1,a_5)=0.12*0+0.40*1+0.12*0+0.22*0+0.14*0=0.4$
$IP(a_1,a_6)=0.12*1+0.40*0+0.12*1+0.22*0+0.14*0=0.24$

$IP(a_2,a_1)= 0.12*1+0.40*0+0.12*1+0.22*0+0.14*1=0.38$
$IP(a_2,a_3)= 0.12*1+0.40*0+0.12*1+0.22*0+0.14*1=0.38$
$IP(a_2,a_4)= 0.12*1+0.40*0+0.12*0+0.22*0+0.14*1=0.26$
$IP(a_2,a_5)= 0.12*1+0.40*0+0.12*0+0.22*0+0.14*1=0.26$
$IP(a_2,a_6)= 0.12*1+0.40*0+0.12*1+0.22*0+0.14*1=0.38$

$IP(a_3,a_1)= 0.12*1+0.40*0+0.12*0+0.22*1+0.14*1=0.48$
$IP(a_3,a_2)= 0.12*0+0.40*1+0.12*0+0.22*1+0.14*0=0.62$
$IP(a_3,a_4)= 0.12*1+0.40*0+0.12*0+0.22*1+0.14*1=0.48$
$IP(a_3,a_5)= 0.12*1+0.40*0+0.12*0+0.22*0+0.14*0=0.12$
$IP(a_3,a_6)= 0.12*1+0.40*0+0.12*1+0.22*0+0.14*1=0.38$

$IP(a_4,a_1)= 0.12*0+0.40*0+0.12*1+0.22*0+0.14*1=0.26$
$IP(a_4,a_2)= 0.12*0+0.40*1+0.12*1+0.22*1+0.14*0=0.74$
$IP(a_4,a_3)= 0.12*0+0.40*1+0.12*1+0.22*0+0.14*0=0.52$
$IP(a_4,a_5)= 0.12*0+0.40*0+0.12*1+0.22*0+0.14*0=0.12$
$IP(a_4,a_6)= 0.12*0+0.40*0+0.12*1+0.22*0+0.14*1=0.26$

$IP(a_5,a_1)= 0.12*1+0.40*0+0.12*1+0.22*1+0.14*1=0.6$
$IP(a_5,a_2)= 0.12*0+0.40*1+0.12*1+0.22*1+0.14*1=0.88$
$IP(a_5,a_3)= 0.12*0+0.40*1+0.12*1+0.22*1+0.14*1=0.88$
$IP(a_5,a_4)= 0.12*1+0.40*1+0.12*0+0.22*1+0.14*1=0.88$
$IP(a_5,a_6)= 0.12*1+0.40*0+0.12*1+0.22*1+0.14*1=0.6$

$IP(a_6,a_1)= 0.12*0+0.40*1+0.12*0+0.22*1+0.14*1=0.76$
$IP(a_6,a_2)= 0.12*0+0.40*1+0.12*0+0.22*1+0.14*0=0.62$
$IP(a_6,a_3)= 0.12*0+0.40*1+0.12*0+0.22*1+0.14*0=0.62$
$IP(a_6,a_4)= 0.12*1+0.40*1+0.12*0+0.22*1+0.14*0=0.74$
$IP(a_6,a_5)= 0.12*0+0.40*1+0.12*0+0.22*0+0.14*0=0.4$

Tabela 10.2.18

	a1	a2	a3	a4	a5	a6
a1	0	0.62	0.52	0.74	0.4	0.24
a2	0.38	0	0.38	0.26	0.26	0.38
a3	0.48	0.62	0	0.48	0.12	0.38
a4	0.26	0.74	0.52	0	0.12	0.26
a5	0.6	0.88	0.88	0.88	0	0.6
a6	0.76	0.62	0.62	0.74	0.4	0

korak 4: Određivanje ulaznih i izlaznih tokova akcija

Za određivanje ulaznog toka akcije koristi se izraz:

$$\mathbf{T}^{+}(\mathbf{a})=\sum_{\mathbf{x}\in\mathbf{A}}\mathbf{IP}(\mathbf{a},\mathbf{x}) \text{ ili } \mathbf{T}^{+}(\mathbf{a})=\frac{\sum_{\mathbf{x}\in\mathbf{A}}\mathbf{IP}(\mathbf{a},\mathbf{x})}{\mathbf{i}-\mathbf{1}}$$

$$T^{+}(a1)=\frac{0+0.62+0.52+0.74+0.4+0.24}{6-1}=0.50$$

$$T^{+}(a2)=\frac{0.38+0+0.38+0.26+0.26+0.38}{6-1}=0.33$$

$$T^{+}(a3)=\frac{0.48+0.62+0+0.48+0.12+0.38}{6-1}=0.42$$

$$T^{+}(a4)=\frac{0.26+0.74+0.52+0+0.12+0.26}{6-1}=0.38$$

$$T^{+}(a5)=\frac{0.6+0.88+0.88+0.88+0+0.6}{6-1}=0.77$$

$$T^{+}(a6)=\frac{0.76+0.62+0.62+0.74+0.4+0}{6-1}=0.63$$

Za određivanje izlaznog toka akcije koristi se izraz:

$$\mathbf{T}^{-}(\mathbf{a}) = \sum_{\mathbf{x}\in\mathbf{A}} \mathbf{IP}(\mathbf{x},\mathbf{a}) \text{ ili } \mathbf{T}^{-}(\mathbf{a}) = \frac{\sum_{\mathbf{x}\in\mathbf{A}} \mathbf{IP}(\mathbf{x},\mathbf{a})}{\mathbf{i}-\mathbf{1}}$$

Tako da su izlazni tokovi jednaki:

$T^{-}(a1)=\dfrac{0+0.38+0.48+0.26+0.6+0.76}{6-1}=0.50$

$T^{-}(a2)=\dfrac{0.62+0+0.62+0.74+0.88+0.62}{6-1}=0.70$

$T^{-}(a3)=\dfrac{0.52+0.38+0+0.52+0.88+0.62}{6-1}=0.58$

$T^{-}(a4)=\dfrac{0.74+0.26+0.48+0+088+0.74}{6-1}=0.62$

$T^{-}(a5)=\dfrac{0.4+0.26+0.12+0.12+0+0.4}{6-1}=0.26$

$T^{-}(a6)=\dfrac{0.24+0.38+0.38+0.26+0.6+0}{6-1}=0.37$

korak 5: Određivanje čistih tokova akcija

U ovom koraku računa sa razlika ulaznog i izlaznog toka svake od akcija.

Tabela 10.2.19

	T^+	T^-	T
a1	0.50	0.50	0
a2	0.33	0.70	-0.37
a3	0.42	0.58	-0.16
a4	0.38	0.62	-0.24
a5	0.77	0.26	0.51
a6	0.63	0.37	0.26

Redosled alternativa: a5, a6, a1, a3, a4, a2 (CMM, NCB, News, Panels, Mailing, Herald)

10.2.5 AHP Metod

Metod analitičkih hijerarhijskih procesa (AHP), koji je razvio Saaty početkom sedamdesetih godina prošlog veka, koristi se za rešavanje kompleksnih problema odlučivanja u kojima učstvuje veći broj donosilaca odluke, veći broj kriterijuma i u višestrukim vremenskim periodima.Ovaj metod ima za cilj da pruži pomoć donosiocu odluke da rešava kompleksne tj.složene probleme. Metod se zasniva konceptu balansa koji se koristi za određivanje sveukupne relativne značajnosti skupa atributa, aktivnosti ili kriterijuma analiziranog problema odlučivanja. To se postiže strukturiranjem bilo kog kompleksnog problema odlučivanja u veći broj hijerarhijskih nivoa, dodeljivanjem težina u obliku serije matrica poređenja parova. Tako posmatran, metod AHP ima četiri faze: [8]

- najpre se vrši strukturiranje problema,
- druga faza se sastoji u prikupljanju podataka,
- treća faza- ocenjivanje relativnih težina, i
- četvrta faza-određivanje rešenja problema.

Prvu fazu, strukturiranje problema, čini rastavljanje kompleksnog problema odlučivanja na niz hijerarhija, gde svaki nivo predstavlja manji broj upravljivih atribut,koji se zatim rastavljaju u drugi skup elemenata koji odgovara sledećem nivou, itd.

Druga faza ovog metoda obuhvata prikupljanje podataka i njihovu evaluaciju na svim nivoima celokupne hijerarhije. Međusobno ocenjivanje alternativa i kriterijuma (atributa) se vrši dodeljivanjem težina primenom tzv. skale devet tačaka, koja je data u tabeli 10.2.20

Tabela 10.2.20 Skala devet tačaka

Skala	Objašnjenje rangiranja
9	Apsolutno najznačajnije/najpoželjnije
8	Veoma snažno ka apsolutno najznačajnijem
7	Veoma snažno ka veoma značajnom/poželjnom
6	Snažno ka veoma snažnom
5	Snažnije više značajno/poželjno
4	Slabije ka više snažnijem
3	Slabije više značajno/poželjno
2	Podjednako ka slabije višem
1	Podjednako značajno/poželjno
0.50	Podjednako ka slabije manjem
0.33	Slabije manje značajno/poželjno
0.25	Slabije ka snažno manjem
0.20	Snažno manje značajno/poželjno
0.17	Snažno manje ka veoma snažno manjem
0.14	Izuzetno snažno manje značajno/poželjno
0.13	Veoma snažno ka apsolutno manjem
0.11	Apsolutno najmanje značajno/poželjno

Donosioc odluke dodeljuje težine svakom paru posebno, kao meru koliko je jedan par atributa zničajniji od drugog. Ukoliko raspolaže objektivnim podacima, može ih koristiti pri dodeljivanju težina, u suprotnom, koristi sopstvene procene i informacije. Kao rezultat dobiva se odgovarajuća matrica upoređivanja po parovima koja odgovara svakom nivou hijerarhije.

U trećoj fazi procesa se vrši procena relativnih težina,matrice poređenja po parovima će se prevesti u probleme određivanja sopstvenih vrednosti,radi dobijanja normalizovanih i jedinstvenih sopstvenih vektora težina za sve atribute na svakom nivou hijerarhije.

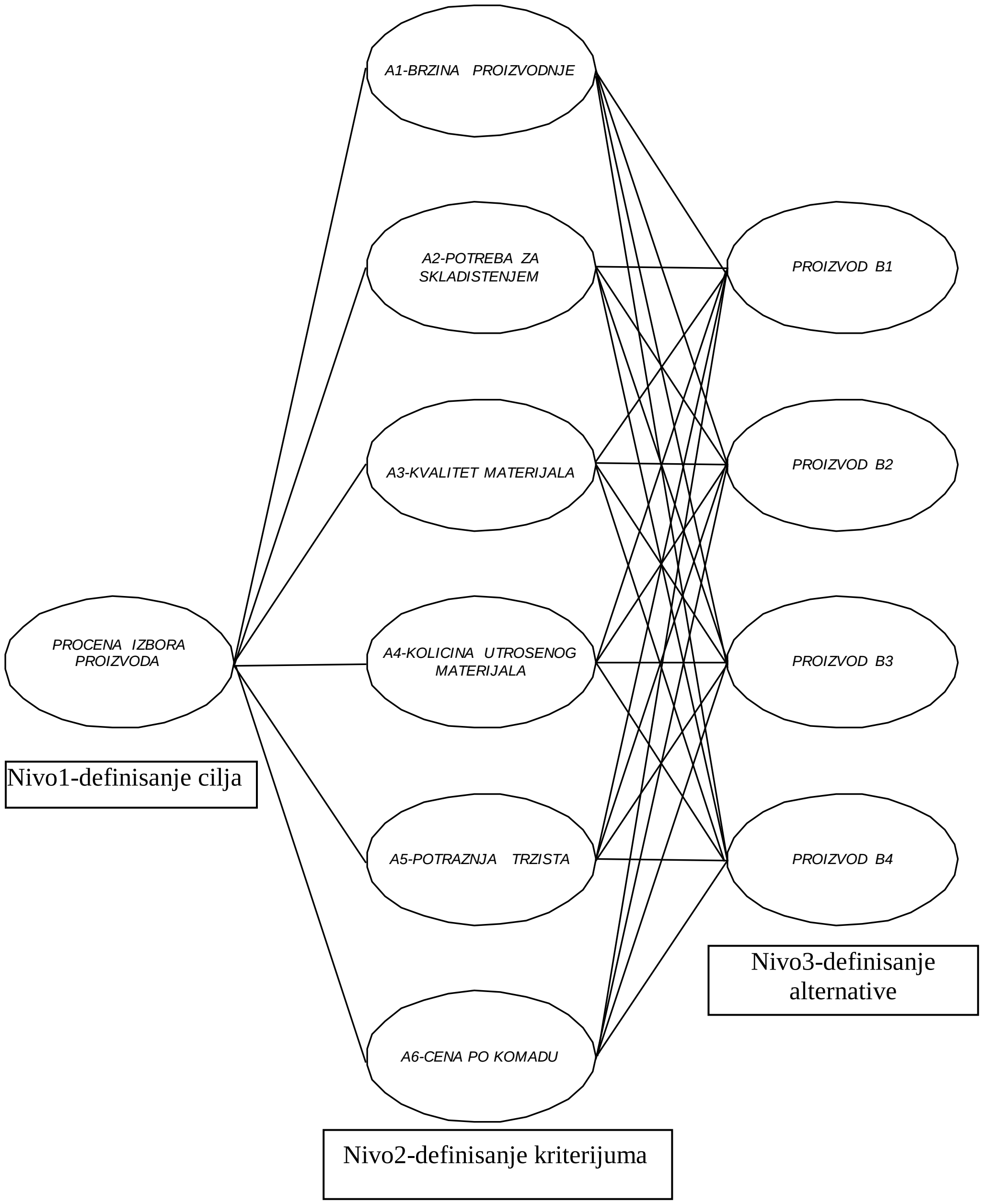
Poslednja faza AHP metoda podrazumeva iznalaženje takozvanog kompozitnog normalizovanog vektora, koji se određuje množenjem vektora težina svih sukcesivnih nivoa. Izračunati kompozitni vektor će se zatim koristiti za nalaženje relativnih prioriteta svih entiteta na najnižem hijerarhijskom nivou. Formule za proračun navedenih parametara biće prikazane u konkretnim primerima kao i redosled prortačuna po koracima.

Primer 10.2.5.1

U fabrici plastike " KRUŠEVACPLAST" u Kruševcu potrebno je uvesti novi proizvod u proizvodni program.Direktor fabrike je u poziciji da bira između čtiri nova proizvoda: B1, B2, B3, B4. Izbor ce izvrsiti koristeći sledeće kriterijume:

- A1 – brzina proizvodnje
- A2 – potreba za skladištenjem
- A3 – kvalitet materijala
- A4 – količna utrošnog materijala
- A5 – potražja tržša
- A6 – cena po komadu

Hijerarhijska struktura problema izbora odgovarajućeg proizvoda izgledaće ovako:



Slika 10.2.5.1 Hijerarhijska struktura problema izbora proizvoda

Direktor fabrike treba da izvrši upoređivanje značja pojedinih atributa (kriterijuma) saglasno skali definisanoj u tabeli devet tačka.Direktorove procene i prioriteti su prikupljeni u cilju izbora proizvoda i dati su u sledećoj matrici međusobnog upoređivanja kriterijuma svakog sa svakim:

Tabela 10.2.21

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
A1		(2.00)	2.00	(5.00)	(5.00)	3.00
A2			3.00	(3.00)	(4.00)	3.00
A3				(6.00)	(5.00)	(2.00)
A4					2.00	5.00
A5						5.00
A6						

Analogno tome,atributi sa drugog nivoa mogu se označti kao:

B1 - proizvod 1
B2 - proizvod 2
B3 - proizvod 3
B4 - proizvod 4

Odgovarajuće matrice upoređivanja u odnosu na atribute A1 – A6 su sledeće:

Tabela 10.2.22

Atribut A1	B1	B2	B3	B4
B1		(2.00)	(3.00)	3.00
B2			2.00	4.00
B3				3.00
B4				

Tabela 10.2.23

Atribut A2	B1	B2	B3	B4
B1		6.00	3.00	(3.00)
B2			(3.00)	(4.00)
B3				(2.00)
B4				

Tabela 10.2.24

Atribut A3	B1	B2	B3	B4
B1		5.00	2.00	(3.00)
B2			(2.00)	(4.00)
B3				(2.00)
B4				

Tabela 10.2.25

Atribut A4	B1	B2	B3	B4
B1		4.00	3.00	(3.00)
B2			(3.00)	(4.00)
B3				(2.00)
B4				

Tabela 10.2.26

Atribut A5	B1	B2	B3	B4
B1		(3.00)	4.00	6.00
B2			3.00	5.00
B3				3.00
B4				

Tabela 10.2.27

Atribut A6	B1	B2	B3	B4
B1		(3.00)	(3.00)	2.00
B2			(4.00)	2.00
B3				5.00
B4				

NIVO 1

KORAK 1: Prerada matrice uporedivanja težina u parovima na osnovu pocetne matrice odlučivanja skale od devet tačaka.Vrednosti u zagradi predstavljaju invertovani odnos preferencija, tako da (3.0) u preseku A1 i A2 ima realnu vrednost 1/3, koja se koristi pri proračunu.

Tabela 10.2.28

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
A1	1.00	0.50	2.00	0.20	0.20	3.00
A2	2.00	1.00	3.00	0.33	0.25	3.00
A3	0.50	0.33	1.00	0.17	0.20	0.50
A4	5.00	3.00	6.00	1.00	2.00	5.00
A5	5.00	4.00	5.00	0.50	1.00	5.00
A6	0.33	0.33	2.00	0.20	0.20	1.00

Za metodu AHP je pravilo da po dijagonali sve vrednosti budu jedanake jedinici,vrednosti ispod dijagonale se dobijaju na sledeći način: ako tražmo atribut A21 onda je to jednako količniku jedinice sa atributom A12 ili tražimo atribut A52 koji se dobija količnikom jedinice sa atributom A25.

KORAK 2: Proračun sume elemenata kolone

Tabela 10.2.29

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
A1	1.00	0.50	2.00	0.20	0.20	3.00
A2	2.00	1.00	3.00	0.33	0.25	3.00
A3	0.50	0.33	1.00	0.17	0.20	0.50
A4	5.00	3.00	6.00	1.00	2.00	5.00
A5	5.00	4.00	5.00	0.50	1.00	5.00
A6	0.33	0.33	2.00	0.20	0.20	1.00
$\sum$	13.83	9.16	19.00	2.40	3.85	17.50

KORAK 3: Proračun količnika elemenata kolona sa sumom odgovarajuće kolone.Podeliti elemente svake kolone sa sumom vrednosti te kolone, koja je dobivena u prethodnom koraku.

KORAK 4: Proračun normalizovanog sopstvenog vektora,vrednosti u koloni $\sum$ su sume elemenata po redovima, a u zadnjoj koloni t su odgovarajuće srednje vrednosti reda (podaci u pretposlednjoj koloni dele se brojem kriterijuma). Poslednja kolona predstavlja normalizovani sopstveni vektor.

Tabela 10.2.30

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	∑	t
A1	0.0723	0.0546	0.1053	0.0833	0.0519	0.1714	0.5388	0.0898
A2	0.1446	0.1092	0.1579	0.1375	0.0649	0.1714	0.7855	0.1309
A3	0.1085	0.0360	0.0526	0.0708	0.0519	0.0286	0.3484	0.0581
A4	0.3615	0.3275	0.3156	0.4167	0.5195	0.2857	2.2265	0.3711
A5	0.3615	0.4367	0.2632	0.2083	0.2597	0.2857	1.8144	0.3024
A6	0.0239	0.0360	0.1053	0.0833	0.0519	0.0571	0.3575	0.0596

Konačni prioritet za nivo 1:

- A4 – 0.3711
- A5 – 0.3024
- A2 – 0.1309
- A1 – 0.0898
- A6 – 0.0596
- A3 – 0.0581

NIVO 2

Direktor kao donosilac odluke procenjuje sva četiri tipa proizvoda u odnosu na svaki kriterijum pojedinačno,odnosno izračunava učesće svake alternative pojedinačno u okviru posmatranog kriterijuma.

ATRIBUT A1

Matrica upoređivanja u odnosu na atribut A1

Tabela10.2.31

Atribut A1	B1	B2	B3	B4
B1		(2.00)	(3.00)	3.00
B2			2.00	4.00
B3				3.00
B4				

Prerađena matrica upoređivanja težina u parovima:

Tabela 10.2.32

Atribut A1	B1	B2	B3	B4
B1	1.00	0.50	0.33	3.00
B2	2.00	1.00	2.00	4.00
B3	3.00	0.50	1.00	3.00
B4	0.33	0.25	0.33	1.00
∑	6.33	2.25	3.66	11.00

Proračun sopstvenog vektora odgovarajućih sopstvenih vrednosti:

Tabela 10.2.33

Atribut A1	B1	B2	B3	B4	∑	t
B1	0.1580	0.2222	0.0902	0.2727	0.7431	0.1858
B2	0.3160	0.4444	0.5464	0.3636	1.6704	0.4176
B3	0.4739	0.2222	0.2732	0.2727	1.2420	0.3105
B4	0.0521	0.1111	0.0902	0.0909	0.3443	0.0861

Konačni prioritet za atribut A1:

- B2 – 0.4176
- B3 – 0.3105
- B1 – 0.1858
- B4 – 0.0861

ATRIBUT A2

Matrica upoređivanja u odnosu na atribut A1:

Tabela 10.2.34

Atribut A2	B1	B2	B3	B4
B1		6.00	3.00	(3.00)
B2			(3.00)	(4.00)
B3				(2.00)
B4				

Prerađena matrica upoređivanja težina u parovima:

Tabela 10.2.35

Atribut A2	B1	B2	B3	B4
B1	1.00	6.00	3.00	0.33
B2	0.17	1.00	0.33	0.25
B3	0.33	3.00	1.00	0.50
B4	3.00	4.00	2.00	1.00
∑	4.50	14.00	5.33	2.08

Proračun sopstvenog vektora odgovarajućih sopstvenih vrednosti:

Tabela 10.2.36

Atribut A2	B1	B2	B3	B4	∑	t
B1	0.2222	0.4286	0.5628	0.1586	1.3722	0.3431
B2	0.0378	0.0714	0.0619	0.1202	0.2913	0.0728
B3	0.0733	0.2143	0.1876	0.2404	0.7156	0.1789
B4	0.6667	0.2857	0.3752	0.4808	1.8084	0.4521

Konačni prioritet za atribut A2:

- B4 – 0.4521
- B1 – 0.3431
- B3 – 0.1789
- B2 – 0.0728

ATRIBUT A3

Matrica upoređivanja u odnosu na atribut A3:

Tabela 10.2.37

Atribut A3	B1	B2	B3	B4
B1		5.00	2.00	(3.00)
B2			(2.00)	(4.00)
B3				(2.00)
B4				

Prerađena matrica upoređivanja težina u parovima:

Tabela 10.2.38

Atribut A3	B1	B2	B3	B4
B1	1.00	5.00	2.00	0.33
B2	0.20	1.00	0.50	0.25
B3	0.50	2.00	1.00	0.50
B4	3.00	4.00	2.00	1.00
∑	4.70	12.00	5.50	2.08

Proračun sopstvenog vektora odgovarajućih sopstvenih vrednosti:

Tabela 10.2.39

Atribut A3	B1	B2	B3	B4	∑	t
B1	0.2128	0.4167	0.3636	0.1587	1.1518	0.2879
B2	0.0425	0.0833	0.0909	0.1202	0.3369	0.0842
B3	0.1063	0.1667	0.1818	0.0962	0.5510	0.1377
B4	0.6383	0.3333	0.3636	0.4808	1.8160	0.4540

Konačni prioritet za atribut A3:

- B4 – 0.4540
- B1 – 0.2879
- B3 – 0.1377
- B2 – 0.0842

ATRIBUT A4

Matrica upoređivanja u odnosu na atribut A4:

Tabela 10.2.40

Atribut A4	B1	B2	B3	B4
B1		4.00	3.00	(3.00)
B2			(3.00)	(4.00)
B3				(2.00)
B4				

Prerađena matrica upoređivanja težina u parovima:

Tabela 10.2.41

Atribut A4	B1	B2	B3	B4
B1	1.00	4.00	3.00	0.33
B2	0.25	1.00	0.33	0.25
B3	0.33	3.00	1.00	0.50
B4	3.00	4.00	2.00	1.00
∑	4.58	12.00	6.33	2.08

Proračun sopstvenog vektora odgovarajućih sopstvenih vrednosti:

Tabela 10.2.42

Atribut A4	B1	B2	B3	B4	∑	t
B1	0.2183	0.3333	0.4739	0.1587	1.1842	0.2960
B2	0.0546	0.0833	0.0521	0.1202	0.3101	0.0775
B3	0.0721	0.2500	0.1580	0.0962	0.5763	0.1441
B4	0.6550	0.3333	0.3160	0.4808	1.7851	0.4462

Konačni prioritet za atribut A4:

- B4 – 0.4462
- B1 – 0.2960
- B3 – 0.1441
- B2 – 0.0775

ATRIBUT A5

Matrica upoređivanja u odnosu na atribut A5:

Tabela 10.2.43

Atribut A5	B1	B2	B3	B4
B1		(3.00)	4.00	6.00
B2			3.00	5.00
B3				3.00
B4				

Prerađena matrica upoređivanja težina u parovima:

Tabela 10.2.44

Atribut A5	B1	B2	B3	B4
B1	1.00	0.33	4.00	6.00
B2	3.00	1.00	3.00	5.00
B3	0.25	0.33	1.00	3.00
B4	0.17	0.20	0.33	1.00
∑	4.42	1.86	8.33	15.00

Proračn sopstvenog vektora odgovarajućih sopstvenih vrednosti:

Tabela 10.2.45

Atribut A5	B1	B2	B3	B4	∑	t
B1	0.2262	0.1774	0.4802	0.4000	1.2838	0.3209
B2	0.6787	0.5376	0.3601	0.3333	1.9097	0.4774
B3	0.0566	0.1774	0.1200	0.2000	0.5540	0.1385
B4	0.0385	0.1075	0.0396	0.0667	0.2523	0.0631

Konačni prioritet za atribut A5:

- B2 – 0.4774
- B1 – 0.3209
- B3 – 0.1385
- B4 – 0.0631

ATRIBUT A6

Matrica upoređivanja u odnosu na atribut A6:

Tabela 10.2.46

Atribut A6	B1	B2	B3	B4
B1		(3.00)	(3.00)	2.00
B2			(4.00)	2.00
B3				5.00
B4				

Prerađena matrica upoređivanja težina u parovima:

Tabela 10.2.47

Atribut A6	B1	B2	B3	B4
B1	1.00	0.33	0.33	2.00
B2	3.00	1.00	0.25	2.00
B3	3.00	4.00	1.00	5.00
B4	0.50	0.50	0.20	1.00
∑	7.50	5.83	1.78	10.00

Proračun sopstvenog vektora odgovarajućih sopstvenih vrednosti:

Tabela 10..48

Atribut A6	B1	B2	B3	B4	∑	t
B1	0.1333	0.0566	0.1854	0.2000	0.5753	0.1438
B2	0.4000	0.1715	0.1404	0.2000	0.9119	0.2280
B3	0.4000	0.6861	0.5618	0.5000	2.1479	0.5370
B4	0.0667	0.0858	0.1124	0.1000	0.3649	0.0912

Konačni prioritet za atribut A6:

- B3 – 0.5370
- B2 – 0.2280
- B1 – 0.1438
- B4 – 0.0912

NIVO 3

Sveukupna sinteza problema izbora proizvoda jednaka je zbiru proizvoda težine u okviru posmatranog kriterijuma, razmatrajući sve kriterijume. Matematički proračun za sve alternative realizuje se na sledeći način:

$$\mathbf{T_{b1} = A1*A1B1 + A2*A2B1 + A3*A3B1+ A4*A4B1 + A5*A5B1 + A6*A6B1}$$

T_{b1}= 0.0898*0.1581+ 0.1309*0.3431 + 0.0581*0.2879 + 0.3711*0.2960 + 0.3024*0.3209 + 0.0596*0.1438 = 0.0142 + 0.0449 + 0.0167 + 0.1098 + 0.0970 + 0.0086 = 0.2912

T_{b2} A1*A1B2 + A2*A2B2 + A3*A3B2+ A4*A4B2 + A5*A5B2 + A6*A6B2

T_{b2} = 0.0898*0.4176 + 0.1309*0.0728 + 0.0581*0.0842 + 0.3711*0.0775 + 0.3024*0.4774 + 0.0596*0.2280 = 0.0375 + 0.0095 + 0.0049 + 0.0288 + 0.1444 + 0.0136 = 0.2387

T_{b3} = A1*A1B3 + A2*A2B3 + A3*A3B3+ A4*A4B3 + A5*A5B3 + A6*A6B3

Tb_3 = 0.0898*0.3105 + 0.1309*0.1789 + 0.0581*0.1377 + 0.3711*0.1441 + 0.3024*0.1385 + 0.0596*0.5370 = 0.0279 + 0.0234 + 0.0080 + 0.0535 + 0.0419 + 0.0320 = 0.1867

T_{b4} = A1*A1B4 + A2*A2B4 + A3*A3B4+ A4*A4B4 + A5*A5B4 + A6*A6B4

T_{b4} = 0.0898*0.0861 + 0.1309*0.4521 + 0.0581*0.4540 + 0.3711*0.4462 + 0.3024*0.0631 + 0.0596*0.0912 = 0.0077 + 0.0592 + 0.0264 + 0.1656 + 0.0191 + 0.0054 = 0.2834

T_{b1} + T_{b2} + T_{b3} + T_{b4} = 0.2912 + 0.2387 + 0.1867 + 0.2834 = 1.0000

Ukupni prioriteti u odnosu na globalni cilj (kompozitni normalizovani vektor):

- B1 – 0.2912
- B4 – 0.2834
- B2 – 0.2387
- B3 – 0.1867

Tako da je sveukupna sinteza problema izbora proizvoda:

$T_{b1} > T_{b4} > T_{b2} > T_{b3}$

Na osnovu dobijenih rezultata direktor fabrike “KRUŠEVACPLAST” izabraće,kao naj povoljnije rešenje,da u proizvodni program uvede proizvod B1. Kada bi direktor primenio i metode ELECTRA i PROMETHE I i

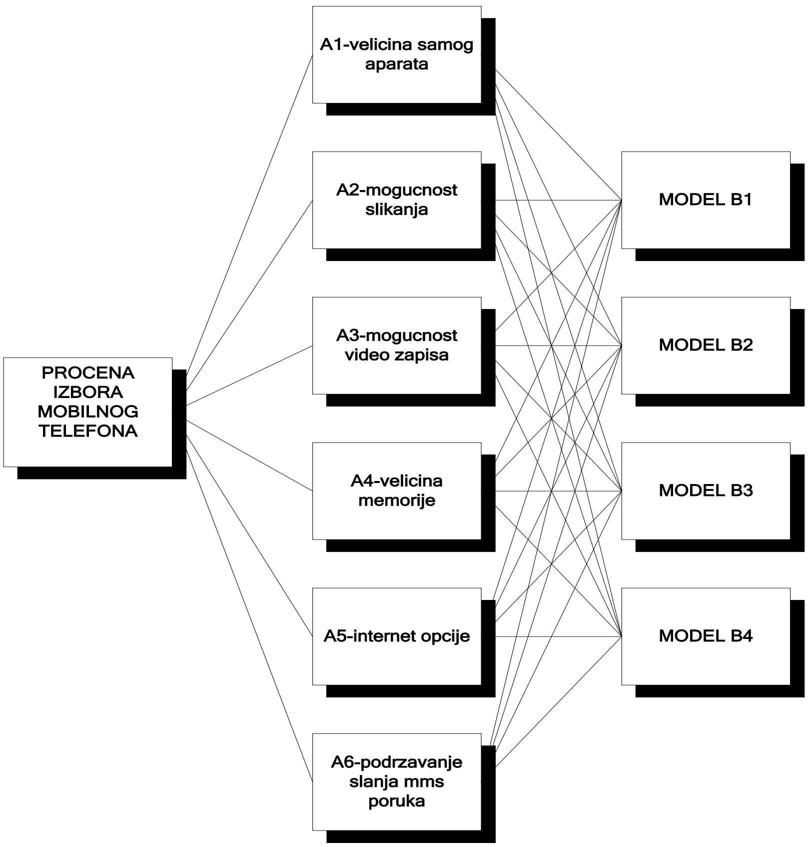
II.,radi rešavanja ovog problema,dobio bi isti rezultat tj. da je najbolji proizvod B1.

Primer 10.2.5.2

Student Prvanovic Milan želi kupiti novi mobilni telefon.Za novi aparat ima određenu sumu novca pa je u prilici da bira između četiri nova modela: B1,B2,B3,B4.Izbor će izvršiti koristeći sledeće kriterijume:

- A1 – veličina samog aparata
- A2 – mogućnost slikanja
- A3 – mogućnost video zapisa
- A4 – veličina memorije
- A5 – internet opcije
- A6 – podrzavanje slanja mms poruka

Hijerarhijska struktura problema izbora odgovarajućeg telefona izgledaće ovako:



Slika 10.2.5.2 Hijerarhijska struktura problema izbora telefona

Milan Prvanović treba da izvrši upoređivanje značaja pojedinih atributa (kriterijuma) saglasno skali definisanoj u tabeli devet tačaka.Milanove procene I prioriteti su prikupljeni u cilju izbora mobilnog telefona I dati su u sledećoj matrici međusobnog upoređivanja kriterijuma svakog sa svakim:

Tabela 10.49

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
A1		(2.00)	2.00	(5.00)	(5.00)	3.00
A2			3.00	(3.00)	(4.00)	3.00
A3				(6.00)	(5.00)	(2.00)
A4					2.00	5.00
A5						5.00
A6						

Analogno tome,atributi sa drugog nivoa mogu se označiti kao:

B1 - model 1
B2 - model 2
B3 - model 3
B4 - model 4

Odgovarajuće matrice upoređivanjau odnosu na atribute A1 – A6 su sledece:

Tabela 10.50

Atribut A1	B1	B2	B3	B4
B1		(2.00)	(3.00)	3.00
B2			2.00	4.00
B3				3.00
B4				

Tabela 10.51

Atribut A2	B1	B2	B3	B4
B1		6.00	3.00	(3.00)
B2			(3.00)	(4.00)
B3				(2.00)
B4				

Tabela 10.52

Aribut A3	B1	B2	B3	B4
B1		5.00	2.00	(3.00)
B2			(2.00)	(4.00)
B3				(2.00)
B4				

Tabela 10.53

Atribut A4	B1	B2	B3	B4
B1		4.00	3.00	(3.00)
B2			(3.00)	(4.00)
B3				(2.00)
B4				

Tabela 10.54

Atribut A5	B1	B2	B3	B4
B1		(3.00)	4.00	6.00
B2			3.00	5.00
B3				3.00
B4				

Tabela 10.55

Atribut A6	B1	B2	B3	B4
B1		(3.00)	(3.00)	2.00
B2			(4.00)	2.00
B3				5.00
B4				

NIVO 1

KORAK 1: Prerada matrice uporedivanja težina u parovima na osnovu pocetne matrice odlučivanja skale od devet tačaka.Vrednosti u zagradi predstavljaju invertovani odnos preferencija, tako da (3.0) u preseku A1 i A2 ima realnu vrednost 1/3, koja se koristi pri proračunu.

Tabela10.56

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
A1	1.00	0.50	2.00	0.20	0.20	3.00
A2	2.00	1.00	3.00	0.33	0.25	3.00
A3	0.50	0.33	1.00	0.17	0.20	0.50
A4	5.00	3.00	6.00	1.00	2.00	5.00
A5	5.00	4.00	5.00	0.50	1.00	5.00
A6	0.33	0.33	2.00	0.20	0.20	1.00

Za metodu AHP je pravilo da po dijagonali sve vrednosti budu jedanake jedinici,vrednosti ispod dijagonale se dobijaju na sledeći način: ako tražimo atribut A21 onda je to jednako kolicniku jedinice sa atributom A12 ili tražimo atribut A52 koji se dobija količnikom jedinice sa atributom A25.

KORAK 2:

Proračun sume elemenata kolone

Tabele 10.57

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
A1	1.00	0.50	2.00	0.20	0.20	3.00
A2	2.00	1.00	3.00	0.33	0.25	3.00
A3	0.50	0.33	1.00	0.17	0.20	0.50
A4	5.00	3.00	6.00	1.00	2.00	5.00
A5	5.00	4.00	5.00	0.50	1.00	5.00
A6	0.33	0.33	2.00	0.20	0.20	1.00
∑	13.83	9.16	19.00	2.40	3.85	17.50

KORAK 3: Proračun količnika elemenata kolona sa sumom odgovarajuće kolone.Podeliti elemente svake kolone sa sumom vrednosti te kolone, koja je dobivena u prethodnom koraku.

KORAK 4: Proračun normalizovanog sopstvenog vektora,vrednosti u koloni ∑ su sume elemenata po redovima, a u zadnjoj koloni t su odgovarajuće srednje vrednosti reda (podaci u pretposlednjoj koloni dele se brojem kriterijuma). Poslednja kolona predstavlja normalizovani sopstveni vektor.

Tabela 10.58

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	∑	t
A1	0.0723	0.0546	0.1053	0.0833	0.0519	0.1714	0.5388	0.0898
A2	0.1446	0.1092	0.1579	0.1375	0.0649	0.1714	0.7855	0.1309
A3	0.1085	0.0360	0.0526	0.0708	0.0519	0.0286	0.3484	0.0581
A4	0.3615	0.3275	0.3156	0.4167	0.5195	0.2857	2.2265	0.3711
A5	0.3615	0.4367	0.2632	0.2083	0.2597	0.2857	1.8144	0.3024
A6	0.0239	0.0360	0.1053	0.0833	0.0519	0.0571	0.3575	0.0596

Konačni prioritet za nivo 1:

- A4 – 0.3711
- A5 – 0.3024
- A2 – 0.1309
- A1 – 0.0898
- A6 – 0.0596
- A3 – 0.0581

NIVO 2

Milan kao donosilac odluke procenjuje sva četiri tipa telefona u odnosu na svaki kriterijum pojedinačno,odnosno izračunava učesće svake alternative pojedinačno u okviru posmatranog kriterijuma.

ATRIBUT A1

Matrica upoređivanja u odnosu na atribut A1:

Tabela 10.59

Atribut A1	B1	B2	B3	B4
B1		(2.00)	(3.00)	3.00
B2			2.00	4.00
B3				3.00
B4				

Prerađena matrica upoređivanja težina u parovima:

Tabela 10.60

Atribut A1	B1	B2	B3	B4
B1	1.00	0.50	0.33	3.00
B2	2.00	1.00	2.00	4.00
B3	3.00	0.50	1.00	3.00
B4	0.33	0.25	0.33	1.00
∑	6.33	2.25	3.66	11.00

:

Proračun sopstvenog vektora odgovarajućih sopstvenih vrednosti:

Tabela 10.61

Atribut A1	B1	B2	B3	B4	∑	t
B1	0.1580	0.2222	0.0902	0.2727	0.7431	0.1858
B2	0.3160	0.4444	0.5464	0.3636	1.6704	0.4176
B3	0.4739	0.2222	0.2732	0.2727	1.2420	0.3105
B4	0.0521	0.1111	0.0902	0.0909	0.3443	0.0861

Konačni prioritet za atribut A1:

- B2 – 0.4176
- B3 – 0.3105
- B1 – 0.1858
- B4 – 0.0861

ATRIBUT A2

Matrica upoređivanja u odnosu na atribut A1:

Tabela 10.62

Atribut A2	B1	B2	B3	B4
B1		6.00	3.00	(3.00)
B2			(3.00)	(4.00)
B3				(2.00)
B4				

Prerađena matrica upoređivanja težina u parovima:

Tabela 10.63

Atribut A2	B1	B2	B3	B4
B1	1.00	6.00	3.00	0.33
B2	0.17	1.00	0.33	0.25
B3	0.33	3.00	1.00	0.50
B4	3.00	4.00	2.00	1.00
∑	4.50	14.00	5.33	2.08

Proračun sopstvenog vektora odgovarajućih sopstvenih vrednosti:

Tabela 10.64

Atribut A2	B1	B2	B3	B4	∑	t
B1	0.2222	0.4286	0.5628	0.1586	1.3722	0.3431
B2	0.0378	0.0714	0.0619	0.1202	0.2913	0.0728
B3	0.0733	0.2143	0.1876	0.2404	0.7156	0.1789
B4	0.6667	0.2857	0.3752	0.4808	1.8084	0.4521

Konačni prioritet za atribut A2:

- B4 – 0.4521
- B1 – 0.3431
- B3 – 0.1789
- B2 – 0.0728

ATRIBUT A3

Matrica upoređivanja u odnosu na atribut A3:

Tabela 10.65

Atribut A3	B1	B2	B3	B4
B1		5.00	2.00	(3.00)
B2			(2.00)	(4.00)
B3				(2.00)
B4				

Prerađena matrica upoređivanja težina u parovima:

Tabela 10.66

Atribut A3	B1	B2	B3	B4
B1	1.00	5.00	2.00	0.33
B2	0.20	1.00	0.50	0.25
B3	0.50	2.00	1.00	0.50
B4	3.00	4.00	2.00	1.00
∑	4.70	12.00	5.50	2.08

Proračun sopstvenog vektora odgovarajućih sopstvenih vrednosti:

Tabela 10.67

Atribut A3	B1	B2	B3	B4	∑	t
B1	0.2128	0.4167	0.3636	0.1587	1.1518	0.2879
B2	0.0425	0.0833	0.0909	0.1202	0.3369	0.0842
B3	0.1063	0.1667	0.1818	0.0962	0.5510	0.1377
B4	0.6383	0.3333	0.3636	0.4808	1.8160	0.4540

Konačni prioritet za atribut A3:

- B4 – 0.4540
- B1 – 0.2879
- B3 – 0.1377
- B2 – 0.0842

ATRIBUT A4

Matrica upoređivanja u odnosu na atribut A4:

Tabela 10.68

Atribut A4	B1	B2	B3	B4
B1		4.00	3.00	(3.00)
B2			(3.00)	(4.00)
B3				(2.00)
B4				

Prerađena matrica upoređivanja težina u parovima:

Tabela 10.69

Atribut A4	B1	B2	B3	B4
B1	1.00	4.00	3.00	0.33
B2	0.25	1.00	0.33	0.25
B3	0.33	3.00	1.00	0.50
B4	3.00	4.00	2.00	1.00
∑	4.58	12.00	6.33	2.08

Proračun sopstvenog vektora odgovarajućih sopstvenih vrednosti:

Tabela 10.70

Atribut A4	B1	B2	B3	B4	∑	t
B1	0.2183	0.3333	0.4739	0.1587	1.1842	0.2960
B2	0.0546	0.0833	0.0521	0.1202	0.3101	0.0775
B3	0.0721	0.2500	0.1580	0.0962	0.5763	0.1441
B4	0.6550	0.3333	0.3160	0.4808	1.7851	0.4462

Konačni prioritet za atribut A4:

- B4 – 0.4462
- B1 – 0.2960
- B3 – 0.1441
- B2 – 0.0775

ATRIBUT A5

Matrica upoređivanja u odnosu na atribut A5:

Tabela 10.71

Atribut A5	B1	B2	B3	B4
B1		(3.00)	4.00	6.00
B2			3.00	5.00
B3				3.00
B4				

Prerađena matrica upoređivanja u parovima

Tabela 10.72

Atribut A5	B1	B2	B3	B4
B1	1.00	0.33	4.00	6.00
B2	3.00	1.00	3.00	5.00
B3	0.25	0.33	1.00	3.00
B4	0.17	0.20	0.33	1.00
∑	4.42	1.86	8.33	15.00

Proračun sopstvenog vektora odgovarajućih sopstvenih vrednosti:

Tabela 10.73

Atribut A5	B1	B2	B3	B4	∑	t
B1	0.2262	0.1774	0.4802	0.4000	1.2838	0.3209
B2	0.6787	0.5376	0.3601	0.3333	1.9097	0.4774
B3	0.0566	0.1774	0.1200	0.2000	0.5540	0.1385
B4	0.0385	0.1075	0.0396	0.0667	0.2523	0.0631

Konačni prioritet za atribut A5:

- B2 – 0.4774
- B1 – 0.3209
- B3 – 0.1385
- B4 – 0.0631

ATRIBUT A6

Matrica upoređivanja u odnosu na atribut A6:

Tabela 10.77

Atribut A6	B1	B2	B3	B4
B1		(3.00)	(3.00)	2.00
B2			(4.00)	2.00
B3				5.00
B4				

Prerađena matrica upoređivanja težina u parovima:

Tabela 10.78

Atribut A6	B1	B2	B3	B4
B1	1.00	0.33	0.33	2.00
B2	3.00	1.00	0.25	2.00
B3	3.00	4.00	1.00	5.00
B4	0.50	0.50	0.20	1.00
∑	7.50	5.83	1.78	10.00

Proračun sopstvenog vektora odgovarajućih sopstvenih vrednosti:

Tabela 10.79

Atribut A6	B1	B2	B3	B4	∑	t
B1	0.1333	0.0566	0.1854	0.2000	0.5753	0.1438
B2	0.4000	0.1715	0.1404	0.2000	0.9119	0.2280
B3	0.4000	0.6861	0.5618	0.5000	2.1479	0.5370
B4	0.0667	0.0858	0.1124	0.1000	0.3649	0.0912

Konačni prioritet za atribut A6:

- B3 – 0.5370
- B2 – 0.2280
- B1 – 0.1438
- B4 – 0.0912

NIVO 3

Sveukupna sinteza problema izbora telefona jednaka je zbiru proizvoda težine u okviru posmatranog kriterijuma, razmatrajući sve kriterijume. Matematički proračun za sve alternative realizuje se na sledeći način:

Tb1 = A1*A1B1 + A2*A2B1 + A3*A3B1+ A4*A4B1 + A5*A5B1 + A6*A6B1

Tb1 = 0.0898*0.1581+ 0.1309*0.3431 + 0.0581*0.2879 + 0.3711*0.2960 + 0.3024*0.3209 + 0.0596*0.1438 = 0.0142 + 0.0449 + 0.0167 + 0.1098 + 0.0970 + 0.0086 = 0.2912

Tb2 = A1*A1B2 + A2*A2B2 + A3*A3B2+ A4*A4B2 + A5*A5B2 + A6*A6B2

Tb2 = 0.0898*0.4176 + 0.1309*0.0728 + 0.0581*0.0842 + 0.3711*0.0775 + 0.3024*0.4774 + 0.0596*0.2280 = 0.0375 + 0.0095 + 0.0049 + 0.0288 + 0.1444 + 0.0136 = 0.2387

Tb3 = A1*A1B3 + A2*A2B3 + A3*A3B3+ A4*A4B3 + A5*A5B3 + A6*A6B3

Tb3 = 0.0898*0.3105 + 0.1309*0.1789 + 0.0581*0.1377 + 0.3711*0.1441 + 0.3024*0.1385 + 0.0596*0.5370 = 0.0279 + 0.0234 + 0.0080 + 0.0535 + 0.0419 + 0.0320 = 0.1867

Tb4 = A1*A1B4 + A2*A2B4 + A3*A3B4+ A4*A4B4 + A5*A5B4 + A6*A6B4

Tb4 = 0.0898*0.0861 + 0.1309*0.4521 + 0.0581*0.4540 + 0.3711*0.4462 + 0.3024*0.0631 + 0.0596*0.0912 = 0.0077 + 0.0592 + 0.0264 + 0.1656 + 0.0191 + 0.0054 = 0.2834

Tb1 + Tb2 + Tb3 + Tb4 = 0.2912 + 0.2387 + 0.1867 + 0.2834 = 1.0000

Ukupni prioriteti u odnosu na globalni cilj (kompozitni normalizovani vektor):

- B1 – 0.2912
- B4 – 0.2834
- B2 – 0.2387
- B3 – 0.1867

Tako da je sveukupna sinteza problema izbora telefona:

Tb1 > Tb4 > Tb2 > Tb3

Na osnovu dobijenih rezultata student Milan Prvanović izabraće, kao najpovoljnije rešenje,da kupi mobilni telefon modela B1. Kada bi Milan primenio i metode ELECTRA i PROMETHE I i II., radi rešavanja ovog problema, dobio bi isti rezultat tj. da je najbolji model B1.

Primer 10.2.5.3

Tri firme: A, B i C konkurišu za određeni posao. Rangiranje firmi će se izvršiti primenom AHP metode na osnovu sledećih kriterijuma: dosadašnje iskustvo, kvalitet radova i oprema. Donosilac odluke je dodelio relativne težine alternativama i kriterijumima kako je dato u sledećim tabelama. Izračunati normalizovane kompozitne vektore (ukupne prioritete) i izvršiti rangiranje firmi.

Tabela 10.80

iskustvo	A	B	C
A		(3)	(7)
B			(5)
C			

Tabela 10.81

kvalitet radova	A	B	C
A		5	4
B			2
C			

Tabela 10.82

oprema	A	B	C
A		(6)	(3)
B			4
C			

Tabela 10.83

	iskustvo	kvalitet radova	oprema
iskustvo		3	6
kvalitet radova			4
oprema			

REŠENJE:
Prerađena matrica upoređivanja za kriterijum iskustvo:

Tabela 10.84

iskustvo	A	B	C
A	1	0.333	0.143
B	3	1	0.2
C	7	5	1
∑	11	6.333	1.343

Proračun normalizovanog sopstvenog vektora:

Tabela 10.85

iskustvo	A	B	C	Normalizovani sopstveni vektor
A	0.091	0.053	0.106	0.083
B	0.273	0.158	0.149	0.193
C	0.636	0.789	0.745	0.724

Prerađena matrica upoređivanja za kriterijum kvalitet radova:

Tabela 10.86

kvalitet radova	A	B	C
A	1	5	4
B	0.2	1	2
C	0.25	0.5	1
∑	1.45	6.5	7

Proračun normalizovanog sopstvenog vektora:

Tabela 10.87

kvalitet radova	A	B	C	Normalizovani sopstveni vektor
A	0.69	0.769	0.571	0.677
B	0.138	0.154	0.286	0.192
C	0.172	0.077	0.143	0.131

Prerađena matrica upoređivanja za kriterijum oprema:

Tabela 10.88:

oprema	A	B	C
A	1	0.167	0.333
B	6	1	4
C	3	0.25	1
∑	10	1.417	5.333

Proračun normalizovanog sopstvenog vektora:

Tabela 10.89

oprema	A	B	C	Normalizovani sopstveni vektor
A	0.1	0.118	0.063	0.093
B	0.6	0.706	0.75	0.685
C	0.3	0.176	0.188	0.221

Prerađena matrica međusobnog upoređivanja kriterijuma:

Tabela 10.90

	iskustvo	kvalitet radova	oprema
iskustvo	1	3	6
kvalitet radova	0.333	1	4
oprema	0.167	0.25	1
∑	1.5	4.25	11

Proračun normalizovanog sopstvenog vektora:

Tabela 10.91

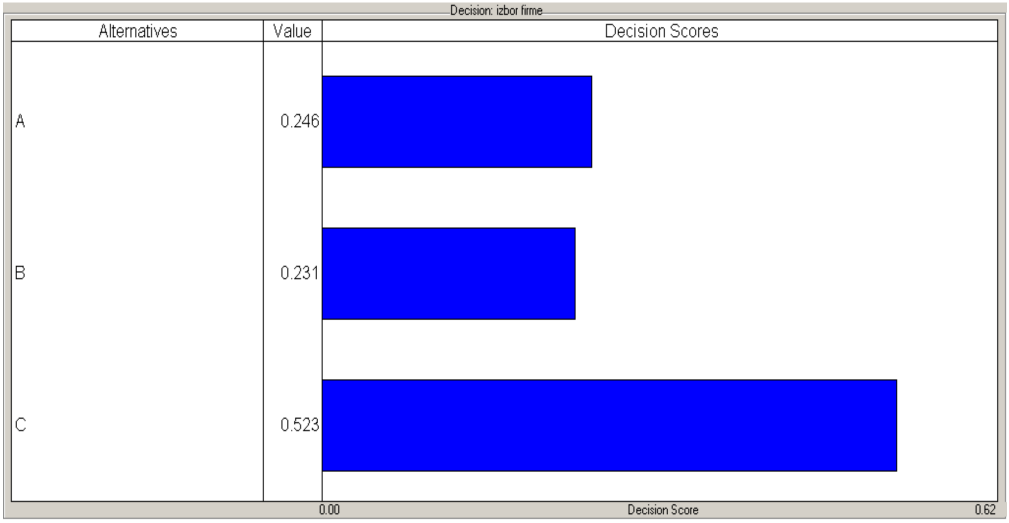
	iskustvo	kvalitet radova	oprema	Normalizovani sopstveni vektor
iskustvo	0.667	0.706	0.545	0.639
kvalitet radova	0.222	0.235	0.364	0.274
oprema	0.111	0.059	0.091	0.087

Kompozitni normalizovani vektori:

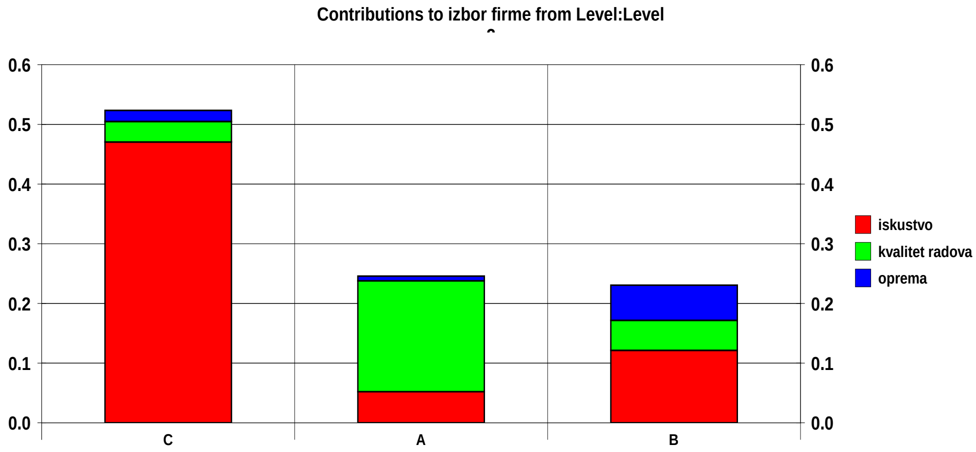
T_A=0.639*0.083+0.274*0.677+0.087*0.093=0.25
T_B=0.639*0.193+0.274*0.192+0.087*0.685=0.24
T_C=0.639*0.724+0.274*0.131+0.087*0.221=0.52

$T_C > T_A > T_B$ sledi da je redosled firmi C, A, B

Rezultati dobijeni primenom Criterium DecisionPlus programa:



Slika 10.2.5.3 Rezultati dobijeni primenom Criterium DecisionPlus programa



Slika 10.2.5.4

Primer 10.2.5.4

Izbor najbolje kompjuterske konfiguracije (A,B,C) će se izvršiti primenom AHP metode na osnovu sledećih kriterijuma: brzina procesora, kvalitet monitora i kvalitet CD roma. Donosilac odluke je dodelio relativne težine alternativama i kriterijumima kako je prikazano u sledećim tabelama. Izračunati normalizovane kompozitne vektore (ukupne prioritete) i izvršiti rangiranje kompjuterskih konfiguracija.

Tabela 10.92

procesor	A	B	C
A		5	1/2
B			1/5
C			

Tabela 10.93

monitor	A	B	C
A		3	1/3
B			1/5
C			

Tabela 10.94

CD rom	A	B	C
A		1/5	1/2
B			4
C			

Tabela 10.95

	procesor	monitor	CD rom
procesor		1/3	3
monitor			5
Cd rom			

REŠENJE:

Prerađena matrica upoređivanja za kriterijum procesor:

Tabela 10.96

procesor	A	B	C
A	1	5	0.5
B	0.2	1	0.2
C	2	5	1
∑	3.2	11	1.7

Proračun normalizovanog sopstvenog vektora:

Tabela 10.97

procesor	A	B	C	Normalizovani sopstveni vektor
A	0.313	0.455	0.294	0.354
B	0.063	0.091	0.118	0.09
C	0.625	0.455	0.588	0.556

Prerađena matrica upoređivanja za kriterijum kvalitet monitora:

Tabela 10.98

monitor	A	B	C
A	1	3	0.333
B	0.333	1	0.2
C	3	5	1
∑	4.333	9	1.533

Proračun normalizovanog sopstvenog vektora:

Tabela 10.99

monitor	A	B	C	Normalizovani sopstveni vektor
A	0.231	0.333	0.217	0.26
B	0.077	0.111	0.13	0.106
C	0.692	0.556	0.652	0.633

Prerađena matrica upoređivanja za kriterijum oprema:

Tabela 10.100

CD rom	A	B	C
A	1	0.2	0.5
B	5	1	4
C	2	0.25	1
∑	8	1.45	5.5

Proračun normalizovanog sopstvenog vektora:

Tabela 10.101

CD rom	A	B	C	Normalizovani sopstveni vektor
A	0.125	0.138	0.091	0.118
B	0.625	0.69	0.727	0.681
C	0.25	0.172	0.182	0.201

Prerađena matrica međusobnog upoređivanja kriterijuma:

Tabela 10.102

	procesor	monitor	CD rom
procesor	1	0.333	3
monitor	3	1	5
CD rom	0.333	0.2	1
∑	4.333	1.533	9

Proračun normalizovanog sopstvenog vektora:

Tabela 10.103

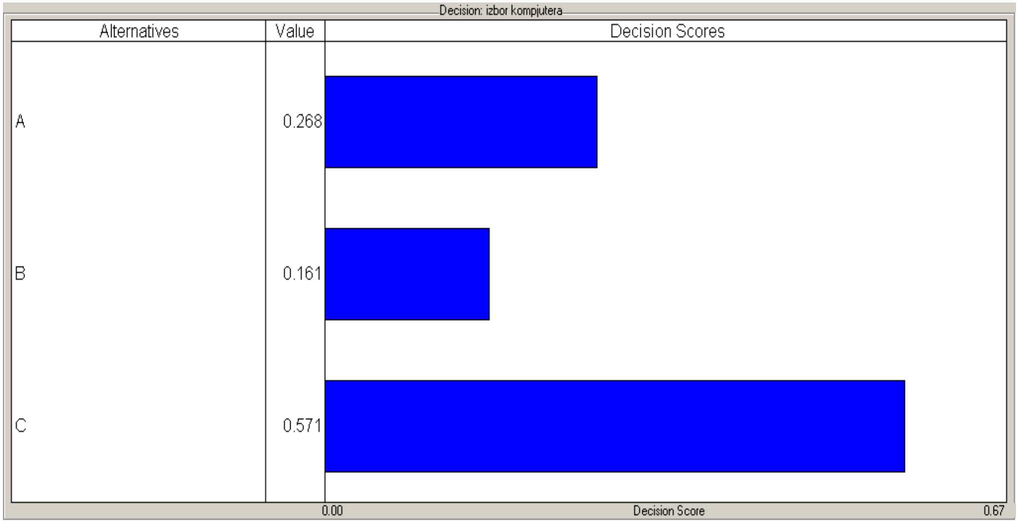
	procesor	monitor	CD rom	Normalizovani sopstveni vektor
procesor	0.231	0.217	0.333	0.26
monitor	0.692	0.652	0.556	0.633
CD rom	0.077	0.13	0.111	0.106

Kompozitni normalizovani vektori:

T_A=0.26*0.354+0.633*0.260+0.106*0.118=0.27
T_B=0.26*0.09+0.633*0.106+0.106*0.681=0.16
T_C=0.26*0.556+0.633*0.633+0.106*0.201=0.57

$T_C > T_A > T_B$ sledi da je redosled kompjutera C, A, B

Rezultati dobijeni primenom Criterium DecisionPlus programa:



Slika 10.2.5.5 Rezultati dobijeni primenom Criterium Decision Plus programa

11. GRUPNO ODLUČIVANJE

Odlučivanje se uobičajeno odigrava na više nivoa. Prvo i najosnovnije odlučivanje je na nivou pojedinca (individue), zatim grupno, organizaciono i globalno (ili metaorganizaciono) odlučivanje.

Različiti donosioci odluka, u zavisnosti od nivoa obrazovanja, stečenih veština u odlučivanju i iskustva, u istim situacijama (problemima odlučivanja) različito će se ponašati. U koperativnom okruženju donosioci odluka pokušavaju da donesu zajedničku odluku uz potpunu podelu odgovornosti. Iako na prvi pogled ovo može da izgleda jednostavno, u praksi kod realnih problema odlučivanja u kojima je evidentno postojanje više korisničkih kriterijuma sa različitim nivoima važnosti, većeg broja raspoloživih alternativa, uz učešće većeg broja učesnika sesije, situacija se znatno komplikuje i sasvim je sigurno da proces donošenja odluka u grupi je izuzetno složen postupak.

Konceptualni okvir faza grupnog odlučivanja sastoji se iz tri celine [8]:

1. faza procene - obuhvata tri osnovne aktivnosti:
   - definisanje alternativa,
   - definisanje kriterijuma,

- definisanje praga saglasnosti između učesnika sesije;
2. faza dodeljivanja prioriteta - obuhvata procedure za određivanje redosleda važnosti alternativa uz mogućnost poređenja podataka;

3. faza analize podataka i zaključivanja - ima za cilj da na osnovu već prikupljenih podataka identifikuje podgrupe i eventualne problematične aktivnosti, kao i da utvrdi nivo identifikatora neusaglasenosti u grupi.

Prema Vlačiću moguće su dve vrste procesa grupnog odlučivanja, i to:
- alternativom vođen proces i
- aspiracijom vođen proces.

11.1 Podela grupnog odlučivanja

Razlikuju se šest osnovnih vidova grupnog odlučivanja: [8]

- **Unilateralno odlučivanje** - odluke i dalje donosi jedan član tima, vrlo često vođa grupe odnosno moderator. Može predstavljati odgovarajući oblik grupnog odlučivanja samo u situacijama kada je neophodno hitno doneti odluku.

- **Dvojno odlučivanje** - najčešće ga realizuju dva člana tima, jedan daje sugestije i predlaže alternative a drugi ih prihvata. Ovaj vid odlučivanja koristi se kod ''sporednih'' odluka.

- **Odlučivanje jezgra grupe** - u formalnoj grupi za odlučivanje formira se mala neformalna - ''jezgro'' grupa. Karakteriše ga visok nivo superiornosti članova jezgra grupe koji zadržavaju pravo donošenja odluka u ime cele grupe.

- **Mamac odlučivanja** - karakterističan oblik grupnog odlučivanja koji uspeva da smanji diskusiju u grupi. Osnovna osobina ovog oblika grupnog odlučivanja je da izvesni član tima na vrlo sugestivan način postavlja pitanja u toku diskusije i samo najsavesniji članovi tima neće se složiti i pokrenuće diskusiju. U suprotnom, biće prihvaćena sugerisana odluka.

- **Pravilo većine** - vrlo popularan način grupnog odlučivanja. Karakteriše ga formiranje neformalne grupe koja predstavlja većinu tima koji odlučuje. Odluke predlažu, usvajaju i donose upravo članovi većine u grupi jednom od metoda grupnog odlučivanja, najčešće glasanjem.

- **Konsenzus odlučivanja** - Svi članovi tima su aktivni u proceduri grupnog odlučivanja do donošenja predloga za konačnu odluku.

11.2 Uticajni faktori na rad grupe

Bitni faktori rada grupe su: [8]

1. **Socijalni uticaj na rad grupe –** tokom grupnog dogovaranja i rada grup javlja se grupna kohezija. Primećeno je da je kohezivnost grupe veća kod manjih grupa lociranih na jednom mestu, dok je manja kod većih i dislociranih grupa.

2. **Faktori formiranja grupe –** formirana formalna grupa, osim osnovnih zahteva zbog kojih je formirana, ima potrebu za stalnom saradnjom sa svim bitnim faktorima iz neposrednog okruženja i sredine u kojoj grupa egzistira. Komunikacija među članovima tima raste sa povećanjem veza u grupi tj. širenje i protok informacija postaju brži. Članovi tima prilikom formiranja grupe treba da budu približno sličnih karakteristika, sličnog nivoa znanja, veština, stručnosti, komunikacije i dr. Jedino ovom zahtevu ne podleže vođa grupe. U dobro definisanoj grupnoj strukturi svaki član tima ima konkretnu ulogu pri čemu treba voditi računa o karakteristikama ličnosti svakog člana tima.

3. **Posebne osobine koje grupa poseduje –** članstvo, pomaže da se shvati ponešto o pojedincima uključenim u tim. Razlike među članovima mogu da utiču na dinamiku rada grupe. Unutar preduzeća, razlike u hijerarhijskom nivou, funkcionalnoj biografiji i posvećenosti ciljevima tima mogu da doprinesu nivou kohezije i mogućih konflikata unutar tima.

11.3 Grupni način rada

U kompleksnom okruženju svako preduzeće vrlo često se nalazi pred različitim izazovima za opstanak, što stavlja akcenat na grupni ili timski rad i stavlja ih ispred ostalih oblika rukovođenja.

Timski ili grupni rad, u cilju rešavanja evidentnog problema, opravdano je i adekvatno uvoditi kada:

- je problem relativno neodređen, kompleksan i potencijalno konfliktan;
- problem zahteva međugrupnu kooperaciju i koordinaciju;
- problem i njegovo rešenje imaju važne personalne i organizacione posledice;
- je utvrđen značajan, ali ne i hitan krajnji rok rešenja problema, itd.

Kada grupa dobro funkcioniše dinamika grupe i osećaj prihvaćenosti i pripadanja može da isprovocira ono što je najbolje u svakom pojedincu.

Grupe mogu:

- da unaprede rešavanje problema;
- da stvore kreativnost, razumevanje, prihvaćenost, podršku i
- privrženost;
- da podignu moral;
- obezbede naklonost za udruživanje;
- povećaju samopoštovanje;
- pomognu u stvaranju konsenzusa i sigurnosti.

Prednost grupnog rada ogleda se u sledećem:

- grupa bolje razume problem od pojedinca;
- ljudi su odgovorni za odluku koju donose tokom procesa grupnog odlučivanja;
- grupa bolje identifikuje greške od pojedinaca;
- grupa ima više informacija (znanja) od jednog člana pri čemu može da kombinuje i kreira nova znanja;
- evidentira se više alternativnih pravaca rešenja problema;
- rad u grupi često stimuliše članove na potpunu posvećenost problemu kako bi se rešio;
- sklonost ka riziku je uravnotežena, tako da se koriguju pojedini članovi koji preferiraju visok rizik.

Grupno odlučivanje ima i svoje nedostatke, među kojima su:

- upotreba a ponekad i rasipanje sredstava preduzeća;
- mogućnost dominacije pojedinca;
- smanjenje odgovornosti pojedinih članova tima;
- strah od vrednovanja javno iznete ideje;
- pretvaranje rada grupe u nekontrolisano druženje itd.

Cilj svake formirane grupe je da bude efektivna, donosi ispravne odluke koje preduzeće vode u rast i razvoj. Da bi to uspela potrebno je da zadovolji sledeće osnovne zahteve:

- Stvori jasne ciljeve – članovi grupe moraju razumeti koji su njihovi ciljevi i biti uvereni u njihovu važnost. Moraju znati gde su, gde žele i kako će zajedno raditi da bi postigli te ciljeve.
- Podstaknuti timove da idu za malim pobedama.
- Izgraditi međusobno poverenje – potrebno je mnogo vremena da bi se izgradilo a može se uništiti veoma brzo.
- Obezbediti međusobnu odgovornost i osećaj zajedničke svrhe.
- Obezbediti neophodnu spoljnju podršku.
- Obučiti članove tima.
- Vremenom promeniti pojedine članove tima.

Bez obzira na jasno definisane zahteve za efikasnom grupom, postoji mnoštvo prepreka realizacije kao što je slab osećaj za pravac, izbegavanje odgovornosti, nedostatak poverenja, nedostatak spoljašnje podrške i dr.

11.4 Grupno donošenje odluka i metode rada grupe

Proces rešavanja evidentiranih problema GO uglavnom se sastoji u korišćenju neke od specijalizovanih metoda ali na raspolaganju je i jedan broj modifikovanih metoda. [8]

1. Brainstorming metoda
2. Nominalna grupna metoda
3. Metoda uporednog poređenja
4. Metoda sortiranja karata
5. Panel metoda
6. Delfi metoda
7. Metoda ekspanzije / kontrakcije / ukrštanja

Zajedničko svim metodama je:

- strukturanje i analiza problema,
- diskusija,
- generisanje ideja,
- ocenjivanje,
- glasanje i
- traženje konsenzusa.

’’Najbolji način da se dođe do dobre ideje je generisanje što je moguće više ideja.’’

11.5 Modeli grupnog odlučivanja

Johnisonov matematički model višekriterijumskog grupnog odlučivanja

Navedeni matematički model su po ideji Jonsona praktično razvili profesori Lewandowski, Thot i Wierzbicki sa Tehničkog fakulteta Univerziteta iz Varšave.

Uvedene promenljive označavaju:

A – konačan raspoloživi skup alternativa u modelu, A= a_i, i=1,m.

C - konačan raspoloživi skup kriterijuma u modelu, C= c_j, j=1,n.

DO - donosioci odluka, DO= do_k, k=1,l.

Tabela 11.1Vrednosti atributa posmatranih alternativaq za date kruterijume

<table>
<tr><td colspan="2">Kriterijumi</td><td rowspan="2">c_1</td><td rowspan="2">c_2</td><td rowspan="2">. . .</td><td rowspan="2">c_n</td></tr>
<tr><td colspan="2">Alternative</td></tr>
<tr><td rowspan="2">a_1</td><td>q'</td><td>q'_{11}</td><td>q'_{12}</td><td>. . .</td><td>q'_{1n}</td></tr>
<tr><td>q''</td><td>q''_{11}</td><td>q''_{12}</td><td>. . .</td><td>q''_{1n}</td></tr>
<tr><td rowspan="6">a_2</td><td>q'</td><td>q'_{21}</td><td>q'_{22}</td><td>. . .</td><td>q'_{2n}</td></tr>
<tr><td>q''</td><td>q''_{21}</td><td>q''_{22}</td><td>. . .</td><td>q''_{2n}</td></tr>
<tr><td>. . .</td><td>. . .</td><td>. . .</td><td>. . .</td><td>. . .</td></tr>
<tr><td>. . .</td><td>. . .</td><td>. . .</td><td>. . .</td><td>. . .</td></tr>
<tr><td>q'</td><td>$q'm1$</td><td>$q'm2$</td><td>. . .</td><td>$q'mn$</td></tr>
<tr><td>q''</td><td>$q''m1$</td><td>$q''m2$</td><td>. . .</td><td>$q''mn$</td></tr>
</table>

Gde je :

q'_{ij} - ¨najveća¨ vrednost atributa i-te alternative za posmatrani j-ti kriterijum,

q''_{ij} - ¨najmanja¨ vrednost atributa i-te alternative za posmatrani j- ti kriterijum,

Tabela 11.2Preference donosilaca odlučivanja za posmatrane kriterijume

Kriterijumi / Donosioci odluka		c_1	c_2	. . .	c_n
do_1	p'	p'_{11}	p'_{12}	. . .	p'_{1n}
	p''	p''_{11}	p''_{12}	. . .	p''_{1n}
do_2	p'	p'_{21}	p'_{22}	. . .	p'_{2n}
	p''	p''_{21}	p''_{22}	. . .	p''_{2n}
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
do_l	p'	p'_{l1}	p'_{l2}	. . .	p'_{ln}
	p''	p''_{l1}	p''_{l2}	. . .	p''_{ln}

Gde je :

p'_{lj} - ¨donja¨ vrednost zadovoljenja l-tog donosioca odluke za posmatrani j-ti kriterijum,

p''_{lj} - ¨gornja¨ vrednost zadovoljenja l-tog donosioca odluke za posmatrani j-ti kriterijum.

Prikaz relacije matematičkog modela, za konačan poredak i izbor najprihvatljivije grupne odluke:

Priraštaji (apsolutne razlike) donjeg i gornjeg nivoa zadovoljenja za svaki kriterijum po svakom donosiocu odluke.

$$\Delta p'_j = (p_{j1})' - (p_{jk})', \quad j = \overline{1,n}, \quad k = \overline{1,l}.$$

$$\Delta p''_j = (p_{j1})'' - (p_{jk})'', \quad j = \overline{1,n}, \quad k = \overline{1,l}.$$

Srednji željeni agregirani nivo u opštem slučaju :

$$\overline{p}_j = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq k'_j, k''_j}}^{l} v_k \, p_{jk} \Big/ \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq k'_j, k''_j}}^{l} v_k, \quad j = \overline{1,n}.$$

Odnosno konkretno za sve nivoe:

$$\overline{p}_j^{'} = \sum_{\substack{k=1 \\ k\neq k_j^{'},k_j^{''}}}^{l} v_k p_{jk}^{'} / \sum_{\substack{k=1 \\ k\neq k_j^{'},k_j^{''}}}^{l} v_k \quad , \; j = \overline{1,n}.$$

$$\overline{p}_j^{''} = \sum_{\substack{k=1 \\ k\neq k_j^{'},k_j^{''}}}^{l} v_k p_{jk}^{''} / \sum_{\substack{k=1 \\ k\neq k_j^{'},k_j^{''}}}^{l} v_k \quad , \; j = \overline{1,n}.$$

Indikator neusaglašenosti:

$$\mathrm{DI}_j = \sum_{k=1}^{L-1} \mathrm{R}_k \cdot \Delta\ddot{q}_{jk} \quad , \; j = \overline{1,n} \; , \; k = \overline{1,l}.$$

Apsolutna razlika:

$$\Delta\ddot{q}_{jk} = \ddot{q}_{jk} - \ddot{q}_{jk+1}$$

Vrednosti $\ddot{q}_{jk}$ i $\ddot{q}_{jk+1}$ se izračunavaju na osnovu sledeće relacije:

$$\ddot{q}_{jk} = \left(p_{jk}^{'} + p_{jk}^{''}\right)/\,2 \; , \; j = \overline{1,n} \; , \; k = \overline{1,l}.$$

Korekcioni koeficijenat:

$$\mathrm{R}_k = \frac{16 - (k-1)^2 (L-1-k)^2}{(L-2)^4}$$

Individualno rangiranje:

$$q^{-}(i,j,k) = (q^{'}(i,j,k) + q^{''}(i,j,k))/2$$

Vrednosti funkcije dostizanja cilja:

$$u_j(q_j) = \begin{cases} \left(\left(q_j - q_{j\min}\right)/\left(p_j^{'} - q_{j\min}\right)\right) - 1 & \text{za} \quad q_{j\min} \leq q_j \leq p_j^{'} \\ \left(q_j - p_j^{'}\right)/\left(p_j^{''} - p_j^{'}\right) & \text{za} \quad p_j^{'} < q_j < p_j^{'} \\ \left(q_j - p_j^{''}\right)/\left(q_{j\min} - p_j^{''}\right) + 1 & \text{za} \quad p_j^{''} \leq q_j \leq q_{j\max} \end{cases}$$

Evidentira se minimalna vrednost prema relaciji:

$$S = \min_{1 \le j \le J} u_j$$

Vrednosti funkcije dostizanja cilja grupne odluke:

$$F_{ag} = \sum_{k=1}^{L} v_k s\left(q(i,k), p^{'}(k), p^{''}(k)\right) / \sum_{k=1}^{L} v_k$$

Primer 11.1

Primer na kome će biti ilustrovan način grupnog višekriterijumskog odlučivanja vezan je za izbor i kupovinu jedne šivaće mašine. Poslovodni organ, odnosno menadžeri jednog tekstilnog preduzeća (ima ih ukupno pet), su u situaciji da na osnovu svojih preferenci i prispelih ponuda, donesu odluku o kupovini šivaće mašine u odelenju za šivenje. Na raspolaganju su im tri mašine, i to:

a_1 - šivaća mašina Pfaff,
a_2 - šivaća mašina Brother,
a_3 - šivaća mašina Singer.

Kriterijumi na osnovu kojih vrednuju evidentirane alternative su sledeći:

c_1 - brzina šivenja, hilj. uboda/h, (kvantitativna vrednost),
c_2 - kvalitet šivenja (kvalitativna vrednost),
c_3 - prilagođenost radniku (kvalitativna vrednost),
c_4 - pouzdanost rada (kvalitativna vrednost).

Na osnovu prispelih ponuda od distributera opreme za šivenje, definisana je matrica odlučivanja sa vrednostima atributa svake alternative za posmatrani kriterijum. Pri tome su kvalitativne vrednosti atributa za kriterijume c_2, c_3 i c_4, kvantifikovane uz pomoć interval skale.

Posmatrane vrednosti se izražavaju u odnosu na referentnu tačku, pa je tako za prvi kriterijum uzeta vrednost od 100, dok su za preostala tri kriterijuma, te vrednosti 10, sobzirom da su njihove izvorne vrednosti bile kvalitativne i skalirane interval skalom za max. vrednost do 10. Konkretne vrednosti prikazane su u tabeli.

Tabela 11.3 Vrednosti atributa posmatranih alternativa za date kriterijume

Kriterijumi / Alternative		c_1	c_2	c_3	c_4
a_1	q'	70	9	10	7
	q''	55	6	8	5
a_2	q'	85	10	9	8
	q''	60	8	6	6
a_3	q'	65	8	8	10
	q''	50	5	6	7

Za posmatrani problem poslovodni odbor od pet članova (finansijski, komercijalni, proizvodni, tehnički i generalni direktor), treba da izabere najprihvatljiviju alternativu. Njihove preference, kao ocene zadovoljenja po posmatranim kriterijumima prikazane su u tabeli.

Tabela 11.4- - preferenca donosilaca odluka za posmatrane kriterijume

Kriterijumi / Donosioci odluka		c_1	c_2	c_3	c_4
do_1	p'	25	6	3	5
	p''	60	9	7	8
do_2	p'	30	5	4	4
	p''	55	8	9	9
do_3	p'	25	6	5	3
	p''	50	8	9	7
do_4	p'	30	4	2	4
	p''	60	7	7	8
do_5	p'	30	5	3	3
	p''	50	9	8	9

Pri tome promenljive p' i p'' imaju značenje donjeg i gornjeg nivoa zadovoljenja k - tog donosioca odluke, respektivno.

Nakon definisanja alternativa i kriterijuma sa vrednostima atributa, definisanja preferenci DO, neophodno je izračunati bitne parametre modela kao što su apsulutna razlika agregiranog željenog nivoa, njegovu srednju vrednost i indikator neusaglašenosti modela.

Apsolutna razlika se izračunava kao razlika ekstremnih vrednosti (min. i max.) na istom nivou. Konkretno sa sledećom relacijom:

$$\Delta p'_j = (p_{j1})' - (p_{jk})', \quad j = \overline{1,n}, \quad k = \overline{1,l}.$$

$$\Delta p''_j = (p_{j1})'' - (p_{jk})'', \quad j = \overline{1,n}, \quad k = \overline{1,l}.$$

Tako, prema relaciji:

$$\Delta p'_j = (p_{j1})' - (p_{jk})', \quad j = \overline{1,n}, \quad k = \overline{1,l}.$$

od vektora donjih željenih vrednosti: 25,30,25,30,30, minimalna vrednost je 25, dok je maximalna 30, pa je $\Delta p'_1 = 30 - 25 = 5$, dok je analogno, za vrednost gornjeg željenog nivoa, od vektora 60, 55,50,60,50, ekstremne vrednosti su 50 i 60 pa je prema relaciji:

$$\Delta p''_j = (p_{j1})'' - (p_{jk})'', \quad j = \overline{1,n}, \quad k = \overline{1,l}.$$

$$\Delta p''_j = 60 - 50 = 10,$$

i tako redom za sve preostale vrednosti, sa međurezultatima prikazanim u tabeli vrednosti atributa posmatranih alternativa za date kriterijume.

Nakon izračunavanja apsolutne razlike, neophodno je izračunati srednju željenu vrednost agregiranih nivoa. U opštem slučaju isti se izračunava po sledećoj relaciji:

$$\overline{p}_j = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq k'_j, k''_j}}^{l} v_k p_{jk} \Big/ \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq k'_j, k''_j}}^{l} v_k, \quad j = \overline{1,n}.$$

odnosno konkretno za sve nivoe:

$$\overline{p}'_j = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq k'_j, k''_j}}^{l} v_k p'_{jk} \Big/ \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq k'_j, k''_j}}^{l} v_k, \quad j = \overline{1,n}.$$

$$\overline{p}''_j = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq k'_j, k''_j}}^{l} v_k p''_{jk} \Big/ \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq k'_j, k''_j}}^{l} v_k, \quad j = \overline{1,n}.$$

gde je v_k težinski koeficijenat k-tog DO.
Granica $k \neq k,k$ označava isključenje prvog i poslednjeg DO.

Za posmatrani problem pretpostavka je da su svi DO međusobno ravnopravni, što za posledicu ima da je $v_k = 1$, za sve vrednosti $k = \overline{1,5}$.
Prema relaciji:

$$\overline{p}_j^{'} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq k_j^{'}, k_j^{''}}}^{l} v_k p_{jk}^{'} / \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq k_j^{'}, k_j^{''}}}^{l} v_k, \quad j = \overline{1,n}.$$

Konkretno:

$\overline{p}_1^{'} = (25 + 30 + 30)/3 = 28.3$,odnosno za gornji nivo:

$\overline{p}_j^{''} = (60 + 55 + 50)/3 = 55$,

i tako redom za sve preostale, prikazane u tabeli međurezultata modela.

Indikator neusaglašenosti DI, je mera disperzije mišljenja donosioca odluka za nivo željene vrednosti posmatranog kriterijuma. Relacija za njegovo izračunavanje glasi:

$$DI_j = \sum_{k=1}^{L-1} R_k \cdot \Delta\ddot{q}_{jk}, \quad j = \overline{1,n}, \quad k = \overline{1,l}.$$

gde je R_k vrednost tzv. korekcionog koeficijenta i isti se izračunava na osnovu relacije:

$$R_k = \frac{16 - (k-1)^2 (L-1-k)^2}{(L-2)^4}$$

Dok je $\Delta\ddot{q}_{jk}$, priraštaj željenog nivoa i isti se izračunava na osnovu relacije:

$$\Delta\ddot{q}_{jk} = \ddot{q}_{jk} - \ddot{q}_{jk+1}$$

vrednosti $\ddot{q}_{jk}$ i $\ddot{q}_{jk+1}$ se izračunavaju na osnovu sledeće relacije:

$$\ddot{q}_{jk} = \left(p_{jk}^{'} + p_{jk}^{''}\right)/2, \quad j = \overline{1,n}, \quad k = \overline{1,l}.$$

Tako je vrednost:

$\ddot{q}_{1,1} = (30 + 60)/2 = 45$, dok je vrednost

$$\ddot{q}_{1,5} = (25+50)/2 = 37{,}5.$$

Pri tome treba naglastiti da su dobijeni podaci uređeni po opadajućim vrednostima. Tako redom proračunati vrednosti do kraja za poslednji četvrti kriterijum i petog DO.

Da bi se izračunao indeks neusaglašenosti modela, potrebno je izračunati razliku na osnovu relacije:

$$\Delta\ddot{q}_{jk} = \ddot{q}_{jk} - \ddot{q}_{jk+1}$$

Korekcioni koeficijenat se izračunava na osnovu sledeće relacije:

$$R_k = \frac{16-(k-1)^2(L-1-k)^2}{(L-2)^4}$$

Za primer gde učestvuje 5 DO (L=5), konkretne vrednosti pomenutog koeficijenta su izračunate i prikazane u tabeli:

Tabela 11.5 Tabela vrednosti korekcionog koeficijenta

Vrednost koeficijenta	k=1	k=2	k=3	k=4
R_k	0	0.79	1	0

Tako se za vrednost prvog indikatora DI_1 , dobija sledeća konkretna vrednost:

$$DI_1 = r_1\Delta\ddot{q}_{11} + r_2\Delta\ddot{q}_{12} + r_3\Delta\ddot{q}_{13} + r_4\Delta\ddot{q}_{14} = 0 + r_2\Delta\ddot{q}_{12} + r_3\Delta\ddot{q}_{13} + 0 = 0.79(42.5-42.5) +$$
$$+1(42.5-40) = 0 + 1(2.5) = 2.5.$$

Tako redom za preostala tri kriterijuma, podaci su prikazani u tabeli:

Tabela 11.6 Tabela međurezultata modela

Kriterijumi / Donosioci odluka		c_1	c_2	c_3	c_4
Apsolutna razlika	p'	5	2	3	2
	p''	10	2	2	2
Srednji aspiracioni nivo	p'	28.3	5.33	3.33	3.66
	p''	55	8.33	8	8.33
Indikator neusaglašenosti		2.5	0.5	1.29	0.39

Granice intervala u kome se kreće pokazatelj DI_j su: $0 \leq DI_j \leq 10$, i ukoliko je njegova vrednost za određeni kriterijum c_j, mnogo veća od 1, ukazuje na to da mišljenja (preference) DO, imaju veliku varijansu i da treba ponoviti (razmotriti) dodeljene željene nivoe.

Indikativno rangiranje je sledeći korak primene modela. Sprovodi se na osnovu sledeće relacije:

$$q^{-}(i,j,k) = (q^{'}(i,j,k) + q^{''}(i,j,k))/2$$

Tako konkretno za prvu alternativu po prvom kriterijumu:

q(1,1,k) = (70+55)/2=62.5

odnosno za poslednju vrednost treće alternative po četvrtom kriterijumu:

q(3,4,k) = (10+7)/2=8,5.

Sve preostale vrednosti prikazane su u tabeli.

Tabela 11.7 Prikaz srednjih vrednosti preferenci kriterijuma

Kriterijumi / Alternative	c_1	c_2	c_3	C_4
a_1	62.5	7.5	9	6
a_2	72.5	9	7.5	7
a_3	57.5	6.5	7	8.5

Funkcija dostizanja cilja je definisana i glasi kao relacija:

$$u_j(q_j) = \begin{cases} \left(\left(q_j - q_{j\min}\right)/\left(p_j^{'} - q_{j\min}\right)\right) - 1 & \text{za} \quad q_{j\min} \leq q_j \leq p_j^{'} \\ \left(q_j - p_j^{'}\right)/\left(p_j^{''} - p_j^{'}\right) & \text{za} \quad p_j^{'} < q_j < p_j^{'} \\ \left(q_j - p_j^{''}\right)/\left(q_{j\min} - p_j^{''}\right) + 1 & \text{za} \quad p_j^{''} \leq q_j \leq q_{j\max} \end{cases}$$

Evidentira se minimalna vrednost prema relaciji:

$$S = \min_{1 \leq j \leq J} U_j$$

Na osnovu prethodne dve relacije, potrebno je za svakog DO, izračunati vrednost dostizanja cilja.

Konkretno za prvog DO, za prvu alternativu, po svim kriterijumima vrednosti su sledeće:

k=1, i=1,

j ↓

u1= (62.5 – 25)/(100-60)+1=1.93

u2 = (7.5 – 6)/(9-6) = 0.5

u3 = (9 – 7)/(10-7) + 1= 1.667

u4 = (6 – 5)/(8-5) = 0.333

s=0.333.

Tako je potrebno izvršiti proračun za drugu i treću alternativu. Potom ponoviti proceduru za preostale DO, po svim alternativama i kriterijumima. Konkretne preostale vrednosti prikazane su u tabeli:

Tabela 11.8 Vrednosti rangiranih alternativa

	s(q(i,k),p′(k), p′′(k))				
	do_1	do_2	do_3	do_4	Do_5
	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5
a_1	0.333	0.4	0.75	0.5	0.5
a_2	0.667	0.6	0.75	0.75	0.667
a_3	0.167	0.5	0.5	0.25	0.375

Konačan poredak sa individualnom, odnosno grupnom odlukom definisan je sledećom relacijom:

$$S_{ag} = \sum_{k=1}^{L} v_k s\left(q(i,k), p'(k), p''(k)\right) / \sum_{k=1}^{L} v_k$$

Konkretno za prvog DO:

$$S_{ag} = (0.333 + 0.4 + 0.75 + 0.5 + 0.5)/5 = 0.4966,$$

i tako redom za preostale učesnike.
Vrednosti su sređene i prikazane u sledećoj tabeli:

Tabela 11.9 Potpuni poredak alternativa i grupna odluka

Alternative / Donosioci odluka	a_1	a_2	a_3	POREDAK
do_1	0,333	0,667	0,167	a_2 a_1 a_3
do_2	0,4	0,6	0,5	a_2 a_3 a_1
do_3	0,75	0,75	0,5	a_1 a_2 a_3
do_4	0,5	0,75	0,25	a_2 a_1 a_3
do_5	0,5	0,667	0,375	a_2 a_1 a_3
Učešće a_i	0,4966	0,6868	0,3584	a_2 a_1 a_3

Iz tabele se vidi da je primera radi, drugi DO rangirao alternative u sledećem poredku, prva alternativa je a_2 zatim a_3 i na kraju a_1.

Potpuni grupni poredak je sledeći:
najprihvatljivija alternativa je a_2, zatim a_1 , dok je poslednja po važnosti alternativa a_3.

Pravilo većine i njegov model

Ovo pravilo sugeriše izbor alternative koja ima veći koefijenat bolja-po-rangu u odnosu na preostale alternative, i predstavljeno je relacijom:

$$Max[\sum_{d=1}^{u} \sum_{i=1|a_i>a_k}^{n} o_{a_i a_k d}]$$

gde je $o_{a_i a_k d}$ - relacija bolje-po-rangu (uzima vrednost 1 ako je a_i bolje-po-rangu od a_k za člana grupe d, odnosno jednaka je nuli ako nema relacije bolje-po-rangu između a_i i a_k).

Pritom treba naglasiti da je individualni poredak alternativa po svakom učesniku sesije dobijen kao izlaz iz jedne od metoda VKA, primera radi sa rezultatima prikazanim u tabeli. To se ujedno pokazalo da pomenute metode predstavljaju odličan "predprocesor" za implementirane modele grupnog odlučivanja.

Primer koji sledi objašnjava upotrebu ovog pravila:

Tabela 11.10 Jedan scenario mogućeg pretka alternativa po svim učesnicima seseje

Individualno rangiranje						Relacije nadmašivanje (bolje-po-rangu)				
Rang	do_1	do_2	do_3	do_4	do_5	Alt.	a_1	a_2	a_3	Suma relacija
1	a_2	a_2	a_1	a_2	a_2	a_1	-	1	4	5
2	a_1	a_3	a_2	a_1	a_1	a_2	4	-	5	9🡐 Max
3	a_3	a_1	a_3	a_3	a_3	a_3	1	-	-	1

U ovom primeru sa podacima prikazanim u tabeli, rangirane su alternative od strane svih učesnika sesije, i najprihvatljivija je alternativa a_2. Drugi implementirani model jeste model sume rangova.

Model sume rangova

Pravilo suma rangova predstavljeno je relacijom:

$$\textbf{Min}\left[\sum_{d=1}^{u}\sum_{i=1}^{n} r_{a_i d}\right],$$

gde $r_{a_i d}$ - predstavlja rang alternative a_i koji se dobija kao izlaz jedne primenjene metode VKA za člana grupe d, dok je n - broj alternativa.

Uz pretpostavku idividualnog rangiranja alternativa jednom od metoda VKA, po svakom od učesnika sesije, i podacima prikazanim u tabeli, naprihvatljivija alternativa je a_3.

Tabela 11.11 Tabela individualnih poredaka po svakom učesniku sesije

Alternative	do_1	do_2	do_3	do_4	do_5	Suma rangova
a_1	2	3	1	2	2	10
a_2	1	1	2	1	1	6 🡐 Min
a_3	3	2	3	3	3	14

U ovom primeru sa podacima prikazanim u tabeli, rangirane su alternative od strane svih učesnika sesije, i najprihvatljivija je alternativa a_2.

Jedan od mogućih načina grupnog odlučivanja koji je prikazan, može se primeniti na gotovo svaki višekriterijumski problem odlučivanja koji konsultuje grupu za njegovo rešavanje.

Primena modela grupnog odlučivanja posebno je interesantna kod klase problema za koje je neophodno generisati nove ideje i planove. Pri tome se mora udovoljiti zahtevu za prevazilaženjem mogućih novonastalih konfliktnih mišljenja i interesa u grupi.

LITERATURA

1. Harrison, E.F. The Managerial Decision- Making Proces, (third edition), Houghton Mifflin Company, Boston, 1987, str.4
2. Arrow, J.K. Essays in the Theory of Risik- bearing, North- Holland, Amsterdam, 1974.
3. Mitevska, N. Teorija odlučivanja sa primerima, (autorizovana predavanja), Bor, 2006.
4. Baumol, W.J. Economic Theory and Operations Analysis, (fourth editon), Prentice Hall International, Inc. London,1977.
5. Anderson, D.R.,D.J. Sweeney, and T.A. Williams, Quantitative Methods for Business (4-th.ed.), West Publishing Comoany, St. Paul, 1989.
6. Babić,V., Strategijsko odlučivanje, Institut za ekonomiku i finansije, Beograd, 1995.
7. Berenson, L., D.M. Levine and M.Goldstein., Intermediate Statistical Methods and Applications- (A Computer Package approach), Prentice- Hall, Inc. Englewood Cliffs, 1983.
8. Čupić, M., Tummala, R.M., Suknović, M., Odlučivanje formalni pristup, Beograd, 2003.
9. Dawes, R.M. Rational Choicein an Uncertain World, Harcourt Brace Jovanovich, Publishers, San Diego, New York, 1988.
10. Pavličić , D., Teorija odlučivanja, Ekonomski fakultet, Beograd, 2004.
11. Eremić, M., Boričić,B. i Pavičić, D., Savremena metodologija u teorijskoj ekonomiji, Ekonomski fakultet, Beograd, 1986.
12. Bowerman, B.L., and Connel, R.T., Time Series Forecasting (second ed.), Duxbury Pres- Boston, 1987.
13. Babić,V., Strategijsko odlučivanje, Institut za ekonomiku i finansije, Beograd, 1995.
14. Manasijević, D., Zbirka zadataka iz teorije odlučivanja (autorizovana predavanja), Bor, 2005.
15. Hwang, Ch-L. And Lin,M-J. Group Decision Making under Multiple Criteria, Springer-Verlag, Berlin,1987.
16. Winterfeldt, D. And Edwards, W.Decision analysis and behavioral research, (second edition), Cambridge Un. Press, Cambridge, 2003.
17. Watson, R.S. and Buede, D.M.Decision synthesis (the principes and practice of decision analysis), Cambridge Un.Press, Cambridge, 1987.

18. Witte, E. And Zommermann, H.J./eds.) Empirical reserach on Organizitional decision- Making, North Holland, 1986.
19. Wright, G. Behavioral Decision Making, Plenum Press, New York and London,1985.
20. Young, P. Negotiation Analysis, Ann Arbor, The University of Michigan Press, 1991.
21. Šuković, F.,Organizacija grupe i motivacija, FON, Beograd,1 986.
22. Zahedy, F., The Analytic Hierarchy Process-Asurvey of the Method and its Applications, Interfaces. Vol.16.No.4pp.96-108, 1986.
23. Zeleny, M., Linear Multiobjective Programming, Springer-Verlag, New York, 1974.
24. Shoemaker, J.H.P. Experiments on Decision Under Risk: The Expected Utility Hypothesis, Nijhoff, Boston, 1980.
25. Render, B. And Stair, R. M. Jr. Introduction to Management Science, Allyn and Bacon, Boston,1992.
26. Vlačić, Lj., Višekriterijumski pristup projektovanju sistema, Svjetlost, Sarajevo,1986.
27. Turban, E.,and E.J.Aronson,Decision support systems and intelligent systems, Prentice-Hall, International, Inc, New Jersey, USA, 1998.
28. Sprague, R.H. and Carslson, E.D., Bulding Effective Decision Support Systems, Prentice- Hall Inc., Englewood Cliffs,1982.
29. Plus, S., The Psychology of Judgment and Decision Making, McGeaw-Hill, Inc.New York, 1993.
30. Quiggin, J., «A Theory of Anticipated Utility«, Journal of Economic Behavior and Organization, Vol. 3,str.323-343, 1982.
31. Nikolić, I. i Borović,S. Višekrirerijumska optimizacija: metode, primena logistici, Centar vojnih škola Vojske Jugoslavije, Beograd, 1996.
32. Petrović, Lj., Teorija verovatnoća, CID, Ekonomski fakultet u Beogradu, Beograd, 2003.
33. Resnik, M. Choices, An Introduction to Decision Theory, University of Minnesota Pres, Minneapolis,1987.
34. March, G.J. Decisions and Organizations, Basil Blackwell, Oxford, 1988.
35. March, G. J. A Primer on Decision Making, How Decisions Happen, A Free Press, New York, 1994.
36. Stufflebeam, D. Et al., Educational Evaluation and Decision-Making, Peacock Publishers, Itasca, ILL, 1971.

37. Starr, M. K. and Zeleny M. (editors), Multiple Criteria Decision Making, (TIMS Studies in the Management Sciences),Vol.6. North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 1977.
38. Sprague, Jr.R.H. and Watson, H.J.,Decision SupportSystems – Putting Theory into Practice (Second Edition), Prentice Hall. Englewood Cliffs, New Jersey, 1989.
39. Charalambos, D. A. And Chakabarti, S. K. Games and Decision-Making, Oxford University, Press, Oxford, 2000.
40. Forigionne, G.A., Quantitative Decision Making, Wadsworth Publishing company, Belmont, California, 1986.
41. Lindly, D., Making Decisions, Wiely and Sons, London, 1971.
42. Rappaport, A. Information for Decision-Making: Quantitative and Behavioral Dimensions (second ed.), Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1975.
43. Olson,M., The Logic of Collective Action, Public Goods and the Theory of Groups, Harvard Un. Press, Cambridge, Massachusetts, 1971.
44. Ungson G.R. and Braunstein, D.N.(eds) Decision Making: An Interdisciplinary, Kent Pub. Comp, Boston, 1982.
45. Andriole, S. J., Handbook of Decision Support Systems, Tab books Inc., Blue Ridge Summit PA., 1989.
46. Čupić, M. i V.M.R. Tumalla, Savremeno odlučivanje: metode i primena, FON, Beograd, 1997.
47. Davis, M.W., Applied Decision Support, Prentice-Hall, Englewood CliffsN.J.07632, 1988.
48. Drenick, R.F., Amathematical Organization Theory, North-Holland, Elsevier Science Pub. Co., New York, 1986.
49. Fick,G. And R. H. Sprague, jr., Decision Support Systems: Issues and Challenges (ll ASA Proceedings Series), Pergamon Press, Oxford, 1980.
50. Gabarro, J. And Harlan, A., Managing people and Organizations, Hardvard Business School Pres. Boston, 1994.
51. Hawgood, J., Information and decision effectiveness in bureaucratic subsystems, Zbornik radova sa simpozijuma za informatiku, Jahorina, 1983.
52. Josephine,K., The Stydy of Groups, Lowe and Brydone Ltd, London, 1999.
53. Liam,J.B., Group decision support systems: an analysis and critique, Internacional Desing Centre, University of Limerick, Ireland, 1999.
54. Nikolić,I., Višekriterijumsko odlučivanje, FON, Beograd, 1990.

55. Samson,D., Managerial Decision Analysis, Irwin.Inc. Homewood, Illinois, 1988.
56. Swap,W,C. And Associates, Group Decisioin Making, Sage, Beverly Hills, 1984.
57. Bazerman, M.H., Judgment in Managerial Decision Making (second edition), John Wiley and Sons, New York, 1999.
58. Cooke, S. and Slack, N. Making Management Decisions, second edition, Prentice Hall, New York, 1991.
59. Morton, D., The Art of Decision-Making, Springer-Verlag, 1986.
60. Rajot, J., Negotiation :From Theory to Practice, Macmillan, London, 1991.
61. Rivett, P. The Craft of Decision – Modeling, Wiley and Sons, Chichester, New York, 1994.
62. Tapan, B. Decision-Making under Uncertainty, Macmillan Press, London, 1997.
63. Sims, R.R. Ethics and Organizational Decision Making, A call for Renewal, Quorum Books, Westport, London, 1994.
64. Evans, J.S.B., and Over, D.E., Rationality and Reasoning, Psychology Press Publishers, East Sussex, UK, 1996.